МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«МИСиС»
НОВОТРОИЦКИЙ ФИЛИАЛ

Кафедра математики и естествознания

С.М. Ожегова

МЕХАНИКА. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА. ТЕРМОДИНАМИКА

Учебно-методическое пособие по физике
для выполнения контрольной работы студентами заочной формы обучения
направлений подготовки 09.03.03 Прикладная информатика,
13.03.02 Электроэнергетика и электротехника,
15.03.02 Технологические машины и оборудование,
13.03.01 Теплоэнергетика и теплотехника, 22.03.02 Металлургия
18.03.01 Химическая технология

Новотроицк, 2020

УДК 53
ББК 22.3
О 45

Рецензенты:

Гюнтер Д.А., *кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математики и естествознания Новотроицкого филиала ФГАОУ ВО «Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС»*

Саблин А.В., *кандидат технических наук, старший научный сотрудник лаборатории улавливания химических продуктов коксования АО «Восточный научно-исследовательский углехимический институт»*

Ожегова С.М. Механика. Молекулярная физика. Термодинамика: учебно-методическое пособие по физике. – Новотроицк: НФ НИТУ «МИСиС», 2020. – 94 с.

Учебно-методическое пособие предназначено для студентов направлений подготовки 09.03.03 Прикладная информатика, 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника, 15.03.02 Технологические машины и оборудование, 13.03.01 Теплоэнергетика и теплотехника, 22.03.02 Металлургия, 18.03.01 Химическая технология, заочной формы обучения. Пособие составлено в соответствии с программой курса «Физика» для студентов технических направлений подготовки и предназначено для выполнения контрольной работы и подготовки студентов к сдаче экзамена в первом семестре.

В пособии приведены основные понятия, законы, формулы, примеры решения задач, текст контрольной работы.

Рекомендовано Методическим советом НФ НИТУ «МИСиС»

Содержание

Введение

Учебная работа студента-заочника по изучению физики складывается из следующих основных элементов: самостоятельного изучения физики по учебным пособиям, решения задач, выполнения контрольных и лабораторных работ, сдачи зачётов и экзаменов.

Самостоятельная работа по учебным пособиям. Самостоятельная работа по учебным пособиям является главным видом работы студента-заочника. Студентам рекомендуется следующее.

1. Изучать курс систематически в течение всего учебного процесса. Изучение физики в сжатые сроки перед экзаменом не даст глубоких и прочных знаний.

2. Выбрав какое-либо учебное пособие в качестве основного для определённой части курса, придерживайтесь данного пособия при изучении всей части или, по крайней мере, её раздела. Замена одного пособия другим в процессе изучения может привести к утрате логической связи между отдельными вопросами. Но если основное пособие не даёт полного и ясного ответа на некоторые вопросы программы, необходимо обращаться к другим учебным пособиям.

3. При чтении учебного пособия составляйте конспекты, в которых записывайте законы и формулы, выражающие эти законы, определения физических величин и их единиц, делайте чертежи и решайте типовые задачи. При решении задач следует пользоваться Международной системой единиц (СИ).

4. Самостоятельную работу по изучению физики подвергайте систематическому контролю. Для этого после изучения очередного раздела следует ставить вопросы и отвечать на них. При этом надо использовать рабочую программу по физике.

5. Прослушать курс лекций по физике, организуемый для студентов-заочников. Пользуйтесь очными консультациями преподавателей.

При изучении физики студент встречается со многими единицами физических величин. Без основательного знания единиц, без умения пользоваться ими при решении физических задач, невозможно усвоить курс физики и тем более применять физические значения на практике.

Решение задач. Систематическое решение задач – необходимое условие успешного изучения курса физики. Решение задач помогает уяснить физический смысл явлений, закрепляет в памяти формулы, прививает навыки практического применения теоретических знаний.

При решении задач необходимо выполнять следующее:

1. Указать основные законы и формулы, на которых базируется решение, и дать словесную формулировку этих законов, разъяснить буквенные обозначе-

ния формул. Если при решении задач применяется формула, полученная для частного случая, не выражающая какой-нибудь физический закон, или не являющаяся определением какой-нибудь физической величины, то её следует вывести.

2. Дать чертёж, поясняющий содержание задачи (в тех случаях, когда это возможно); выполнять его надо аккуратно с помощью чертёжных принадлежностей.

3. Решение задачи сопроводить краткими, но исчерпывающими пояснениями.

4. Решить задачу в общем виде, т. е. выразить искомую величину в буквенных обозначениях величин, заданных в условии задачи и взятых из таблицы. Физические задачи весьма разнообразны, и дать единый рецепт их решения невозможно. Однако, как правило, их следует решать в общем виде - при этом способе решения не производятся вычисления промежуточных величин, числовые значения подставляются только в окончательную (рабочую) формулу, выражающую искомую величину.

5. Подставить в рабочую формулу размерности или обозначения единиц и убедиться в правильности размерности искомой величины или её единицы.

6. Выразить все величины, входящие в рабочую формулу, в единицах СИ и выписать их для наглядности столбиком.

7. Подставить в окончательную формулу, полученную в результате решения задачи в общем виде, численные значения величин, выраженные в единицах одной системы. Несоблюдение этого правила приведёт к неверному результату. Исключения из этого правила допускаются лишь для тех однородных величин, которые входят в виде сомножителей в числитель и знаменатель формулы с одинаковыми показателями степени. Такие величины не обязательно выражать в единицах той системы, в которой ведётся решение задачи. Их можно выразить в любых, но только одинаковых единицах.

8. Произвести вычисление величин, подставленных в формулу, руководствуясь правилами приближённых вычислений, запишите в ответе численное значение и сокращённое наименование единицы искомой величины.

Выполнение контрольных работ студентом и рецензирование их преподавателем преследуют две цели: во-первых, осуществление вузом контроля работы студентов; во-вторых, оказание им помощи в вопросах слабо усвоенных или непонятных.

К выполнению контрольных работ по каждому разделу физики студент-заочник приступает только после изучения материала, соответствующего данному разделу программы, внимательного ознакомления с примерами, помещёнными в данном пособии.

При выполнении контрольных работ студенту необходимо руководствоваться следующим:

1. Контрольные работы выполняются в обычной школьной тетради.

2. Контрольная работа выполняется чернилами. Для замечаний преподавателя на страницах оставляются поля. Каждая следующая задача должна начинаться с новой страницы. Условия задач переписываются полностью без сокращений.

3. Решения задач должны сопровождаться исчерпывающими, но краткими объяснениями, раскрывающими физический смысл употребляемых формул, и выполняться в соответствии с правилами, изложенными в параграфе «Решение задач».

4. В конце контрольной работы указывается, каким учебником или учебным пособием студент пользовался при изучении физики (название учебника, автор, год издания). Это делается для того, чтобы рецензент в случае необходимости мог указать, что следует студенту изучить для завершения контрольной работы.

5. Высылать на рецензию следует одновременно не более одной работы. Во избежание одних и тех же ошибок очередную работу следует высылать только после получения рецензии на предыдущую. Если контрольная работа при рецензировании не зачтена, студент обязан представить её на повторную рецензию, включив в неё те задачи, решения которых оказались неверными. Повторная работа представляется вместе с незачтенной работой.

6. Зачтённые контрольные работы предъявляются экзаменатору. Студент должен быть готов во время экзамена дать пояснения по существу решения задач, входящих в его контрольные работы.

Контрольные работы по содержанию распределяются следующим образом: 1 – физические основы механики; молекулярная физика, термодинамика; 2 – электростатика, постоянный ток; электромагнетизм, электромагнитные колебания и волны, оптика, квантово-оптические явления; элементы атомной физики.

Каждая контрольная работа для студентов-заочников включает 10 задач из соответствующего варианта. Определение варианта задания проводится по единой для всех двух контрольных работ таблице вариантов в соответствии с последней цифрой шифра (таблица № 1).

Таблица 1 - Таблица вариантов

№ варианта	№ задачи								
1	101	111	121	131	141	151	161	171	181	191
2	102	112	122	132	142	152	162	172	182	192
3	103	113	123	133	143	153	163	173	183	193
4	104	114	124	134	144	154	164	174	184	194
5	105	115	125	135	145	155	165	175	185	195
6	106	116	126	136	146	156	166	176	186	196
7	107	117	127	137	147	157	167	177	187	197
8	108	118	128	138	148	158	168	178	188	198
9	109	119	129	139	149	159	169	179	189	199
10	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200

Раздел 1. Физические основы механики

Тема 1.1 Кинематика поступательного и вращательного движения

1.1.1 Основные вопросы теории

Поступательное движение – это движение, при котором все точки тела двигаются одинаково.

Вращательное движение – это движение, при котором все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на прямой, называемой осью вращения.

Поступательное движение. Способы задания положения тела в пространстве

Положение точки в пространстве обычно описывают при помощи радиус-вектора или уравнение движения этой точки записывают в координатной (скалярной) форме:

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases} \quad - \quad \text{уравнение движения}$$

Радиус-вектор – это направленный отрезок, соединяющий начало координат с положением точки в пространстве, проекции которого на соответствующей оси равны координатам точки.

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

Перемещение – направленный отрезок, соединяющий начальное положение точки с последующим.

$$\vec{s} = \Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = (x_2 - x_1)\vec{i} + (y_2 - y_1)\vec{j} + (z_2 - z_1)\vec{k} = \Delta x\vec{i} + \Delta y\vec{j} + \Delta z\vec{k}$$

$$|\vec{s}| = |\Delta\vec{r}| = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}$$

Скорость материальной точки

Два различных движения для которых одно и тоже перемещение $\Delta\vec{r}$ совершилось за разные промежутки времени, характеризуются разной быстротой изменения положения точки, т.е. **средней скоростью.**

$$\vec{v}_{ср} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

Мгновенная скорость- это векторная величина, равна первой производной радиус-вектора движущейся точки по времени

Физический смысл $\vec{v}$: показывает какое перемещение совершает тело за единицу времени.

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}(x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}) = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = \sqrt{(\frac{dx}{dt})^2 + (\frac{dy}{dt})^2 + (\frac{dz}{dt})^2}$$

Направление скорости: по касательной к траектории $\vec{v} \uparrow\uparrow d\vec{r}$.

$[v] = м/с$.

Ускорение материальной точки

В реальных условиях тела редко движутся с постоянной скоростью.

