

**Министерство науки и высшего образования РФ**  
**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение**  
**высшего образования**  
**«Национальный исследовательский технологический университет «МИСИС»**  
**Новотроицкий филиал**

Кафедра гуманитарных и социально-экономических наук

*Практикум по дисциплине*

***ФИНАНСОВАЯ МАТЕМАТИКА***

*для студентов, обучающихся по направлению*

***38.03.01 Экономика***

*очно-заочной формы обучения*

Новотроицк 2023

УДК 330.4  
ББК 65.26  
ИЗ7

**Рецензенты:**

*Доцент кафедры экономики и управления Орского гуманитарно-технологического  
Института (филиала ОГУ), к.э.н., доцент*  
**О.В. Киселева**

*Доцент кафедры ГиСЭН Новотроицкого филиала ФГАОУ ВО «Национальный  
исследовательский технологический университет «МИСИС», к.п.н., доцент*  
**А.В. Торшина**

**Измайлова А.С.** Практикум по дисциплине «Финансовая математика». – Новотро-  
ицк: НФ НИТУ «МИСИС», 2023. – 24 с.

Практикум предназначен для использования студентами, обучающимися по направ-  
лению подготовки 38.03.01 Экономика очно-заочной формы обучения в процессе изучения  
дисциплины «Финансовая математика». В издании представлены задания для выполнения  
на практических занятиях, примеры решения задач, а также даны задачи для самостоятель-  
ного решения. Рекомендована литература, необходимая для подготовки к практическим за-  
нятиям.

*Рекомендовано Методическим советом НФ НИТУ «МИСИС»*

© ФГАОУ ВО Национальный  
исследовательский технологический  
университет «МИСИС»,  
Новотроицкий филиал, 2023

## СОДЕРЖАНИЕ

|   |    |
|---|----|
| <i>Введение</i> .....   | 4  |
| <i>Тема 1 Простые проценты</i> .....                                      | 5  |
| <i>Тема 2 Сложные проценты</i> .....                                      | 7  |
| <i>Тема 3 Антисипативные и декурсивные проценты</i> .....                 | 9  |
| <i>Тема 4 Сложные декурсивные и сложные антисипативные проценты</i> ..... | 12 |
| <i>Тема 5 Дисконтирование</i> .....                                       | 14 |
| <i>Тема 6 Нарощенная сумма ренты</i> .....                                | 16 |
| <i>Тема 7 Современная величина ренты</i> .....                            | 18 |
| <i>Тема 8 Ценные бумаги</i> .....   | 20 |
| <i>Рекомендуемая литература</i> .....                                     | 23 |

## *Введение*

Практикум предназначен для использования на практических занятиях по дисциплине «Финансы». Учебным планом по дисциплине предусмотрено 16 академических часов практических занятий, что соответствует восьми занятиям. В соответствии с этим в настоящем издании предусмотрены задания по восьми основным изучаемым темам. Тематика практических занятий полностью соответствует лекционной. Предполагаемое проведение практического занятия – после каждой лекции.

При подготовке к практическому занятию первым шагом необходимо повторить теоретический материал. Для этого в начале каждой темы представлены термины, на которые нужно ориентироваться при повторении. Вторым шагом нужно разобрать примеры задач, решенные на лекциях, а также представленные в практикуме. В-третьих, при подготовке целесообразно опираться на список рекомендуемой литературы.

## Тема 1 Простые проценты

### Примеры решения типовых задач

**Задача 1:** Определить какой будет стоимость 1 млн. руб. через два года при использовании 12 процентов годовых.

Решение:  $S = P * (1 + n * i) = 1 * (1 + 2 * 0,12) = 1,24$  млн. руб.

Ответ: Будущая стоимость 1 млн. руб. через два года при использовании ставки, равной 12 процентов, составит 1 млн. 240 тысяч рублей

**Задача 2:** Используя различные виды практик начисления процентов, рассчитайте наращенную сумму долга, зная, что он равен 800 тыс. руб., процентная ставка – 10%, заем оформлен 2 апреля, погашен 15 октября.

Решение: Рассчитаем сроки ссуды. Точное число дней со 2 апреля по 15 октября – 197. Вычитаем единицу, т.к. день открытия и закрытия счета принимается равным единице. Получается 196 дней. Приближенное число дней ссуды равно 194. Минус единица. Итого – 193 дня.

Рассчитаем наращенные суммы. По германской практике:

$$S = P * (1 + \frac{t}{K} * i) = 800 * (1 + \frac{193}{360} * 0,1) = 842,8 \text{ тыс. руб.}$$

По французской:  $S = P * (1 + \frac{t}{K} * i) = 800 * (1 + \frac{196}{360} * 0,1) = 843,5 \text{ тыс. руб.}$

По английской:  $S = P * (1 + \frac{t}{K} * i) = 800 * (1 + \frac{196}{365} * 0,1) = 842,96 \text{ тыс. руб.}$

Ответ: Наращенная сумма долга, рассчитанная различными способами, составила: по германской практике – 842,8 тыс. руб.; по французской – 843,5 тыс. руб., по английской – 842,96 тыс. руб.

### Задачи для самостоятельного решения

**Задача 1:** Рассчитайте будущую стоимость 1,5 млн. руб. через 2,5 года при условии начисления на них процентов в размере 20% годовых.

Ответ: 2,25 млн. руб.