Быстрота изменения скорости будет характеризоваться **средним ускорением**.

$$\vec{a}_{ср} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

Мгновенное ускорение – это физическая величина, равная первой производной скорости по времени.

Физический смысл $\vec{a}$: показывает как изменяется скорость за единицу времени.

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}) = \frac{dv_x}{dt}\vec{i} + \frac{dv_y}{dt}\vec{j} + \frac{dv_z}{dt}\vec{k} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = \sqrt{(\frac{d^2x}{dt})^2 + (\frac{d^2y}{dt})^2 + (\frac{d^2z}{dt})^2}$$

Направление ускорения совпадает с направлением $d\vec{v}$: $a \uparrow\uparrow d\vec{v}$

$[a] = m/c^2$.

Частные случаи поступательного движения материальной точки

I. Равномерное прямолинейное движение

Движение называется **прямолинейным**, если траектория движения- прямая линия.

Движение называется **равномерным**, если вектор скорости есть величина постоянная.

$$\vec{v} = const \Rightarrow \begin{cases} 1. v = const \\ 2. направление \quad \vec{v} \quad не \quad изменяется \end{cases}$$

Воспользуемся определением мгновенной скорости:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \Rightarrow d\vec{r} = \vec{v}dt$$

Проинтегрируем обе части данного выражения:

$$\int_{\vec r_0}^{\vec r} d\vec r = \int_0^t \vec v dt$$

После интегрирования получим:

$$\vec r - \vec r_0 = \vec v t$$

$$\vec r = \vec r_0 + \vec v t \Rightarrow \begin{cases} x = x_0 + v_x t \\ y = y_0 + v_y t \\ z = z_0 + v_z t \end{cases}$$

II. Равноускоренное прямолинейное движение

Движение называется **равноускоренным**, если вектор есть величина постоянная.

$$\vec a = const \Rightarrow \begin{cases} 1. a = const \\ 2. \textit{напраление} \quad \vec a \quad \textit{не} \quad \textit{изменяется} \end{cases}$$

Воспользуемся определением мгновенного ускорения:

$$\vec a = \frac{d\vec v}{dt} \Rightarrow d\vec v = \vec a dt$$

Проинтегрируем обе части данного выражения:

$$\int_{\vec v_0}^{\vec v} d\vec v = \int_0^t \vec a dt$$

После интегрирования получим:

$$\vec v - \vec v_0 = \vec a t$$

$$\vec v = \vec v_0 + \vec a t$$

Воспользуемся определением мгновенной скорости:

$$\vec v = \frac{d\vec r}{dt} \quad d\vec r = \vec v dt$$

Проинтегрируем обе части данного выражения:

$$\int_{\vec r_0}^{\vec r} d\vec r = \int_0^t \vec v dt = \int_0^t (\vec v_0 + \vec a t) dt$$

После интегрирования получим:

$$\vec r - \vec r_0 = \vec v_0 t + \frac{\vec a t^2}{2}$$

$$\vec r = \vec r_0 + \vec v_0 t + \frac{\vec a t^2}{2}$$

III. Поступательное движение точки по дуге окружности

Движение называется **криволинейным**, если траектория движения - непрямая линия.

В общем случае произвольного криволинейного движения вектор скорости может меняться и по величине и по направлению. Направление $\vec{v}$ совпадает с касательной к траектории.

Полное ускорение определяется по формуле

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau$$

где: a_τ – тангенциальное ускорение, характеризует изменение скорости по модулю и направлено по касательной к траектории.

a_n – нормальное ускорение, характеризует изменение скорости по направлению за единицу времени, направлено перпендикулярно вектору скорости к центру окружности O.

Модуль ускорения определяется формулой:

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}$$

Модуль тангенциального ускорения определяется по формуле:

$$\boxed{a_\tau = \frac{dv}{dt}}$$

Модуль нормального ускорения определяется по формуле:

$$\boxed{a_n = \frac{v^2}{R}}$$

Вращательное движение материальной точки

Для описания вращения удобно ввести **угловое смещение** φ - это физическая величина равная углу поворота радиус-вектора движущейся точки относительно начального положения.

Или говорят: положение точки на окружности можно задать углом поворота.

$$\boxed{\vec{\varphi} = \vec{\varphi}(t)} \text{ – } \textbf{закон движения}$$

Направление угла φ определяется по правилу буравчика (правого винта : если направление вращательного движения винта совпадает с вращением точки, то его поступательное движение совпадает с направлением. Единицы измерения углового смещения

$$[\varphi] = рад$$

Для характеристики вращательного движения вводит среднюю угловую скорость:

$$\vec{\omega}_{ср} = \frac{\Delta\vec{\varphi}}{\Delta t}$$

Угловая скорость – это физическая величина равная первой производной угла поворота по времени

Физический смысл ω: характеризует быстроту изменения угла поворота.

Направление: $\vec{\omega} \uparrow\uparrow d\vec{\varphi}$ ($\vec{\omega}$ – псевдовектор).

Точка приложения векторов $d\vec{\varphi}$; $\vec{\omega}$ произвольна, но удобно (хотя и необязательно) совместить этот вектор с осью вращения.

$[\omega] = \frac{рад}{с} = \frac{1}{с} = с^{-1}$.

Быстроту изменения угловой скорости характеризует **среднее угловое ускорение**:

$$\vec{\varepsilon}_{ср} = \frac{\Delta\vec{\omega}}{\Delta t}$$

Переходим к пределу для бесконечно малого промежутка времени $\Delta t \to 0$, то получаем значение мгновенного углового ускорения.

$$\vec{\varepsilon} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{\omega}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

Угловое ускорение – это физическая величина, равная первой производной угловой скорости по времени.

Физический смысл: угловое ускорение характеризует изменение угловой скорости в единицу времени.

Направление $\vec{\varepsilon}: \Delta\omega > 0$ То есть $\omega_2 > \omega_1$, то $\vec{\varepsilon} > 0$

$\Delta\omega < 0$ то есть $\omega_2 < \omega_1$, то $\vec{\varepsilon} < 0$

$$[\varepsilon] = \frac{рад}{c^2} = \frac{1}{c^2} = c^{-2}$$

Связь между угловыми и линейными параметрами

По определению:

$$\omega = \frac{v}{R}, \text{ тогда } \quad v = \omega \cdot R$$

Подставим последнее выражение в формулы вычисления нормального и тангенциального и полного ускорений:

1. $a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{\omega^2 R^2}{R} = \omega^2 R$

2. $a_\tau = \frac{dv}{dt} = \frac{d(\omega R)}{dt} = R\frac{d\omega}{dt} R\varepsilon$

3. $a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} = \sqrt{\omega^4 R^2 + R^2\varepsilon^2} = R\sqrt{\omega^4 + \varepsilon^2}$

Вопросы для проверки знаний

1. Дайте определение радиус-вектора. Сделайте пояснительный рисунок.
2. Что называется траекторией движения, пройденным путем, перемещением?
3. Укажите способы задания положения тела в пространстве, напишите уравнения движения.
4. Сформулируйте определение линейной скорости, запишите формулу, укажите физический смысл величины, направление и единицы измерения.
5. Сформулируйте определение линейного ускорения, запишите формулу, укажите физический смысл величины, направление и единицы измерения.
6. Сформулируйте определение нормального ускорения, запишите формулу, укажите физический смысл величины, направление и единицы измерения.
7. Сформулируйте определение тангенциального ускорений, запишите формулу, укажите физический смысл величины, направление и единицы измерения.
8. Сформулируйте определение угловой скорости, запишите формулу, укажите физический смысл величины, направление и единицы измерения.

9. Сформулируйте определение углового ускорения, запишите формулу, укажите физический смысл величины, направление и единицы измерения.

10. Запишите формулы связывающие линейные и угловые величины.

1.1.2 Примеры решения задач

Пример1:

Движение тела массой 1 кг задано уравнением $s = 6t^2 + 3t + 2$. Найти зависимость скорости и ускорения от времени.

Вычислить силу, действующую на тело в конце второй секунды.

Дано: *m=1 кг;* $s = 6t^2 + 3t + 2$*; t=2 с.*

Найти: *v(t); a(t); F.*

Решение:

1.Мгновенную скорость находим как производную от пути по времени:

$$\upsilon = \frac{ds}{dt}; \ \upsilon = 12t + 3.$$

2.Мгновенное ускорение определяется первой производной от скорости по времени или второй производной от пути по времени:

$$\alpha = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 s}{dt^2}; \ \alpha = 12\, м/с^2.$$

3.Сила, действующая на тело, определяется по второму закону Ньютона: *F=ma*, где *a,* согласно условию задачи, ускорение в конце второй секунды. Тогда,

$$F=m \cdot 12; \ F=1\, кг \cdot 12\, м/с^2=12\, Н.$$

Ответ: $\upsilon = 12t + 3$*; a=12 м/с; F=12 Н.*

Пример 2:

Тело вращается вокруг неподвижной оси по закону $\varphi = A+Bt+Ct^2$, где А=10 рад, В=20 рад/с, С=-2 рад/с. Найти полное ускорение точки, находящейся на расстоянии г=0,1 м от оси вращения, для момента времени 1=4 с.

Дано: $\varphi = A+Bt+Ct^2$*; r=0,1 м; t=4 с.*

Найти: *a.*

Решение:

1.Полное ускорение а точки, движущейся по кривой линии, может быть найдено как геометрическая сумма тангенциального ускорения $a_{1,}$ направленного по касательной к траектории, и нормального ускорения $a_{п,}$ направленного к центру кривизны траектории

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n .$$

2.Так как векторы a_τ и a_n взаимно перпендикулярны, то модуль ускорения:

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$$

3.Модули нормального и тангенциального ускорения точки вращающегося тела выражаются формулами

$$a_\tau = \varepsilon \cdot r , \; a_\tau = \omega^2 r ,$$

где ω–модуль угловой скорости тела;

ε–модуль его углового ускорения.

4.Подставляя выражения a_τ и a_n в формулу а, находим

$$a = \sqrt{\varepsilon^2 \cdot r^2 + \omega^4 r^2} = r\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^2} .$$

5.Угловую скорость ω, найдем, взяв первую производную угла поворота по времени:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \mathrm{B} + 2 \cdot Ct .$$

В момент времени t=4 с модуль угловой скорости

$$\omega = [20 + 2(-2)] \; рад/с = 4 \; рад/с.$$

6.Угловое ускорение найдем, взяв первую производную от угловой скорости по времени:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = 2C = -4 рад / c^2$$

7.Подставляя значения ω, ε и r в формулу пункта 4, получаем

$$a = 0.1\sqrt{(-4)^2 + 4^2}\, м/с^2 = 1{,}65\ м/с^2.$$

Ответ: a=1,65 м/с^2.

Пример 3:

Уравнение движения материальной точки вдоль оси имеет вид $x = A + Bt + Ct^3$, где A = 2м, B = 1 м/с, C = –0,5 м/с^3. Найдите координату x, скорость υ и ускорение a точки в момент времени t = 2 с.

Дано: A = 2м, B = 1 м/с, C = –0,5 м/с^3, t = 2 с

Найти: $x = ?\upsilon_x = ?a_x = ?$

Решение:

1.Координату x найдём, подставив в уравнение движения числовые значения коэффициентов A, B, C и времени t:

$$x = 2 + 1\cdot 2 - 0,5\cdot 2^3 = 0\,(\text{м}).$$

2.Мгновенная скорость есть первая производная от координаты по времени:

$$\upsilon_x = \frac{dx}{dt} = B + 3Ct^2.$$

3.Ускорение точки найдём, взяв первую производную от скорости по времени:

$$a_x = \frac{d\upsilon_x}{dt} = 6Ct.$$

4.В момент времени t = 2 с:

$$\upsilon_x = (1 - 3\cdot 0{,}5\cdot 2^2)\, м/с = -5\, м/с;$$
$$a_x = 6\cdot(-0{,}5)\cdot 2 = -6\, м/с^2.$$

*Ответ***:** *x = 0 м;* $\upsilon_x = -5\, м/с$; $a_x = -6\, м/с^2$.

Тема 1.2 Динамика поступательного движения

1.2.1 Основные вопросы теории

Динамика – раздел механики, занимающийся изучением движения тел в зависимости от действия приложенных к ним сил. В основе динамики лежат законы Ньютона.

Законы Ньютона.

Законы динамики устанавливают связь между движением тела и причинами, которые вызвали это движение. Законы динамики есть законы взаимодействия тел, определяющие движение одного тела относительно другого.

I закон Ньютона:

Существуют такие системы отсчета относительно которых материальная точка (тело) сохраняют состояние покоя или равномерно прямолинейно движется, если на неё (него) не действуют другие тела или действие этих сил компенсировано.

Стремление тела сохранять свою скорость постоянной называется **инерцией.**

I закон – закон инерции, он выполняется не для всех систем отсчета.

Системы отсчета, относительно которых выполняется I закон называются **инерциальные системы отсчета.**

Опытным путем установлено, что инерциальной можно считать гелиоцентрическую (звездную) систему отсчета, можно считать систему отсчета связанную с Землей.

Все с.о. покоящиеся или движущиеся с постоянной скоростью тоже считают инерциальные.

Неинерциальные – движущиеся с ускорением относительно Земли.

Из опыта известно, что при одинаковых воздействиях различные тела приобретают различные ускорения. Это свойство самого тела называется инертностью.

Масса тела – мера инертности тела.

Сила – это физическая величина, являющаяся мерой воздействия на тело других тел или полей.

II закон Ньютона:

Ускорение, приобретаемое материальной точкой (телом), пропорционально вызывающей его силе, с нею по направлению и обратно пропорционально массе материальной точки (тела).

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

При решении задач удобно пользоваться вторым законом Ньютона , записанным в другом виде:

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}).$$

Векторная величина равная произведению $m\vec{v}$ и имеющая направление скорости называется **импульсом.**

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

$\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ - более общая формула II закона Ньютона, **основной закон динамики поступательного движения:**

Скорость изменения импульса материальной точки равна действующей на неё силе.

$[\vec{F}] = H$ $[m] = кг$

III закон Ньютона:

Всякое действие материальных точек (тел) друг на друга, носит характер взаимодействия; силы, с которыми действуют материальные точки, всегда равны по модулю, противоположно направлены и действуют вдоль прямой, соединяющей эти точки:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}.$$

Эти силы приложены к разным материальным точкам (телам), всегда действуют парами и являются силами одной природы.

Вопросы для проверки знаний

1. Какие системы отсчета называются инерциальными?
2. Дайте определение инертности, инерции.
3. Сформулируйте первый закон Ньютона.
4. Что называется массой, силой, равнодействующей силой? Назовите их единицы измерения
5. Сформулируйте второй закон Ньютона через ускорение и через импульс.
6. Сформулируйте третий закон Ньютона. Приведите пример, сделайте пояснительный рисунок.

7. Дайте определение силы тяжести по схеме: определение, формула, точка приложения, направление.

8. Дайте определение веса тела по схеме: определение, формула, точка приложения, направление.

9. Дайте определение силы упругости по схеме: определение, формула, точка приложения, направление.

10. Дайте определение силы трения по схеме: определение, формула, точка приложения, направление.

1.2.2 Примеры решения задач

Пример 4:

Груз массой 30 кг равноускоренно поднимают с помощью каната вертикально вверх с течением 3 с на высоту 15 м. Определите силу натяжения каната.

Дано: *m=30 кг; t=3 с; h=15 м*

Найти: *T*

Решение:

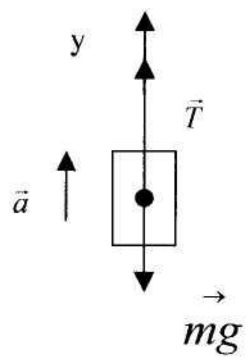


Рисунок 1 – Применение второго закона Ньютона к решению задачи

1. На груз действуют: $m\vec{g}$ – сила тяжести; $\vec{T}$ – сила натяжения каната. Так как груз движется равноускоренно вверх, то и вектор ускорения $\vec{a}$ так же направлен вверх.

2. Запишем для груза уравнение второго закона Ньютона:

$$\vec{T} + m\vec{g} = m\vec{a}$$

3. Выберем ось y в направление движения груза и найдем проекции сил на эту ось:

$$T - mg = m\vec{a}$$

Тогда:

$$T = ma + mg$$

4. Так как движение равноускоренное и начальная скорость равна 0, то

$$h = \frac{at^2}{2}, \textit{ откуда } a = \frac{2h}{t^2}$$

Тогда $$T = m \cdot (g + \frac{2h}{t^2})$$

5. Найдем значение Т:

$$T = 30 \cdot (9{,}8 + \frac{2 \cdot 15}{3^2}) = 394\ H$$

Ответ: *394 Н*

Пример 5:

Брусок массой *2 кг* скользит по горизонтальной поверхности стола под действием груза массой *0,5 кг*, прикрепленного к концу нерастяжимой нити, перекинутой через неподвижный блок. Коэффициент трения бруска о поверхность *0,1*. Найти ускорение движения тела.

Дано: m_1*=2m;* m_2*=0,5 кг;* μ*=0,1.*

Найти: *а-?*

Решение:

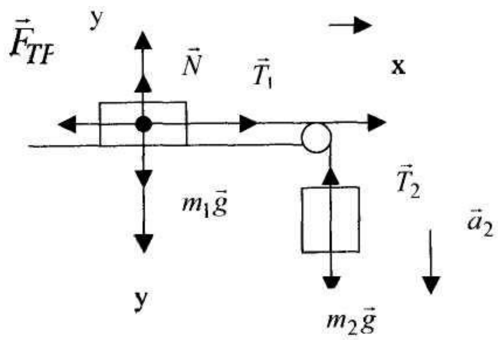


Рисунок 2 – Применение второго закона Ньютона к решению задачи 5

1.Рассмотрим движение каждого груза отдельно.

На брусок действуют: $m_1\vec{g}$ – сила тяжести; $\vec{T}_1$–сила натяжения нити; $\vec{N}$ – сила реакции опоры; $\vec{F}_{TP}$–сила трения.

2.Запишем для бруска II закон Ньютона:

$$m_1\vec{g} + \vec{N} + \vec{T}_1 + \vec{F}_{TP} = m_1\vec{a}_1$$

3.Спроектируем уравнение на выбранные направления осей x и y:

$$ox: \; T_1 - F_{тр} = m_1 a_1$$
$$oy: \; m_1 g - N = 0$$

Так как $F_{тр} = \mu \cdot N$, а из пункта 3 $N = m_1 g$, то система примет вид

$$T_1 - \mu \cdot m_1 g = m_1 \, a_1$$

4.На груз действуют силы: $m_2\vec{g}$ – сила тяжести; $\vec{T}_2$ –сила натяжения нити.
5.Запишем для груза II закон Ньютона:

$$m_2\vec{g} + \vec{T}_2 = m_2\vec{a}_2$$

6.Спроектируем уравнение на ось y:

$$m_2 g - T_2 = m_2 a$$

7.Решаем совместно систему уравнений из пунктов 3 и 6:

$$\begin{cases} T_1 - \mu \cdot m_1 g = m_1 a_1 \\ m_2 g - T_2 = m_2 a_2 \end{cases}$$

Учитывая, что

$$T_1 = T_2 = T; \, a_1 = a_2 = a.$$

получаем:

$$\begin{cases} T - \mu \cdot m_1 g = m_1 a \\ m_2 g - T = m_2 a \end{cases}$$

$$m_2 g - \mu \cdot m_1 g = a(m_1 + m_2)$$
$$a = \frac{m_2 g - \mu \cdot m_2 g}{m_1 + m_2}$$

8.Найдем значение: $a = \dfrac{0{,}5 \cdot 9{,}8 - 0{,}1 \cdot 2 \cdot 9{,}8}{0{,}5 + 2} = 1{,}2 \; м/с^2$

Ответ: *a=1,2 м/с*^{2}.

Тема 1.3 Законы сохранения импульса и энергии

1. 3.1 Основные вопросы теории

Закон сохранения импульса

Механическая система – совокупность материальных точек (тел), рассматриваемое как единое целое.

Внутренние силы – силы взаимодействия между материальными точками механической системы.

Внешние силы – силы, с которыми на материальные точки системы действуют внешние тела.

Замкнутая система – механическая система тел, на которую не действуют внешние силы.

Закон сохранения импульса: импульс замкнутой системы не изменяется с течением времени.

P=const

Изменение импульса системы равна суммарному импульсу сил, действующих на тело,
то есть, чтобы изменить импульс системы (тела) , нужно подействовать какой-нибудь силой.