**Задача 2:** Кредит в сумме 50 тыс. руб. выдан 10 мая под 14 процентов годовых. Срок погашения – 1 августа. Определить наращенную сумму долга, используя германскую, французскую и английскую практики начисления процентов.

Ответ: 51,58 тыс. руб. – по германской, 51,61 тыс. руб. – по французской, 51,6 тыс. руб. – по английской практике.

**Задача 3:** Сумма долга с процентами составляет 560 тыс. руб. Процентная ставка, под которую выдан данный кредит, равна 16% годовых. Определить на какой срок выдан кредит, если величина кредита при его выдаче составила 500 тыс. руб.

Ответ: 0,75 г.

**Задача 4:** Определить, под какую процентную ставку выдан кредит, если срок его погашения равен 1 год и 2 месяца, величина кредита – 720 тыс. руб., сумма к погашению – 900 тыс. руб.

Ответ: 21%

**Задача 5:** 10 февраля на счет было внесено 15 тыс. руб. 30 марта снято 5 тыс. руб. 1 июля внесено 40 тыс. руб. 1 декабря счет закрыт. Определить сумму на счете на 1 декабря, при условии, что весь период действовала неизменная процентная ставка – 15 процентов годовых. При решении задачи использовать английскую практику начисления процентов.

Ответ: 53,82 тыс. руб.

**Задача 6:** 18 марта в банк на счет было положено 12 тыс. руб. 1 июля было дополнительно внесено еще 10 тыс. руб. Определить сумму на счете на 1 сентября, принимая во внимание тот факт, что с 1 января по 30 июня банк начислял проценты в размере 11% годовых, а с 1 июля ставка увеличилась на 2% годовых. При решении задачи используйте французскую практику начисления процентов.

Ответ: 22,88 тыс. руб.

**Задача 7:** Кредит в сумме 150 тыс. руб. выдан под 10 процентов годовых на год и 2 месяца. Рассчитать наращенную сумму долга, зная, что процентная ставка увеличивалась каждые два месяца на 1%. Начисление процентов производить только на первоначальную сумму долга.

Ответ: 172,75 тыс. руб.

**Задача 8:** Размер долга составляет 118 тыс. руб. Какова будет наращенная сумма долга через 2 года, если первые полгода банк использует процентную ставку – 10% годовых, а в последующие полугодия индексирует (увеличивает) ее на 2%. При начислении процентов учитывать капитализацию (начисление процента на процент).

Ответ: 151,77 тыс. руб.

## Тема 2 Сложные проценты

### Примеры решения типовых задач

**Задача 1:** Рассчитать наращенную сумму, используя простые и сложные проценты, зная, что первоначальный капитал равен 100 млн. руб., процентная ставка 10%. Срок – полгода, 1 год, 2 года. Интерпретируйте полученные результаты.

Решение:

Наращенная сумма по простым процентам      Нарощенная сумма по сложным процентам  
 $S = P * (1 + n * i) = 100 * (1 + 0,5 * 0,1) = 105$  млн. руб.       $S = P * (1 + i)^n = 100 * (1 + 0,1)^{0,5} = 104,88$  млн. руб.

$S = P * (1 + n * i) = 100 * (1 + 1 * 0,1) = 110$  млн. руб.       $S = P * (1 + i)^n = 100 * (1 + 0,1)^1 = 110$  млн. руб.

$S = P * (1 + n * i) = 100 * (1 + 2 * 0,1) = 120$  млн. руб.       $S = P * (1 + i)^n = 100 * (1 + 0,1)^2 = 121$  млн. руб.

Ответ: При сроке сделки, равным полгоду наращенная сумма по простым процентам составила 105 млн. руб., а по сложным 104,88 млн. руб., т.е. использование сложных процентов дало меньший результат. При данном условии для заемщика выгоднее использовать сложные проценты, для кредитора наоборот. При сроке равном 1 год наращенные суммы получились одинаковыми – по 110 млн. руб. Это указывает на абсолютную индифферентность к выбору способа начисления процентов. При сроке более года ситуация изменяется и становится выгодным использование сложных процентов. Так, при сроке 2 года наращенная сумма по простым процентам составила 120 млн. руб., а по сложным 121 млн. руб.

**Задача 2:** Определить по какой ставке производилось начисление сложных процентов, если известно, первоначальный капитал – 12,5 млн. руб., наращенная сумма – 15 млн. руб., срок – 1,5 года.

Решение: Выразим из формулы сложных процентов процентную ставку  $i = \sqrt[n]{S/P} - 1$  и рассчитаем искомую величину  $= i = \sqrt[1,5]{15/12,5} - 1 \approx 0,129 (12,9\%)$

Ответ: 12,9%

### Задачи для самостоятельного решения

**Задача 1:** Определите наращенную сумму, используя простые и сложные проценты, если известно, что первоначальный капитал равен 16 млн. руб., процентная ставка 14 % годовых, срок – 3 года.

Ответ: наращенная сумма по простым процентам – 22,72 млн. руб., по сложным – 23,7 млн. руб.

**Задача 2:** Определите процентную ставку, по которой производилось начисление по

простым и сложным процентам, если известно, что первоначальный капитал равен 17 млн. руб., наращенная сумма – 18 млн. руб., срок полгода.

Ответ: 11,76% по простым процентам, 12,11% – по сложным.