$d\vec{p} = (\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ... + \vec{F}_N)dt$

Центр масс. Движение центра масс

Центром масс системы называют точку C, которая делит расстояние между материальными точками обратно пропорционально отношению их масс. Возьмем две точки, расстояние между которыми ℓ, а массы m_1 и m_2.
0 – начало отсчета; 0X – координатная прямая; x_1 - координата первой точки; x_2 - координата второй точки.

$\ell = x_2 - x_1$

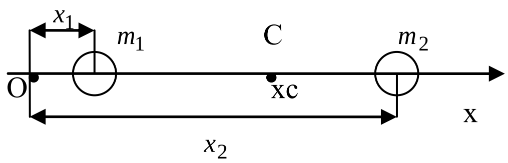


Рисунок 3 - Расположение центра масс

Выразим координату центра масс системы:

$$x_c = \frac{m_2 x_2 + m_1 x_1}{m_1 + m_2}$$

Если система материальных точек является замкнутой, то суммарный импульс является постоянным $\sum_{i=1}^{N} m_i v_i = const$ следовательно $\vec{v}_c M = const$ и $\vec{v}_c = const$.

Работа. Мощность. К.П.Д

Скалярное произведение вектора силы на вектор перемещения называется **элементарной работой** силы $\vec{F}$ на бесконечно малом перемещении $\Delta\vec{r}$:

$$\Delta A = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r}$$

По определению $\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos\alpha$ - число.

$$\Delta A = |\vec{F}| \cdot |\Delta\vec{r}| \cdot \cos\alpha \quad \Delta A = F \cdot \Delta r \cdot \cos\alpha$$

Если α - острый, то $\cos\alpha > 0$ $\Delta A > 0$

$\alpha = \dfrac{\pi}{2}$, то $\cos\alpha = 0$ $\Delta A = 0$

α - тупой, то $\cos\alpha < 0$ $\Delta A < 0$

$[A] = 1Дж = 1Н \cdot 1м$.

Если на материальную точку действует не одна, а несколько сил, то равнодействующая всех сил равна $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ... + \vec{F}_N$

Элементарная работа равнодействующей силы определяется по формуле:

$$\vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = \vec{F}_1 \cdot \Delta\vec{r} + \vec{F}_2 \cdot \Delta\vec{r} + ... + \vec{F}_N \cdot \Delta\vec{r}$$

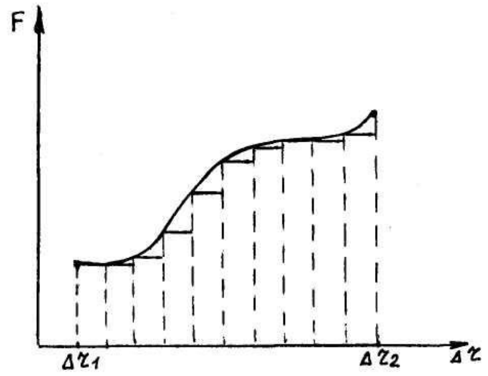
$A = A_1 + A_2 + ... + A_n$ - работа равнодействующей всех сил равна алгебраической сумме работ составляющих сил.

1) Если на тело действует $\vec{F} = const$, и траектория прямолинейная, то элементарная работа

$$\Delta A_i = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r}_i \quad \Delta A_i = F \cdot \Delta r_i \cdot \cos\alpha.$$

$$A = \sum_{i=1}^{N} A_i = F\cos\alpha \underbrace{\sum_{i=1}^{N} \Delta r_i}_{\Delta\ell} = F\Delta\ell\cos\alpha$$

2) Если на тело действует переменная сила $\vec{F}$ и известен график зависимости $F(\Delta r)$



$\Delta A = F \cdot \Delta r \cdot \cos\alpha$

$F_{\Delta r}$ проекция F на Δr.

$\Delta A = F_{\Delta r} \cdot \Delta r$

Рисунок 4 – График зависимости $F(\Delta r)$

Весь график разобьем на элементарные, бесконечно малые элементы, в пределах которых можно считать, что $\vec{F} = const$.

$$\Delta A_i = F_{\Delta ri} \cdot \Delta r_i$$

В пределе при $\Delta r_i \to 0$ $dA = F_{\Delta r} \cdot dr$ $A = \int\limits_{\Delta r_1}^{\Delta r_2} F_{\Delta r} \cdot dr$

Мощность – это физическая величина равная работе, совершаемой в единицу времени.

$$N = \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{\vec{F} \cdot \Delta\vec{r}}{\Delta t} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

$$N = F \cdot v \cdot \cos\alpha$$

$$[N] = 1Вт = \frac{1Дж}{1с}$$

$$к.п.д. = \eta = \frac{A_{полезная}}{A_{затраченная}} \cdot 100\%$$

Энергия. Виды энергии

Энергия – это физическая величина, характеризующая способность тел совершать работу.

II вида механической энергии:

кинетическая

потенциальная

$T=\frac{mv^2}{2}$ - кинетическая энергия, характеристика интенсивности движения, физическая величина, определяемая состоянием тела (функция состояния).

U = mgh – потенциальная энергия гравитационного взаимодействия;

U =kx^2\2 - потенциальная энергия упругого взаимодействия.

Свойства потенциальных полей:

I. $A=-\Delta u$ Работа равна убыли потенциальной энергии.

Работа в гравитационном поле не зависит от формы траектории, а зависит от начального и конечного положения точки в данном поле.

II. $\oint dA=\int_{h_2}^{h_1} dA=0$ Работа по замкнутому контуру в гравитационном поле всегда равна нулю.

Поле, обладающее свойствами I и II называется **потенциальным,** а функцию u – потенциальной энергией.

Силы, поля которых потенциальные, называются **консервативными.**

В поле консервативных тел нет превращений механической энергии в другие виды. Механическая энергия сохраняется. Консервативные силы всегда центральны.

Если поле неконсервативное, то силы называются **диссипативными** ($F_{трен}, F_{сопр}$) их работа всегда отрицательна.

В поле диссипативных сил происходит превращение механической энергии во внутреннюю.

III. $\vec{F}=F_x\vec{i}+F_y\vec{j}+F_z\vec{k}=-\left(\underbrace{\frac{du}{dx}\vec{i}+\frac{du}{dy}\vec{j}+\frac{du}{dz}\vec{k}}_{gradU}\right)$

$$\vec{F}=-\overrightarrow{grad}\quad u=-\vec{\nabla}u$$

Сила в каждой точке потенциального поля может быть определена как производная потенциальной энергии по соответствующим координатам.

$\vec{\nabla}$ - вектор, оператор Набла – сумма частных производных по соответствующим координатам.

Законы сохранения и не сохранения механической энергии

Обозначим:

$dA_{внеш}$ - работа внешних консервативных сил на бесконечно малом участке перемещения.

$dA^*_{внеш}$ - работа внешних неконсервативных сил на бесконечно малом участке перемещения.

$dA_{внут}$ - работа внутренних консервативных сил на бесконечно малом участке перемещения.
dT - бесконечно малое изменение кинетической энергии всех частиц системы.
Из I свойства потенциальных полей:

$$dA_{внеш} = -du_{внеш}$$

$$dA_{внут} = -du_{внут} \text{ (взаимодействия)}$$

$$-du_{внеш} + dA^* - du_{внут} = dT$$

$$dT + du_{внеш} + du_{внут} = dA^*$$

$$d(\underbrace{T + u_{внеш} + u_{внут}}_{полная \; механ \; энергия}) = dA^*$$

$$dE_{мех} = dA^*$$

Закон не сохранения механической энергии

Изменение полной механической энергии системы равно работе внешних неконсервативных сил.

Механическая энергия превращается во внутреннюю.

а) если $\sum_{i=1}^{N} \vec{f}_i^{\,*} = 0$, то $dA^* = 0$

$dE_{мех} = 0 \;\Rightarrow E_{мех} = T + u_{внеш} + u_{внут} = const$

Закон сохранения механической энергии для незамкнутой системы, если внешняя сила – консервативная.

б) если $\sum_{i=1}^{N} \vec{f}_i = 0$, то $u_{внеш} = 0$

$T + u_{внут} = const$

Закон сохранения механической энергии для замкнутой системы.
в) **Универсальный закон сохранения энергии**: Энергия не возникает из ничего и не исчезает бесследно, а лишь переходит из одного вида в другой.

Вопросы для проверки знаний

1. Что называется импульсом тела?
2. Что называется импульсом силы?
3. Сформулируйте и запишите закон сохранения импульса.
4. Что называется элементарной механической работой?
5. Как рассчитать работу постоянной силы?
6. Как рассчитать работу переменной силы?
7. Дайте определение механической энергии.

8. Что называется кинетической энергией? Какие тела обладают этой энергией?

9. Что называется потенциальной энергией? Назовите виды потенциальной энергии, запишите формулы.

10. Сформулируйте и запишите закон сохранения механической энергии.

1.3.2 Примеры решения задач

Пример 6:

На спокойной воде пруда перпендикулярно берегу и носом к нему стоит лодка массой M и длиной L. На корме стоит человек массой m. На какое расстояние s удалится лодка от берега, если человек перейдет с кормы на нос лодки? Силами трения и сопротивления пренебречь.

Дано: *M; L; m.*

Найти: *s*.

Решение.

1.Систему человек-лодка относительно горизонтального направления можно рассматривать как замкнутую Согласно следствию из закона сохранения импульса, внутренние силы замкнутой системы тел не могут изменить положение центра масс системы.

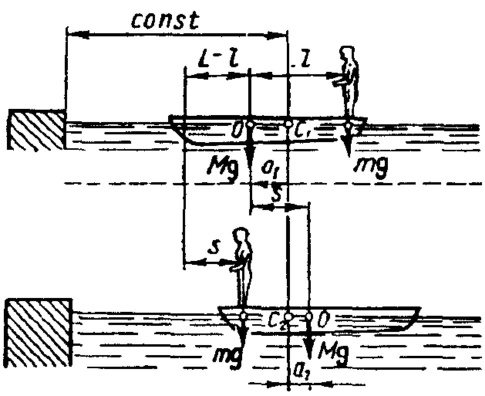


Рис. 3

Рисунок 5 - Расположение тел замкнутой системы

Применяя это следствие к системе человек-лодка, можно считать, что при перемещении человека по лодке центр масс системы не изменит своего положения, т.е. останется на прежнем расстоянии от берега.

2.Пусть центр масс системы человек-лодка находится на вертикали, проходящей в начальный момент через точку C_1 лодки, а после перемещения лодки–через другую ее точку C_2. Так как эта вертикаль неподвижна относительно берега, то искомое перемещение s лодки относительно берега равно перемещению лодки относительно вертикали. А это последнее легко определить по перемещению центра масс О лодки. Как видно из рис 3 в начальный момент точка О находится на расстоянии a_1 слева от вертикали, а после перехода человека–на расстоянии a_2 справа от вертикали. Следовательно, искомое перемещение лодки определим по формуле

$$s = a_1 + a_2 .$$

3.Для определения a_1 и a_2 воспользуемся тем, что результирующий момент сил, действующих на систему относительно горизонтальной оси, перпендикулярной продольной оси лодки, равен нулю. Поэтому для начального положения системы

$$Mga_1 = mg(l - a_1), \text{ откуда}$$
$$a_1 = \frac{ml}{M + m}$$

4.После перемещения лодки

$$Mgd_2 = mg(L - d_2 - l),$$

Откуда

$$a_2 = \frac{m(L - l)}{M + m}.$$

5.Подставив полученные выражения a_1 и a_2 в (1), найдем

$$s = \left(\frac{m}{M + m}\right) \cdot l + \left(\frac{m}{M + m}\right) \cdot (L - l), \text{ или } s = \left(\frac{m}{M + m}\right) \cdot L$$

Пример 7:

Шар массой m_1, движущийся горизонтально с некоторой скоростью υ_1, столкнулся с неподвижным шаром массой m_2. Шары абсолютно упругие, удар прямой, центральный. Какую долю ε своей кинетической энергии первый шар передал второму?

Дано: m_1; m_2; υ_1; υ_2=0.

Найти: ε.

Решение.

1.Доля энергии, переданной первым шаром второму, выразится отношением

$$\varepsilon = \frac{T_2}{T_1} = \frac{m_2 u_2^2}{m_1 u_1^2} = \frac{m_2}{m_1\left(\frac{u_2}{u_1}\right)^2},$$

где T_1 – кинетическая энергия первого шара до удара;

T_2 – кинетическая энергия второго шара после удара;

u_2 – скорость второго шара после удара.

2.Как видно из формулы (1), для определения ε надо найти u_2. Согласно условию задачи, импульс системы двух шаров относительно горизонтального направления не изменяется и механическая энергия шаров в другие виды не переходит. Пользуясь этим, найдем:

$$m_1 v_1 = m_1 u_1 + m_2 u_2;$$

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2}.$$

3.Решим совместно уравнения из пункта 2:

$$u_2 = \frac{2 m_1 v_1}{m_1 + m_2}.$$

4.Подставив это выражение u_2 в формулу пункта 1 и сократив на v_1 и m_1, получим

$$\varepsilon = \frac{m_2}{m_1\left[2 m_1 v_1 / v_1 (m_1 + m_2)\right]^2} = \frac{m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2}.$$

Из найденного соотношения видно, что доля переданной энергии зависит только от масс сталкивающихся шаров.

Пример 8:

Два шара массами m_1=2.5кг и m_2=1.5кг движутся, друг другу на встречу со скоростями $\vec{\upsilon}_1$= 6 м/с и $\vec{\upsilon}_2$= 2 м/с. Найти: 1) скорости шаров после удара, 2) кинетические энергии шаров до и после ударов, 3) энергию, затраченную на деформацию шаров при ударе. Удар считать прямым, неупругим, трением пренебречь.

Дано: m_1=2.5кг, m_2=1.5кг, $\vec{\upsilon}_1$ = 6 м/с, $\vec{\upsilon}_2$ = 2 м/с.
Найти: u = ?, W_1 = ?, W_2 = ?, $W_{деф}$ = ?
Решение:

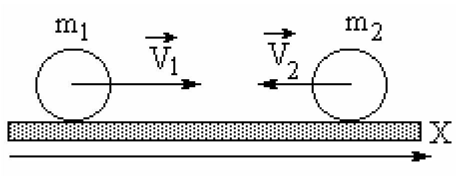


Рисунок 6 - Расположение тел до удара

1. Неупругие шары не восстанавливают после удара свою первоначальную форму. Следовательно, не возникают силы, способные оттолкнуть шары друг от друга. Поэтому шары после удара движутся совместно с одинаковой скоростью $\vec{u}$. Определим эту скорость по закону сохранения импульса. Ось X направим по вектору $\vec{\upsilon}_1$. В проекции на ось X закон сохранения имеет вид:

$$m_1\upsilon_1 - m_2\upsilon_2 = (m_1 + m_2)u$$
$$u = \frac{m_1\upsilon_1 - m_2\upsilon_2}{m_1 + m_2}$$

2.Проверка размерности:

$$[u] = \frac{кг \cdot м/с - кг \cdot м/с}{кг + кг} = \frac{м}{с},$$
$$u = \frac{2,5 \cdot 6 - 1,5 \cdot 2}{2,5 + 1,5} = 3\left(\frac{м}{с}\right).$$

3.Кинетическая энергия шаров до и после удара:

$$W_1 = \frac{m_1\upsilon_1^2}{2} + \frac{m_2\upsilon_2^2}{2},\ W_2 = \frac{(m_1 + m_2)u^2}{2}$$
$$[W] = \frac{кг \cdot м^2}{с^2} = Дж$$
$$W_1 = \frac{2,5 \cdot 6^2}{2} + \frac{1,5 \cdot 2^2}{2} = 48\ (Дж),\ W_2 = \frac{(2,5 + 1,5) \cdot 3^2}{2} = 18\ (Дж)$$

4. Энергия деформации равна разности энергий шаров до и после удара (по закону сохранения и превращения энергии):

$$W_{деф} = W_1 - W_2 = 30\ (Дж).$$

Ответ: $u = 3$ м/с, $W_1 = 48$ Дж, $W_2 = 18$ Дж, $W_{деф} = 30$ Дж

Пример 9:

На двух шнурах одинаковой длины, равной 0,8 м, подвешены два свинцовых шара массами 0,5 и 1 кг. Шары соприкасаются между собой. Шар меньшей массы отвели в сторону так, что шнур отклонился на угол α=60°, и отпустили. На какую высоту поднимутся оба шара после столкновения? Удар считать центральным и неупругим. Определить энергию, израсходованную на деформацию шаров при ударе.

Дано: $m_1=0,5$ *кг*, $m_2=1$ *кг*, $\alpha=60°$, $l=0,8$ *м.*

Найти: h_1; ΔE_g.

Решение.

1.Так как удар шаров неупругий, то после удара шары будут двигаться с общей скоростью v. Закон сохранения количества движения при этом ударе имеет вид

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2)v .$$

2.Здесь v_1 и v_2–скорости шаров до удара. Скорость большого шара до удара равна нулю (v_2=0). Скорость меньшего шара найдем, используя закон сохранения энергии. При отклонении меньшего шара на угол α ему сообщается потенциальная энергия, которая затем переходит в кинетическую:

$$m_1 g h_1 = \frac{m_1 v_1^2}{2} .$$

3.Таким образом, $h_1=l(1-\cos\alpha) = 2l\sin^2(\alpha/2)$, поэтому

$$v_1 = \sqrt{2gh_1} = 2\sqrt{gl}\sin\frac{\alpha}{2} .$$

4.Из уравнений пунктов 1 и 2 находим скорость шаров после удара:

$$v = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2} = \frac{2m_1\sqrt{gl}\sin\frac{\alpha}{2}}{m_1 + m_2} .$$

5. Кинетическая энергия, которой обладают шары после удара, переходит в потенциальную:

$$\frac{(m_1+m_2)v^2}{2}=(m_1+m_2)gh\,,$$

где h– высота поднятия шаров после столкновения. Из формулы пункта 4 находим

$$h=\frac{v^2}{2g}\,,$$

или с учетом формулы из пункта 3,

$$h=\frac{2m_1^2 l\sin\frac{\alpha}{2}}{(m_1+m_2)^2}\,;$$

$$h=\frac{2(0.5\,кг)^2\cdot 0.8\,м\cdot 0.25}{(0.5\,кг+1\,кг)}=0.044\,м.$$

6.При неупругом ударе шаров часть энергии расходуется на их деформацию. Энергия деформации определяется разностью кинетических энергий до и после удара:

$$\Delta\mathrm{E}_g=\frac{m_1v_1^2}{2}-\frac{(m_1+m_2)v^2}{2}\,.$$

7.Используя уравнения из пунктов 2 и 3, получаем

$$\Delta\mathrm{E}_g=2glm_1\left(1-\frac{m_1}{m_1+m_2}\right)\sin^2\frac{\alpha}{2}\,;$$

$$\Delta\mathrm{E}_g=2\cdot 9.81\,м/с^2\cdot 0.8\,м\cdot 0.5\,кг\left(1-\frac{0.5\,кг}{1.5\,кг}\right)\cdot 0.25=1.3\,Дж.$$

Ответ: h=0,044 м, ΔE_g=1,3 Дж.

Пример 10:

Молот массой 70 кг падает с высоты 5 м и ударяет по железному изделию, лежащему на наковальне. Масса наковальни вместе с изделием 1330 кг. Считая удар абсолютно неупругим, определить энергию, расходуемую на деформацию изделия. Систему молот–изделие–наковальня считать замкнутой.

Дано: m_1*=70 кг; h=5 м;* m_2*=1330 кг.*

Найти: E_g.

Решение.

1.По условию задачи, система молот–изделие–наковальня считается замкнутой, а удар неупругий. На основании закона сохранения энергии можно считать, что энергия, затраченная на деформацию изделия, равна разности значений механической энергии системы до и после удара.