**Задача 3:** При начислении сложных процентов наращенная сумма за 2 года превысила первоначальный капитал в 1,5 раза. Определите ставку сложных процентов, по которой производилось начисление процентов.

Ответ: 22,47%

**Задача 4:** Определите, в каком случае наращенная сумма будет большей: при начислении простых процентов по ставке 10% годовых в течение 2 лет или при начислении сложных процентов по ставке 12% годовых в течение 1,5 лет.

Ответ: при начислении простых процентов наращенная сумма будет больше.

**Задача 5:** Рассчитайте, во сколько раз наращенная сумма превысит первоначальный капитал при начислении на него: а) простых процентов по ставке 10% годовых в течение 2 лет; б) сложных процентов по ставке 9% годовых в течение 1 года и 9 месяцев.

Ответ: при начислении простых процентов – в 1,2 раза, сложных – примерно в 1,16 раза.

**Задача 6:** Определите срок, в течение которого наращенная сумма превысит первоначальный капитал в 2 раза при начислении простой и сложной процентной ставки в размере 14% годовых.

Ответ: примерно 7,14 года по простой, 5,29 года – по сложной процентной ставке.

**Задача 7:** На первоначальный капитал размером 111 млн. руб. начисляются сложные проценты в течение 3 лет. В первый год использовалась ставка, равная 15%, второй – 16%, третий – 17% годовых. Определите наращенную сумму за три года.

Ответ: 173,25 млн. руб.

**Задача 8:** На счет в банке 10 марта положено 16 тыс. рублей. Через год внесено еще 23 тыс. рублей. Определить сумму на счете через два года с момента последнего внесения средств, зная, что банк начисляет сложные проценты по ставке 15% годовых.

Ответ: 54,75 тыс. руб.

**Задача 9:** Определите наращенную сумму, используя простые и сложные проценты, если известно, что первоначальный капитал равен 156 млн. руб., срок ссуды – два года, процентная ставка в первый год составила 14% процентов годовых, во второй – 17%.

Ответ: 204,36 млн. руб. – по простым процентам, 208,07 млн. руб. – по сложным.

## Тема 3 Антисипативные и декурсивные проценты

### Примеры решения типовых задач

**Задача 1:** Определить наращенную сумму декурсивным и антисипативным методами, используя простые и сложные проценты, если известно, что первоначальный капитал равен 123 млн. руб., процентная ставка – 18% годовых, срок кредита – 2 года. В каком случае наращенная сумма получится больше?

Решение:

| Проценты  | Наращенная сумма   |  |
|-----------|--|--|
|           | декурсивный метод  | антисипативный метод   |
| - простые | $S = P * (1 + n * i) = 123 * (1 + 2 * 0,18) = 167,28$<br>млн. руб. | $S = P * \frac{1}{(1 - n * d)} = 123 * \frac{1}{(1 - 2 * 0,18)} = 192,19$<br>млн. руб. |
| - сложные | $S = P * (1 + i)^n = 123 * (1 + 0,18)^2 = 171,27$<br>млн. руб.     | $S = P * \frac{1}{(1 - d)^n} = 123 * \frac{1}{(1 - 0,18)^2} = 182,93$<br>млн. руб.     |

Ответ: Наибольшая наращенная сумма получилась при начислении простых антисипативных процентов – 192,19 млн. руб., что объясняется содержанием метода – начислением процента на наращенную сумму.

**Задача 2:** Определите, какой из методов начисления процентов обеспечит наиболее быстрый рост капитала в 2 раза при ставке – 10% годовых.

Решение:  $S = P * \text{Коэф. наращения}$  или, зная во сколько раз  $S$  превышает  $P$ ,  $2 * P = P * \text{Коэф. наращения}$  или  $2 = \text{Коэф. наращения}$

| Проценты | Декурсивные   | Антисипативные   |
|----------|---|--|
| Простые  | $2 = 1 + n * i, n = \frac{1}{i} = \frac{1}{0,1} = 10$ | $2 = \frac{1}{(1 - n * d)}, n = \frac{1}{2 * d} = \frac{1}{2 * 0,1} = 5$ |
| Сложные  | $2 = (1 + i)^n, n = \frac{\ln 2}{\ln(1 + i)} = 7,27$  | $2 = \frac{1}{(1 - 0,1)^n}, n = \frac{\ln 0,5}{\ln(1 - d)} = 6,58$       |

Ответ: простые антисипативные проценты обеспечат наиболее быстрое удвоение капитала.

### Задачи для самостоятельного решения

**Задача 1:** Рассчитайте наращенную сумму, используя формулы простых и сложных декурсивных процентов, зная, что первоначальный капитал равен 15 тыс. руб., процентная ставка – 12% годовых, срок – 3 года.

Ответ: наращенная сумма по простым процентам – 20,4 тыс. руб., по сложным – 21,07 тыс. руб.

**Задача 2:** Определите наращенную сумму, применяя формулы простых и сложных антисипативных процентов, при следующем условии: первоначальный капитал равен – 50 тыс. руб., учетная ставка – 11%, срок – 4 года.

Ответ: наращенная сумма по простым процентам – 89,29 тыс. руб., по сложным – 79,69 тыс. руб.

**Задача 3:** Известно, что кредит в сумме 45 тыс. руб. выдан на 180 дней под 16% годовых. Определите наращенную сумму долга, используя простые декурсивные и антисипативные проценты. При решении использовать германскую практику начисления процентов.