2.Считаем, что во время удара изменяется только кинетическая энергия тел, т. е. незначительным перемещением тел по вертикали во время удара пренебрегаем. Тогда для энергии деформации изделия имеем

$$\mathrm{E}_g = \frac{m_1 v^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2)v'^2}{2},$$

где *v*–скорость молота в конце падения с высоты *h*; v$'$–общая скорость всех тел системы после неупругого удара. Скорость молота в конце падения с высоты *h* определяется без учета сопротивления воздуха и трения по формуле

$$v = \sqrt{2gh}.$$

3.Общую скорость всех тел системы после неупругого удара найдем, применив закон сохранения количества движения

$$\sum_{i=1}^{n} m_i v_i = const.$$

Для рассматриваемой системы закон сохранения количества движения имеет вид

$$m_1 v = (m_1 + m_2)v,$$

откуда

$$v' = \frac{m_1 v}{(m_1 + m_2)}.$$

4.Подставив в формулу пункта 1 выражения из пунктов 2 и 4, получим

$$E_g = m_1 gh \frac{m_2}{m_1 + m_2};$$

$$E_g = 70\ кг \cdot 9.8\ м/с^2 \cdot 5\ м \frac{1330\ кг}{1330\ кг + 70\ кг}.$$

Ответ: E_g=3258 Дж.

Пример 11:

Тело массой 1кг под действием постоянной силы движется прямолинейно. Зависимость пути, пройденного телом, от времени задана уравнением $s = 2t^2 + 4t + 1$. Определить работу силы за 10 с с начала ее действия и зависимость кинетической энергии от времени.

Дано: *m=1 кг;* $s = 2t^2 + 4t + 1$.

Найти: *A; T=f(t).*

Решение.

1.Работа, совершаемая силой, выражается через криволинейный интеграл

$$A = \int F ds.$$

2.Сила, действующая на тело, по второму закону Ньютона равна

$$F = ma \text{ или } F = m \frac{d^2 s}{dt^2}.$$

3.Мгновенное значение ускорения определяется первой производной от скорости по времени или второй производной от пути по времени. В соответствии с этим находим

$$v = \frac{ds}{dt} = 4t + 4;$$

$$a = \frac{d^2 s}{dt^2} = 4\ м/с^2.$$

4.Тогда

$$F = m \frac{d^2 s}{dt^2} = 4m.$$

5.Из выражения пункта 3 определим ds:

$$ds = (4t + 4)dt.$$

6.Подставив полученные выражения в уравнение пункта 1, получим

$$A = \int 4m(4t + 4)dt.$$

7.По этой формуле определим работу, совершаемую силой за 10 с с начала ее действия:

$$A = \int_0^{10} (16mt + 16m)dt = m\left[\frac{16t^2}{2}\Big|_0^{10} + 16t\Big|_0^{10}\right] = 1(8 \cdot 100 + 16 \cdot 10)\text{Дж} = 960\text{Дж}.$$

8.Кинетическая энергия определяется по формуле

$$T = \frac{mv^2}{2}.$$

9.Подставляя в выражение пункта 7, имеем

$$T = m\frac{(4t+4)^2}{2} = m\frac{(16t^2 + 32t + 16)}{2} = m(8t^2 + 16t + 8).$$

Ответ: A=960 Дж, $T = m(8t^2 + 16t + 8)$.

Пример 12:

Определить работу А внешней силы при растяжении двух пружин жёсткостью k_1 = 200 Н/м и k_2 = 350 Н/м, соединённых последовательно, если суммарное удлинение пружин Δl = 4 см.

Дано: k_1 = 200 Н/м, k_2 = 350 Н/м, $\Delta l = x_0$ = 0,04м

Найти: А = ?

Решение:

1.При последовательном соединении пружин, силы, действующие на первую и вторую пружины, одинаковы:

$$F_1 = F_2 = F,$$

а суммарное удлинение пружин:

$$x = x_1 + x_2$$

где x_1 – удлинение первой пружины, x_2 - удлинение второй пружины.

2.Согласно закону Гука:

$$F_1 = -kx_1,\ F_2 = -kx_2,\ \text{откуда}$$

$$x_1 = -\frac{F}{k_1},\ x_2 = -\frac{F}{k_2}.$$

3.Подставив значения x_1 *и* x_2 в уравнение пункта 1, получим:

$$F = -\frac{k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2} x$$

4.При малой деформации dx работа внешней силы равна:

$$dA = Fdx$$

5.Полную работу внешней силы при деформации пружины найдём, проинтегрировав выражение пункта 3 от 0 до x_0, учитывая при этом, что внешняя сила направлена в сторону, противоположную силе Гука ($F_{внешняя} = -F$):

$$A = \int_0^{x_0} \frac{k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2} x dx = \frac{k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2} \cdot \frac{x^2}{2}.$$

6.Проверим размерность:

$$[A] = \frac{Н/м \cdot Н/м}{Н/м} \cdot м^2 = Н \cdot м = Дж.$$

7.Убедившись, что полученная единица является единицей работы (Дж), подставим в формулу значения величин и произведём вычисления:

$$A = \frac{200 \cdot 350 \cdot (0{,}04)^2}{(200 + 350) \cdot 2} = 0{,}1 Дж.$$

Ответ: А = 0,1 Дж

Тема 1.4 Динамика вращательного движения. Законы сохранения момента импульса, энергии

1.4.1 Основные вопросы теории

Момент силы

Моментом силы $\vec{F}$ относительной неподвижной точки О называется физическая величина равная векторному произведению радиус-вектора силы $\vec{r}$ на силу $\vec{F}$.

$$\vec{M} = \left[\vec{r}\vec{F}\right] = \vec{r} \times \vec{F}$$

$\vec{M}$ - псевдовектор, его направление совпадает с направлением поступательного движения правого винта при его вращении от $\vec{r}$ к $\vec{F}$.

$$M = rF\sin\alpha = F \cdot \ell,\ \alpha = \left(\widehat{\vec{r}\vec{F}}\right), \qquad \ell \text{ - плечо}$$

Радиус-вектор силы – это направленный отрезок, соединяющий точку приложения силы с осью вращения.

$\left[M\right] = H \cdot м$

Если на тело, закрепленное на оси действуют несколько сил $\vec{F}_1,\ \vec{F}_2 \ldots \vec{F}_n$, то суммарное их действие будет эквивалентно действию одного момента M, равного алгебраической сумме моментов всех действующих сил:

$$M = \sum_{i=1}^{n} M_i$$

При этом, если сила вращает тело по часовой стрелке, то будем считать её момент «+», если она вращает тело против часовой стрелки - «-».

Момент импульса

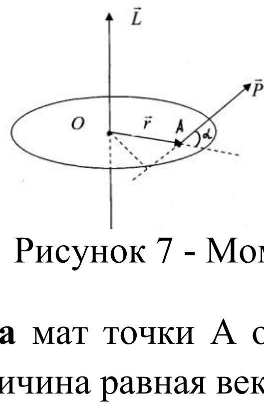


Рисунок 7 - Момент импульса

Моментом импульса мат точки А относительно неподвижной точки О называется физическая величина равная векторному произведению:

$$\vec{L} = [\vec{r}\vec{p}] = \vec{r} \times \vec{p} = [\vec{r}, m\vec{v}]$$

L – псевдовектор, его направление совпадает с направлением поступательного движения правого винта при его вращении от $\vec{r}$ к $\vec{p}$.

$$L = rp\sin\alpha = mv \cdot r \cdot \sin\alpha = p \cdot \ell,$$

$$\alpha = \left(\hat{\vec{r}\vec{p}}\right), \ \ell \text{ - плечо}$$

Радиус-вектор импульса – это направленный отрезок, соединяющий неподвижную точку с точкой приложения импульса $\vec{p}$.

$[L] = кг \cdot \frac{м}{с} \cdot м = \frac{кг \cdot м^2}{с}$.

Момент инерции точки и тела

Момент инерции тела относительно оси называется физическая величина равная сумме произведений масс n точек тела на квадраты из расстояния до рассматриваемой оси.

$$I = \sum_{i=1}^{n} m_i \cdot r_i^2$$

Если масса непрерывно распределена по объему то:

$$I = \int r^2 dm$$

I – аналогичен массе при поступательном движении, т.е. является мерой инертности во вращательном движении, зависит не только от массы тела на и расположения относительно оси вращения.

Инертность (во вращательном движении) – это способность тел приобретать различные угловые ускорения под действием одинаковых вращательных моментов.

Чем меньше I, тем труднее телу сообщить угловое ускорение.

$[I] = 1 кг \cdot м^2$

Таблица 2 - Моменты инерции тел правильной геометрической формы

Тело и ось, относительно которой определяется момент инерции	Момент инерции
Однородный тонкий стержень массой m и длиной l: а) ось проходит через центр тяжести стержня перпендикулярно к стержню; б) ось проходит через конец стержня перпендикулярно к стержню;	$J = \frac{1}{12} ml^2$ $J = \frac{1}{3} ml^2$
Тонкие кольцо, обруч, труба радиусом R и массой m; маховик радиусом R и массой m, распределенной по ободу. Ось проходит через центр перпендикулярно к плоскости основания.	$J = mR^2$
Круглый однородный диск (цилиндр) радиусом R и массой m. Ось проходит через центр диска перпендикулярно к плоскости основания.	$J = \frac{1}{2} mR^2$
Однородный шар массой m и радиусом R. Ось проходит через центр шара.	$J = \frac{2}{5} mR^2$

Если известен момент инерции тела относительно оси, проходящей через его центр масс, то момент инерции относительно другой оси параллельной этой определяется по **теореме Штейнера:**

Момент инерции тела I относительно произвольной оси равен моменту инерции I_c относительно параллельной оси, проходящей через центр масс C тела, плюс произведение массы тела на квадрат расстояния между осями:

$$I = I_c + ma^2$$

Основной закон динамики вращательного движения

Суммарный момент сил, действующий на вращающееся тело, прямо пропорционален угловому ускорению, приобретаемому этим телом.

где ε - угловое ускорение, равное $\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$.

Сравнительная таблица поступательного и вращательного движений.

Таблица 3 – Сравнительная таблица физических величин

Поступательное движение	Вращательное движение
Масса m	Момент инерции I
Скорость $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$	Угловая скорость $\vec{w} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$
Ускорение $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$	Угловое ускорение $\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{w}}{dt}$
Сила $\vec{F}$	Момент сил $\vec{M}$
Импульс $\vec{p} = m\vec{v}$	Момент импульса $\vec{L} = I\vec{w}$
Основные уравнения динамики $\vec{F} = m\vec{a}$ $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$	Основные уравнения динамики $M = I\vec{\varepsilon}$ $\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$

Закон сохранения момента импульса

Момент импульса твердого тела относительно оси вращения – это векторная физическая величина равная сумме моментов импульсов отдельных его частиц:

$$\vec{L} = \vec{\omega}\sum_{i=1}^{N} m_i r_i^2 = J\vec{\omega},$$

где J - момент инерции твердого тела относительно оси вращения; $\vec{\omega}$ - угловая скорость тела.