Ответ: наращенная сумма по декурсивным процентам – 48,6 тыс. руб., по антисипативным – 48,91 тыс. руб.

**Задача 4:** Кредит в сумме 36 млн. руб. выдан под 14% годовых на 2,5 года. Определите наращенную сумму долга, используя сложные антисипативные и сложные декурсивные проценты.

Ответ: наращенная сумма по декурсивным – 49,95, по антисипативным – 52,49 тыс. руб.

**Задача 5:** Рассчитайте наращенную сумму, используя простые и сложные антисипативные проценты, если известно, что первоначальный капитал равен 18 тыс. руб., учетная ставка – 6% годовых, срок – 2 года и 200 дней. При решении задачи использовать английскую практику начисления процентов.

Ответ: наращенная сумма по простым процентам – 21,25 тыс. руб., по сложным – 21,07 тыс. руб.

**Задача 6:** За какой срок можно утроить капитал, используя простые процентную и учетную ставки величиной в 12% годовых?

Ответ: по процентной ставке за 16,67 года, по учетной – за 5,56 года.

**Задача 7:** Определите сроки удвоения, используя сложные декурсивные и сложные антисипативные проценты, если известно, что величина ставки – 15% годовых.

Ответ: срок удвоения по декурсивным процентам – 4,96 года, по антисипативным – 4,27 года.

**Задача 8:** Какой из способов начисления процентов антисипативный или декурсивный дает более быстрый рост капитала при сроках меньше года, при сроке равным году и при сроках более года. В процессе решения используйте точные простые и сложные проценты.

Ответ: Методы вычисления наращенной суммы расположены в таблице в порядке

убывания скорости роста (сверху вниз)

| при сроках менее года   | при сроке равным одному году   | при сроках больше года   |
|---|--|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>- сложные антисипативные</li> <li>- простые антисипативные;</li> <li>- простые декурсивные;</li> <li>- сложные декурсивные.</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- простые и сложные антисипативные (одинаковый рост);</li> <li>- простые и сложные (одинаковый результат).</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- простые антисипативные;</li> <li>- сложные антисипативные;</li> <li>- сложные декурсивные;</li> <li>- простые декурсивные.</li> </ul> |

## Тема 4 Сложные декурсивные и сложные антисипативные проценты

### Примеры решения типовых задач

**Задача 1:** Определите наращенную за два года сумму, используя сложные декурсивные проценты, при условии, что первоначальный капитал равен 18 тыс. руб., процентная ставка – 12% годовых, начисление процентов производится – по полугодиям, по кварталам, ежемесячно.

**Решение:** Наращенная сумма, рассчитанная с капитализацией по полугодиям (по формуле 4.1):

$$S = P * \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{m*n} = 18 * \left(1 + \frac{0,12}{2}\right)^{2*2} = 22,72 \text{ тыс. руб.},$$

по кварталам:

$$S = P * \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{m*n} = 18 * \left(1 + \frac{0,12}{4}\right)^{4*2} = 22,8 \text{ тыс. руб.},$$

ежемесячно:

$$S = P * \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{m*n} = 18 * \left(1 + \frac{0,12}{12}\right)^{12*2} = 22,86 \text{ тыс. руб.}$$

**Ответ:** наращенная сумма, рассчитанная по полугодиям – 22,72, тыс. руб., по кварталам – 22,8, тыс. руб., ежемесячно – 22,86 тыс. руб.

**Задача 2:** Рассчитайте наращенную сумму, если известно, что срок сделки равен 2 года и 100 дней, первоначальный капитал – 56 млн. руб., учетная ставка – 5% годовых, начисление производится ежедневно.

**Решение:** срок сделки  $2 \text{ года} + \frac{100}{365} = 2 + 0,27 \approx 2,27 \text{ года}$

Наращенная сумма рассчитывается по формуле 4.2

$$S = P * \frac{1}{\left(1 - \frac{f}{m}\right)^{m*n}} = 56 * \frac{1}{\left(1 - \frac{0,05}{365}\right)^{365*2,7}} = 62,73 \text{ млн. руб.}$$

**Ответ:** наращенная сумма, рассчитанная по сложным антисипативным процентам с ежемесячной капитализацией, будет равна 62,73 млн. руб.

### Задачи для самостоятельного решения

**Задача 1:** Определите наращенную сумму, используя сложные декурсивные проценты, если известно, что первоначальный капитал равен 22 млн. руб., процентная ставка – 7% годовых, срок сделки – 2,5 года, начисление процентов производится ежеквартально и ежемесячно. Сравните полученные результаты.

**Ответ:** наращенная сумма, рассчитанная ежеквартально – 26,17 млн. руб., ежемесячно

– 26,19 млн. руб.

**Задача 2:** Рассчитайте наращенную сумму, зная, что начисление процентов производится по сложной учетной ставке, равной 6% годовых, ежемесячно, величина первоначального капитала равна 211 тыс. руб., срок – 2 года и 250 дней. Год считать равным – 365 дней.

Ответ: 247,98 тыс. руб.

**Задача 3:** В каком случае при использовании ставки, равной 10% годовых, наращенная сумма за пять лет получится больше – если начислять декурсивные проценты по полугодиям, или антисипативные один раз в год?

Ответ: при начислении антисипативных процентов наращенная сумма получится больше.

**Задача 4:** Определить метод (сложные антисипативные или сложные декурсивные проценты), который даст меньший рост первоначального капитала, при ставке 3% годовых и сроке равным два года, при условии, что антисипативные проценты начисляются ежемесячно, а декурсивные – по полугодиям.

Ответ: меньший рост наращенной суммы обеспечат сложные декурсивные проценты.

**Задача 5:** Рассчитать срок, который необходим для увеличения капитала в два раза, зная что начисление процентов производится по сложной учетной ставке, равной 8% годовых, ежемесячно.

Ответ: 8,64 года

**Задача 6:** Определить срок, необходимый для утроения первоначального капитала при начислении сложных декурсивных процентов по ставке 5% годовых с ежедневной капитализацией. Считать год равным 365 дней.

Ответ: 21, 97 года

**Задача 7:** Найти годовую ставку, обеспечивающую увеличение первоначального капитала в 1,5 раза, при начислении сложных антисипативных процентов по кварталам в течение 2 лет.

Ответ: 19,77% годовых

**Задача 8:** Найти месячную ставку декурсивных процентов, по которой производилось ежемесячное начисление процентов в течение двух с половиной лет на капитал величиной 100 млн. руб., зная, что наращенная сумма составила –120 млн. руб.

Ответ: 0,6%

## Тема 5 Дисконтирование

### Примеры решения типовых задач

**Задача 1:** Определите разными способами (простые/сложные, декурсивные / антисипативные проценты) современную величину ожидаемых через 3 года 100 млн. руб., зная что ставка процентов равна 12% годовых.

**Решение:** Расчет наращенной суммы и его результаты представлены в таблице

| Проценты | Декурсивные  | Антисипативные  |
|----------|--|---|
| Простые  | $P = \frac{S}{(1+n*i)} = \frac{100}{(1+3*0,12)} = 73,53$ млн. руб. | $P = S * (1 - n * d) = 100 * (1 - 3 * 0,12) = 64$ млн. руб. |
| Сложные  | $P = \frac{S}{(1+i)^n} = \frac{100}{(1+0,12)^3} = 71,18$ млн. руб. | $P = S * (1-d)^n = 100 * (1-0,12)^3 = 68,15$ млн. руб.      |

**Ответ:** современная величина по простым декурсивным – 73,53 млн. руб., простым антисипативным – 64 млн. руб., сложным декурсивным – 71,18 млн. руб., сложным антисипативным – 68,15 млн. руб.

**Задача 2:** Рассчитайте современную величину 80 тыс. руб. если ставка процентов равна 6%, срок – 2 года, используются сложные (декурсивные и антисипативные) проценты, дисконтирование производится по кварталам.

**Решение:** Дисконтированная стоимость по сложным декурсивным процентам

$$P = \frac{S}{\left(1 + \frac{j}{m}\right)^{n*m}} = \frac{80}{\left(1 + \frac{0,06}{4}\right)^{2*4}} = 71,02 \text{ тыс. руб.}$$

Дисконтированная стоимость по сложным антисипативным процентам

$$P = S * \left(1 - \frac{f}{m}\right)^{n*m} = 80 * \left(1 - \frac{0,06}{4}\right)^{2*4} = 70,89 \text{ тыс. руб.}$$

**Ответ:** современная стоимость по декурсивным процентам – 71, 02 тыс. руб., по антисипативным – 70, 89 тыс. руб.

### Задачи для самостоятельного решения

**Задача 1:** Определите современную стоимость 1,5 млн. руб., используя простые декурсивные и антисипативные проценты, при условии, что ставка равна 10% годовых, срок – 4 года.

**Ответ:** современная стоимость по простым декурсивным – 1,07 млн. руб., по простым антисипативным – 0,9 млн. руб.

**Задача 2:** Рассчитайте дисконтированную величину ожидаемых через 5 лет 34 тыс. руб., при использовании сложных декурсивных и антисипативных процентов, ставки 7% годовых.

Ответ: современная стоимость по декурсивным процентам – 24,24 тыс. руб., по антисипативным – 23,65 тыс. руб.

**Задача 3:** Определите современную стоимость 1 млн. 200 тыс. руб. ожидаемых через 2 года и 100 дней при использовании сложных декурсивных процентов и ставки – 5% годовых. Считать, что в году 365 дней.

Ответ: 1 млн. 74 тыс. руб.

**Задача 4:** Найдите современную стоимость ожидаемых к получению через 3 года и 250 дней 3 тыс. руб., используя сложные антисипативные проценты, ставку – 3% годовых. Считать, что в году 360 дней.

Ответ: 2,68 тыс. руб.

**Задача 5:** Продисконтируйте по кварталам 112 тыс. руб., используя сложные декурсивные проценты, ставку – 9% годовых, срок – 4 года.

Ответ: 78,45 тыс. руб.

**Задача 6:** Продисконтируйте ежемесячно 72 млн. руб., применяя сложные антисипативные проценты, ставку – 11% годовых, при сроке – 2 года и 150 дней. Год считать равным 365 дней.

Ответ: 55,16 млн. руб.

**Задача 7:** Определите, что выгоднее – получить через два года 55 тыс. руб. или сегодня 45 тыс. руб. В расчетах используйте сложные декурсивные проценты, ставку – 10% годовых.