Момент импульса – вектор, совпадающий по направлению с вектором угловой скорости.

Закон сохранения момента импульса: векторная сумма моментов импульсов всех тел изолированной системы сохраняется неизменной:

$$\sum_{i=1}^{N} \vec{L}_i = const,$$

где $\vec{L}_i$ - момент импульса тела с номером i, входящего в состав системы;

Для одного тела, момент инерции которого может меняться данный закон имеет вид:

$$J_1\vec{\omega}_1 = J_2\vec{\omega}_2,$$

где J_1 и J_2 - начальное и конечное значения момента инерции тела; ω_1 и ω_2 - начальная и конечная угловые скорости тела;

Для двух тел данный закон имеет вид:

$$J_1\vec{\omega}_1 + J_2\vec{\omega}_2 = J_1'\vec{\omega}_1 + J_2'\vec{\omega}_2,$$

где J_1, J_2, ω_1, ω_2 - моменты инерции и угловые скорости тел до взаимодействия; J_1', J_2', ω_1' ω_2' - те же величины после взаимодействия.

Закон сохранения момента импульса выполняется в следующих случаях:

- на вращающиеся тела не действуют внешние силы ;
- суммарный момент внешних сил, действующих на систему тел относительно оси, равен нулю.

Работа момента силы и энергия вращающегося тела

Работа постоянного момента силы, действующего на вращающееся тело:

$$A = M\varphi,$$

где φ - угол поворота тела.

Кинетическая энергия вращающегося тела:

$$E_k = \frac{J\omega^2}{2},$$

где J - момент инерции тела относительно оси вращения; ω - угловая скорость тела.

Кинетическая энергия тела, катящегося по плоскости без скольжения:

$$T = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2},$$

где $\frac{mv^2}{2}$ - кинетическая энергия поступательного движения тела; v - скорость центра инерции тела; $\frac{J\omega^2}{2}$ - кинетическая энергия вращательного движения тела вокруг оси, проходящей через центр инерции.

Работа, совершаемая при вращении тела, и изменение кинетической энергии его связаны соотношением

$$A = E_{k2} - E_{k1} = \frac{J\omega_2^2}{2} - \frac{J\omega_1^2}{2}.$$

Сравнительная таблица поступательного и вращательного движений.

Таблица 4 - Сравнительная таблица физических величин

Поступательное движение	Вращательное движение
Работа и мощность	
$A = FS\cos\alpha$	$A = M\varphi$
$A = \int_1^2 F_S dS$	$A = \int_1^2 M d\varphi$
$N = F\upsilon\cos\alpha$	$N = M\omega$
Кинетическая энергия	
$E_k = \frac{m\upsilon^2}{2}$	$E_k = \frac{J\omega^2}{2}$
Импульс тела $\vec{p} = m\vec{\upsilon}$	Момент импульса тела $\vec{L} = J\vec{\omega}$
Закон сохранения	
Импульса $\sum_{i=1}^{N} m_i\vec{\upsilon}_i = const$	Момент импульса $\sum_{i=1}^{N} J_i\vec{\omega}_i = const$

Вопросы для проверки знаний

1. Дайте определение момента импульса, запишите формулу в векторном и скалярном виде, сделайте рисунок, укажите направление и единицу измерения.
2. Дайте определение момента силы, запишите формулу в векторном и скалярном виде, сделайте рисунок, укажите направление и единицу измерения.
3. Дайте определение момента инерции точки, тела, запишите формулу , сделайте рисунок.
4. Сформулируйте и запишите теорему Штейнера, сделайте пояснительный рисунок.
5. Сформулируйте и запишите основной закон динамики вращательного движения.
6. Сформулируйте и запишите закон сохранения момента импульса.

7. Запишите формулу работы постоянного момента силы. Назовите все физические величины, входящие в формулу, и укажите их единицы измерения.

8. Запишите формулу мощности постоянного момента силы. Назовите все физические величины, входящие в формулу, и укажите их единицы измерения.

9. Запишите формулу кинетической энергии вращающегося тела. Назовите все физические величины, входящие в формулу, и укажите их единицы измерения.

10. Приведите сравнительную таблицу поступательного и вращательного движения.

1.4.2 Примеры решения задач

Пример 13:

Через блок, укрепленный на горизонтальной оси, проходящей через его центр, перекинута нить, к концам которой прикреплены грузы $m_1 = 0,3$ кг и $m_2 = 0,2$ кг. Масса блока $m = 0,3$ кг. Блок считать однородным диском. Найти ускорение грузов a

Дано: $m_1 = 0,3$ кг; $m_2 = 0,2$ кг; $m = 0,3$ кг

Найти: a

Решение.

1.Система состоит из трёх тел: грузов m_1 и m_2**,** движущихся поступательно и блока m, вращающегося относительно неподвижной оси, проходящей через центр инерции блока. Груз m_1 находится под действием двух сил: силы тяжести $m_1\vec{g}$ и сила натяжения нити $\vec{T}_1$. Груз m_2 также находится под действием двух сил: силы тяжести $m_2\vec{g}$ и сила натяжения нити $\vec{T}_2$.

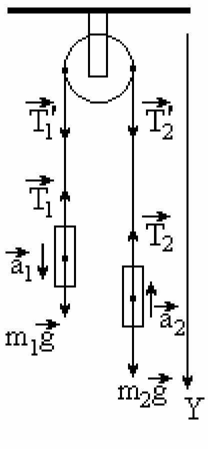


Рисунок 8 – Силы, действующие на тела системы

2.Запишем второй закон Ньютона для грузов:

$$m_1\vec{a}_1 = m_1\vec{g} + \vec{T}_1$$
$$m_2\vec{a}_2 = m_2\vec{g} + \vec{T}_2$$

3.Блок вращается вокруг неподвижной горизонтальной оси, проходящей через его центр, следовательно, момент силы тяжести блока и момент силы реакции оси равны нулю. Если предположить, что нить не скользит относительно блока, то вращают блок только силы натяжения нити.

4.Запишем основное уравнение динамики вращательного движения для блока:

$$I\vec{\varepsilon} = \vec{M}_1 + \vec{M}_2$$

где $\vec{\varepsilon}$ - угловое ускорение,

$\vec{I}$ - момент инерции блока,

$\vec{M}_1$ и $\vec{M}_2$ моменты сил натяжения $\vec{T}_1'$ и $\vec{T}_2'$.

5.Если нить невесома, то силы натяжения вдоль нити с каждой стороны блока одинаковы по модулю, то есть:

$$T_1 = T_1' \text{ и } T_2 = T_2'.$$

Ускорения обоих грузов считаем равными по модулю на основании нерастяжимости нити. Если нить не проскальзывает относительно блока, то касательное ускорение точек., соприкасающихся с нитью, равно ускорению нити в любой её точке и ускорению грузов:

$$a_1 = a_2 = a$$

6.Для перехода к скалярным соотношениям для описания движения грузов введём ось Y. Теперь векторные уравнения можно заменить скалярными:

$$m_1a_1 = m_1g - T_1,$$
$$-m_2a_2 = m_2g - T_2.$$

7.Моменты сил $\vec{T}_1'$ и $\vec{T}_2'$ направлены по оси вращения, но в противоположные стороны. Примем направление вектора $\vec{\varepsilon}$ за положительное. Тогда момент силы $\vec{T}_1'$ относительно оси вращения будет положительным, а момент силы $\vec{T}_2'$ - отрицательным. Тогда векторное уравнение пункта 4 можно переписать в виде:

$$I\varepsilon = T_1 r - T_2 r, \quad \text{или} \qquad I\varepsilon = T'_1 r - T'_2 r$$

где r - радиус блока.

8. Учитывая, что момент инерции однородного дика I = $\frac{mr^2}{2}$ и связь линейного и углового ускорения $\varepsilon = \frac{a}{r}$, получаем:

$$\frac{mr^2}{2}\cdot\frac{a}{r} = T_1 r - T_2 r,$$

$$0{,}5\ \mathrm{ma} = T_1 - T_2.$$

9. Из уравнения пункта 6 выразим силы натяжения нитей:

$$T_1 = m_1 g - m_1 a$$

$$T_2 = m_2 g + m_2 a$$

10. Подставим в уравнение пункта 8, получим:

$$0{,}5ma = m_1 g - m_1 a - m_2 g - m_2 a,$$

$$m_1 a + m_2 a + ma = m_1 g - m_2 g,$$

$$a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2 + 0{,}5m} g.$$

11. Проверим размерность:

$$[a] = \frac{кг - кг}{кг + кг + кг}\cdot\frac{м}{с^2} = \frac{м}{с^2}.$$

12. Вычисления:

$$a = 9{,}81\cdot\frac{0.3 - 0.2}{0.3 + 0.2 + 0.5\cdot 0.3} = 1{,}5\left(\frac{м}{с^2}\right).$$

Ответ: a = 1,5 м/с^2.

Пример 14:

Тонкий стержень массой 300 г и длиной 50 см вращается с угловой скоростью 10 с$^{-1}$ в горизонтальной плоскости вокруг вертикальной оси, проходящей через середину стержня. Найти угловую скорость, если в процессе вращения в той же плоскости стержень переместится так, что ось вращения пройдет через конец стержня.

Дано: *m=300 г=0,3 кг; ℓ=50 см=0,5 м;* $\omega=10\ c^{-1}$.

Найти: ω_2.

Решение.

1.Используем закон сохранения момента количества движения:

$$\sum_{i=1}^{n} J_i \omega_i = const,$$

где J_i – момент инерции стержня относительно оси вращения.

2.Для изолированной системы тел векторная сумма моментов количества движения остается постоянной. В данной задаче вследствие того, что распределение массы стержня относительно оси вращения изменяется, момент инерции стержня также изменится. Следовательно:

$$J_1\omega_1 = J_2\omega_2.$$

3.Известно, что момент инерции стержня относительно оси, проходящей через центр масс и перпендикулярной стержню, равен:

$$J_0 = \frac{ml^2}{12}.$$

4.По теореме Штейнера,

$$J=J_0+md^2,$$

где J–момент инерции тела относительно производной оси вращения; J_0– момент инерции относительно параллельной оси, проходящей через центр масс; d–расстояние от центра масс до выбранной оси вращения.