Ответ: выгоднее 55тыс. руб. через 2 года

**Задача 8:** Рассчитайте, в каком случае современная величина будущих 118 млн. руб. получится больше – при использовании сложных декурсивных процентов и ставки – 5% годовых или простых антисипативных и ставки 6% годовых. Срок дисконтирования – 3 года.

Ответ: при использовании сложных декурсивных процентов современная величина получится большей

## Тема 6 Наращенная сумма ренты

### Примеры решения типовых задач

**Задача 1:** Определите будущую стоимость ренты постнумерандо, характеризующуюся параметрами: член ренты – 10 тыс. руб., срок – 5 лет, процентная ставка – 5% годовых.

Решение: Наращенная сумма ренты по формуле 6.2 будет равна

$$S = 10 * \frac{(1 + 0,05)^5 - 1}{0,05} = 55,26 \text{ тыс. руб.}$$

Ответ: наращенная сумма ренты – 55,26 тыс. руб.

**Задача 2:** Рассчитайте срок, необходимый для образования капитала в 100 тыс. руб., если средняя рыночная ставка – 8% годовых, величина взносов на формирование накопительного фонда – 10 тыс. руб.

Решение: срок выражается из формулы 6.2.

$$\begin{aligned} S &= R * \frac{(1 + i)^n - 1}{i} \\ S * i &= R * [(1 + i)^n - 1] \\ \frac{S * i}{R} + 1 &= (1 + i)^n \\ \ln\left(\frac{S * i}{R} + 1\right) &= n * \ln(1 + i) \\ n &= \frac{\ln\left(\frac{S * i}{R} + 1\right)}{\ln(1 + i)} \end{aligned}$$

Срок, необходимый для формирования капитала равен

$$n = \frac{\ln\left(\frac{S * i}{R} + 1\right)}{\ln(1 + i)} = \frac{\ln\left(\frac{100 * 0,08}{10} + 1\right)}{\ln(1 + 0,08)} = 7,64 \text{ года}$$

Ответ: 7,64 года

### Задачи для самостоятельного решения

**Задача 1:** Рассчитайте наравленную сумму ренты с параметрами: член ренты – 15 млн. руб., срок ренты – 4 года, процентная ставка – 11% годовых.

Ответ: 70,65 млн. руб.

**Задача 2:** Определите будущую стоимость аннуитета, который описывается парамет-

рами: член потока – 20 тыс. руб., срок – 6 лет, процентная ставка – 6% годовых.

Ответ: 139,50 тыс. руб.

**Задача 3:** Рассчитайте наращенную сумму потока платежей, поступающих в конце года (постнумерандо), представленного в таблице, используя ставку – 10% годовых.

|                    |     |     |     |
|--------------------|-----|-----|-----|
| Годы               | 1   | 2   | 3   |
| Платежи, тыс. руб. | 120 | 100 | 150 |

Ответ: 405,2 тыс. руб.

**Задача 4:** Определите будущую стоимость потока платежей постнумерандо, представленного в таблице, используя ставку 12% годовых.

|                    |     |     |     |     |     |
|--------------------|-----|-----|-----|-----|-----|
| Годы               | 1   | 2   | 3   | 4   | 5   |
| Платежи, млн. руб. | 230 | 120 | 260 | 150 | 300 |

Ответ: 1324,65 млн. руб.

**Задача 5:** Рассчитайте срок, необходимый для накопления 80 тыс. руб., при существующей возможности вносить в фонд накопления капитала – 12 тыс. руб. и использовании процентной ставки – 7% годовых.

Ответ: 4,98 года

**Задача 6:** Найдите срок, в течение которого при внесении ежегодно по 170 тыс. руб. в фонде накопления образуется капитал величиной 300. Процентная ставка – 8,57% годовых.

Ответ: 1,71 года

**Задача 7:** Определите сумму, внесение которой в накопительный фонд в течение 5 лет обеспечит формирование капитала величиной – 1 млн. руб. при использовании ставки – 5,5% годовых.

Ответ: 0,18 млн. руб.

**Задача 8:** Рассчитайте величину ежемесячного платежа, необходимого для накопления 200 тыс. руб. в течение 1,5 лет при использовании ставки – 3% годовых.

Ответ: 10,88 тыс. руб.

## Тема 7 Современная величина ренты

### Примеры решения типовых задач

**Задача 1:** Определите современную величину годовой ренты постнумерандо, характеризующуюся параметрами: член ренты – 5 тыс. руб., срок – 4 года, процентная ставка – 5% годовых.

Решение: по формуле (7.1)

$$A = \frac{5}{(1+0,05)^1} + \frac{5}{(1+0,05)^2} + \frac{5}{(1+0,05)^3} + \frac{5}{(1+0,05)^4} = 17,73 \text{ тыс. руб.}$$

или по формуле (7.2)

$$A = 5 * \frac{[1 - (1+0,05)^{-4}]}{0,05} = 17,73 \text{ тыс. руб.}$$

Ответ: 17,73 тыс. руб.

**Задача 2:** Годовой аннуитет постнумерандо описывается параметрами: член ренты – 10 тыс. руб., процентная ставка – 7% годовых, современная стоимость – 100 тыс. руб. Рассчитайте срок ренты.

Решение:

$$A = R * \frac{[1 - (1+i)^{-n}]}{i}$$

$$1 - \frac{A * i}{R} = (1+i)^{-n}$$

$$n = \frac{\ln\left(1 - \frac{A * i}{R}\right)}{-\ln(1+i)} = \frac{\ln\left(1 - \frac{100 * 0,07}{10}\right)}{-\ln(1+0,07)} = 17,79 \text{ года}$$

Ответ: 17,79 года

### Задачи для самостоятельного решения

**Задача 1:** Рассчитайте современную стоимость годовой ренты постнумерандо с параметрами: член ренты – 21 млн. руб., срок ренты – 4 года, процентная ставка – 15% годовых.

Ответ: 59,95 млн. руб.

**Задача 2:** Определите современную величину потока ежегодных платежей, поступающих в конце года, параметры которого описываются следующими данными: член ренты – 44 тыс. руб., срок – 5 лет, процентная ставка – 17% годовых.

Ответ: 140,77 тыс. руб.

**Задача 3:** Рассчитайте текущую стоимость потока ежегодных платежей: 1-й год – 20 тыс. руб., 2-й год – 25 тыс. руб., 3-й год – 26 тыс. руб., 4-й год – 30 тыс. руб. Процентная ставка – 3 % годовых. Платежи поступают в конце года.

Ответ: 93,43 тыс. руб.

**Задача 4:** Найдите современную стоимость следующего потока: 1-й год – 24 млн. руб., 2-й год – 15 млн. руб., 3-й год – 18 млн. руб., 4-й год – 33 млн. руб., 5-й год – 40 млн. руб. Платежи поступают в конце года, процентная ставка – 12% годовых.

Ответ: 89,87 млн. руб.

**Задача 5:** Рассчитайте дисконтированную величину потока постнумерандо, представленного в таблице, используя ставку – 8% годовых.

| Годы  | 1  | 2  | 3    | 4   | 5   | 6    |
|---|----|----|------|-----|-----|------|
| Платежи/поступления (приток/отток), тыс. руб. | 65 | 72 | - 73 | 115 | 101 | - 56 |

Ответ: 181,94 тыс. руб.

**Задача 6:** Определите текущую стоимость потока постнумерандо, оттоки/притоки которого сведены в таблице, применяя ставку – 20% годовых.

| Годы                    | 1    | 2    | 3  | 4  |
|-------------------------|------|------|----|----|
| Приток/отток, млн. руб. | - 12 | - 45 | 16 | 23 |

Ответ: - 20,89 млн. руб.

**Задача 7:** Определите срок ренты постнумерандо, характеризующейся параметрами: член ренты – 20 тыс. руб., процентная ставка – 14% годовых, дисконтированная величина – 80 тыс. руб.

Ответ: 6,27 года

**Задача 8:** Найдите член годовой ренты постнумерандо, если известно, что современная стоимость ренты – 25 тыс. руб., процентная ставка – 11% годовых, срок – 3 года.

Ответ: 10,23 тыс. руб.

## Тема 8 Ценные бумаги

### Примеры решения типовых задач

**Задача 1:** Рассчитайте доходность акции, если известно, что величина годового дивиденда составляет 15 тыс. руб., акция приобретена за 100 тыс. руб., а продана через три года за 130 тыс. руб.

Решение: Задача решается по формуле (8.6)

$$D = \frac{d_{акц.}^{год.} + (P_{прод.} - P_{пок.}) / n}{P_{пок.}} * 100\% = \frac{15 + (130 - 100) / 3}{100} * 100 = 25\%$$

Ответ: доходность акции составила 25%.

**Задача 2:** Определите внутреннюю стоимость облигации номиналом 1 200 руб., купонным доходом – 5% годовых и сроком обращения три года. Ставка дисконтирования – 7%.

Решение: задача решается по формуле (9.3)

$$P_{вн} = \frac{d_{куп}}{1+i} + \frac{d_{куп}}{(1+i)^2} + \frac{d_{куп} + P_n}{(1+i)^3} = \frac{0,05 * 1200}{(1+0,07)} + \frac{60}{(1+0,07)^2} + \frac{60+1200}{(1+0,07)^3} = 1137,02$$

Ответ: внутренняя стоимость облигации равна 1 137,02 руб.

**Задача 3:** Номинальная цена векселя 120 тыс. руб., ставка дисконта 10%, с момента приобретения векселя до его погашения осталось 32 дня. Определите размер дисконта и внутреннюю стоимость векселя. Временная база 360 дней.

Решение:

- первый способ дисконт равен  $d_b = i * P_n * \frac{t}{360} = 120 * 0,1 * \frac{32}{360} = 1,067$  тыс. руб.

Внутренняя стоимость  $P_{вн} = P_n - d_b = 120 - 1,067 = 118,93$  тыс. руб.

- второй способ  $P_{вн} = S * (1 - n * d) = 120 * \left(1 - \frac{32}{360} * 0,1\right) = 118,93$  тыс. руб.

Ответ: 1,067 тыс. руб., 118,93 тыс. руб.

### Задачи для самостоятельного решения

**Задача 1:** Найдите доходность акции рыночной стоимостью 10 127 руб., дивиденд по которой за полтора года составил – 1 300 руб.

Ответ: 8,56%.

**Задача 2:** Определите доходность акции, номиналом 1 000 руб. и постоянным дивидендом

дендом – 10% годовых, приобретенной на вторичном рынке за 1 200 руб. и проданной через два года за 1 300 руб.

Ответ: 12,5%.

**Задача 3:** Рассчитайте доходность акции, купленной за 100 руб. и проданной через два года и 100 дней за 121 руб. Год считайте равным 365 дней.

Ответ: 9,235%.

**Задача 4:** Найдите внутреннюю стоимость акции, номиналом 1 200 руб., рыночной – 480 руб., с постоянным дивидендом 5% годовых, зная что банковская ставка процента равна – 12% годовых. Что нужно делать с акцией – продавать или покупать?

Ответ: 500 руб., покупать.

**Задача 5:** Рассчитайте внутреннюю стоимость акции, номиналом 900 руб., с дивидендом – 5% годовых, который: а) не изменяется б) растет в год на 0,01%. Ставка банковского процента – 3% годовых.

Ответ: а) 1 500 руб.; б) 1 505,02 руб.

**Задача 6:** Определите внутреннюю стоимость облигации номиналом 950 руб., годовым купонным доходом 20 руб. и сроком обращения три года, если ставка дисконтирования равна 6% годовых.

Ответ: 851,1 руб.

**Задача 7:** Найдите внутреннюю стоимость облигации со сроком обращения четыре года, годовым купонным доходом 10% и номинальной стоимостью 1 100 руб. Ставка дисконтирования – 7%.

Ответ: 1211,78 руб.

**Задача 8:** Рассчитайте внутреннюю стоимость облигации номиналом 2 000 руб. и сроком обращения три года, по которой каждый квартал выплачивается по 100 руб. купонного дохода. Ставка дисконтирования – 5% годовых.

Ответ: 2830,95 руб.

**Задача 9:** Определите внутреннюю стоимость облигации номиналом 2 500 руб., сроком обращения 2,5 года и годовым купоном – 10% годовых, при условии, что купонные выплаты производятся один раз в полугодие, а ставка дисконтирования равна 12% годовых.

Ответ: 2394,69руб.

**Задача 10:** Номинальная цена векселя 2 млн. руб., ставка дисконта 7%, до погашения остается 30 дней. Определите внутреннюю стоимость векселя. Временная база 360 дней.

Ответ: 1,99 млн. руб.

**Задача 11:** Инвестор ожидает получить доходность от операции с векселем в размере 9%. Определите ожидаемую рыночную цену покупки векселя, если его номинал равен 15 тыс. руб., срок погашения 15 дней. Временная база 360 дней.

Ответ: 14,94 тыс. руб.

**Задача 12:** Номинал векселя равен 150 тыс. руб. Вексель процентный, по нему начисляют 14% годовых. С начала начисления процентов до момента предъявления векселя к оплате прошло 20 дней. Определите сумму начисленного процентного дохода. Временная база 365 дней.

Ответ: 1,15 тыс. руб.

## *Рекомендуемая литература*

1. Бочаров, П. П. Финансовая математика : учебник / П. П. Бочаров, Ю. Ф. Касимов. – Москва : Физматлит, 2007. – 576 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69349>
2. Хамидуллин, Р. Я. Финансовая математика : учебное пособие : [16+] / Р. Я. Хамидуллин. – Москва : Университет Синергия, 2019. – 220 с. : табл. – (Университетская серия). – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=571497>
3. Малыхин, В. И. Финансовая математика : учебное пособие / В. И. Малыхин. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва : Юнити-Дана, 2017. – 235 с. : ил., табл., граф. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=615935>
4. Вахрушева, Н. В. Финансовая математика : учебное пособие : [16+] / Н. В. Вахрушева. – Москва ; Берлин : Директ-Медиа, 2014. – 180 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=258793>
5. Ивлиев, М. Н. Финансовая математика : методы и модели в экономике : [16+] / М. Н. Ивлиев, Л. А. Коробова, К. В. Чекудаев ; науч. ред. Д. С. Сайко. – Воронеж : Воронежский государственный университет инженерных технологий, 2019. – 93 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=601481>
6. Набатова, Д. С. Финансовая математика в таблицах Excel : учебное пособие : [16+] / Д. С. Набатова, В. В. Угрозов ; Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации. – КНОРУС, 2023. – 216 с. : ил., табл. – (Бакалавриат). – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=700674>
7. Ананьев, Б. И. Модели финансовой математики : учебное пособие / Б. И. Ананьев, Н. В. Гредасова ; науч. ред. А. Н. Сесекин ; Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б. Н. Ельцина. – Екатеринбург : Издательство Уральского университета, 2019. – 111 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=696526>

ИЗМАЙЛОВА АННА СЕРГЕЕВНА

**Практикум по дисциплине «Финансовая математика»**

для студентов направления подготовки 38.03.01 Экономика,  
очно-заочной формы обучения

|  |                                  |                |
|--|----------------------------------|----------------|
| Подписано в печать<br>23.11.2023 г.        |                                  |                |
| Формат 60x90 <sub>1/16</sub><br>Рег. № 261 | Печать цифровая<br>Тираж 10 экз. | Уч.-изд.л. 1,5 |

ФГАОУ ВО

«Национальный исследовательский технологический университет «МИСИС»

Новотроицкий филиал

462359, Оренбургская область, г. Новотроицк, ул. Фрунзе, 8.

Е-mail: [nf@misis.ru](mailto:nf@misis.ru)

Контактный тел. 8 (3537) 67-97-29