5.Найдем момент инерции относительно оси, проходящей через его конец и перпендикулярной стержню:

$$J_2=J_0+md^2,\ J_2 = \frac{ml^2}{12} + m\left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{ml^2}{3}.$$

6.Подставляя формулы, имеем:

$$\frac{ml^2\omega_1}{12}\frac{ml^2\omega_2}{3},$$

откуда

$$\omega_2 = \frac{\omega_1}{4},\ \omega_2 = \frac{10\ c^{-1}}{4} = 2.5\ c^{-1}.$$

Ответ: $\omega_2 = 2{,}5\ c^{-1}$.

Пример 15:

Маховик массой 4 кг вращается с частотой 720 мин"[1] вокруг горизонтальной оси, проходящей через его центр. Массу маховика можно считать равномерно распределенной по его ободу радиусом 40 см. Через 30 с под действием тормозящего момента маховик остановился. Найти тормозящий момент и число оборотов, которое сделает маховик до полной остановки.

Дано: $\omega=0;\ m=4$ *кг*; $n=720$ *мин*$^{-1}=12\ c^{-1};\ \Delta t=30\ c;\ R=0{,}4$ *м*.

Найти: $M;\ N$.

Решение.

1.Для определения тормозящего момента M сил, действующих на тело, нужно применить основное уравнение динамики вращательного движения:

$$J\cdot\Delta\omega = M\cdot\Delta t,$$

где J – момент инерции маховика относительно оси, проходящей через центр масс; $\Delta\omega$–изменение угловой скорости за промежуток времени Δt.

2.По условию, $\Delta\omega=-\omega_0$, где ω_0–начальная угловая скорость, так как конечная угловая скорость $\omega = 0$. Выразим начальную угловую скорость через частоту вращения маховика; тогда

$$\omega=2\pi n \text{ и } \Delta\omega=2\pi n.$$

3.Момент инерции маховика $J = mR^2$, где m–масса маховика; R–его радиус. Формула пункта 1 принимает вид

$$mR^2 2\pi n=M\cdot\Delta t,$$

откуда

$$m=2\pi nmR^2/\Delta t;$$

$$M = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 2\ с^{-1} \cdot 4\ кг \cdot 0{,}16\ м^2с^{-2}/30\ с = 1{,}61\ Н \cdot м.$$

4.Угол поворота (т. е, угловой путь φ) за время вращения маховика до остановки может быть определен по формуле для равнозамедленного вращения:

$$\varphi = \omega_0 t - \frac{\varepsilon \cdot \Delta t^2}{2},$$

где ε – угловое ускорение. По условию, $\omega = \omega_0 - \varepsilon\Delta t$, $\omega = 0$, $\varepsilon \cdot \Delta t = \omega_0$. Тогда выражение (2) можно записать так:

$$\varphi = \omega_0 \Delta t - \frac{\omega_0 \Delta t}{2} = \frac{\omega_0 \Delta t}{2}.$$

5.Так как $\varphi = 2\pi N$, $\omega_0 = 2\pi n$, то число полных оборотов

$$N = \frac{n \cdot \Delta t}{2};\ N = \frac{12\ c^{-1} \cdot 30\ c}{2} = 180.$$

Ответ: M= 1,61 Н м; N=180.

Пример 16:

Человек стоит в центре скамьи Жуковского (смотрите рисунок) и вместе с ней вращается по инерции с частотой $\nu_1 = 0{,}5 об/с$. Момент инерции человека и скамейки относительно оси вращения I = 6 кгм^2. В вытянутых в стороны руках человек держит две гири массой m = 2 кг каждая. Расстояние между гирями L_1 = 1,6 м. Сколько оборотов в секунду будет делать скамейка с человеком, если он опустит руки и расстояние между гирями станет равным L_2 = 0,4 м?

Дано: $\nu_1 = 0{,}5 об/с$, I = 6 кгм^2, m = 2 кг, L_1 = 1,6 м, L_2 = 0,4 м

Найти: $\nu_2 = ?$

Решение.

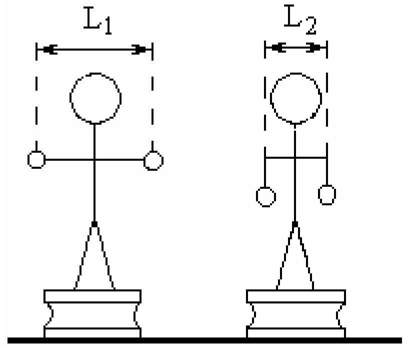


Рисунок 9 - Система вращающихся тел

1.Поскольку в данной системе трением пренебрегаем, а моменты внешних сил тяжести и реакции опоры будем считать уравновешенными, для системы человек – скамья – гири будет выполняться закон сохранения момента импульса:

$$(\vec{I}+\vec{I}_1)\vec{\omega}_1=(\vec{I}+\vec{I}_2)\vec{\omega}_2$$

или в скалярной форме ($\vec{\omega}_1$ и $\vec{\omega}_2$ совпадают по направлению):

$$(I+I_1)\omega_1=(I+I_2)\omega_2$$

где: I - момент инерции человека и скамейки,

I_1 - момент инерции гирь в первом положении,

ω_1 - угловая скорость системы в первом положении,

I_2 - момент инерции во втором положении,

ω_2 - угловая скорость системы во втором положении.

Выразим угловую скорость ω через частоту $\nu:\omega_1=2\pi\nu_1$, $\omega_2=2\pi\nu_2$

2.Момент инерции гири определяется по формуле момента инерции материальной точки:

$$I=mr^2$$

3.Гирь в нашем случае 2, r = L/2, поэтому:

$$I_1=2m\left(\frac{L_1}{2}\right)^2=\frac{mL_1^2}{2},\ I_2=2m\left(\frac{L_2}{2}\right)^2=\frac{mL_2^2}{2}.$$

4.Подставляя выражения для ω_1 , ω_2 , I_1 , I_2 в равенство пункта 1, получим:

$$2\pi\nu_1\left(I+\frac{mL_1^2}{2}\right)=2\pi\nu_2\left(I+\frac{mL_2^2}{2}\right).$$

5.Отсюда определим:

$$\nu_2=\nu_1\frac{I+0{,}5mL_1^2}{I+0{,}5mL_2^2}=0{,}7\left(\frac{об}{с}\right).$$

6.Проверка размерности:

$$[\nu_2]=\frac{об}{с}\cdot\frac{кг\cdot м^2+кг\cdot м^2}{кг\cdot м^2+кг\cdot м^2}=\frac{об}{с}.$$

Ответ: $\nu_2 = 0{,}7 об/с$

Пример 17:

Платформа в виде сплошного диска радиусом R = 1,5 м и массой m_1 = 180 кг вращается около вертикальной оси с частотой n_0 = 10 об/мин. В центре платформы стоит человек массой m_2 = 60 кг. Какую линейную скорость υ относительно пола помещения будет иметь человек, если он перейдёт на край платформы?

Дано: R = 1,5 м, m_1 = 180 кг, m_2 = 60 кг, n_0 = 10 об/мин

Найти: υ - ?

Решение:

1.Согласно условию задачи, момент внешних сил относительно оси вращения z. Совпадающей с геометрической осью платформы, можно считать равным нулю. При этом условии проекция L_z момента импульса системы «платформа - человек» остаётся постоянной:

$$L_z = J\omega = const,$$

где J – момент инерции платформы с человеком относительно оси z; ω- угловая скорость платформы.

2.Момент инерции системы равен сумме моментов инерции тел, входящих в состав системы, поэтому в начальном состоянии:

$$J = J_1 + J_2,$$

а в конечном состоянии:

$$J' = J_1' + J_2'.$$

3.С учётом этого, равенство пункта 1 примет вид:

$$(J_1 + J_2)\omega = (J_1' + J_2')\omega,$$

где значения моментов инерции J_1 и J_2 платформы и человека соответственно относятся к начальному состоянию системы; J_1' и J_2' - к конечному.

4.Момент инерции платформы относительно оси z при переходе человека не изменяется:

$$J_1 = J_1' = \frac{m_1 R^2}{2}.$$

5.Момент инерции человека относительно той же оси будет изменяться. Если рассматривать человека как материальную точку, то его момент инерции J_2 в начальном состоянии (в центре платформы) можно считать равным нулю. В конечном состоянии (на краю платформы) момент инерции человека:

$$J_2' = m_2 R^2.$$

6.Подставим в формулу выражения моментов инерции, начальной угловой скорости вращения платформы с человеком ($\omega = 2\pi n$) и конечной угловой скорости ($\omega' = \upsilon / R$, где υ - скорость человека относительно пола):

$$\left(\frac{m_1 R^2}{2} + 0\right) 2\pi n = \left(\frac{m_1 R^2}{2} + m_2 R^2\right)\frac{\upsilon}{R}.$$

7.После сокращения на R^2 и простых преобразований находим скорость:

$$\upsilon = \frac{2\pi n R m_1}{m_1 + 2m_2};$$

8.Подставим исходные данные:

$$\upsilon = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot \frac{1}{6} \cdot 1{,}5 \cdot 180}{180 + 2 \cdot 60} = 1 \text{ м/с}.$$

Ответ: $\upsilon = 1$ м/с

Тема 1.5 Гармонические колебания. Сложение колебаний

1.5.1 Основные вопросы теории

Колебания. Виды колебаний

Колебание – это движение, отличающееся той или иной степенью периодичности.

Свободные колебания – это колебания, которые возникают под действием внутренних сил, после того как систему выведут из положения равновесия и система предоставлена самой себе. Данные колебания – затухающие. Они не затухают, если отсутствует сила трения.

Вынужденные колебания – это колебания, которые происходят под действием внешней периодически изменяющейся силы.

Колебанием – называется всякое движение, при котором физические величины, характеризующие его, изменяясь, повторяются со временем.

В зависимости от времени делятся на 3 вида:

1. периодические
2. почти периодические
3. непериодические

Гармонические колебания – это периодические колебания, происходящие по закону $\sin$ или $\cos$

$$x = A\sin(w_0 t + \alpha_0)$$

$$v = x' = Aw_0 \cos(w_0 t + \alpha_0) = v_{\max} \sin(w_0 t + \alpha_0 + \frac{\pi}{2})$$

$$a = x'' = -Aw^2 \sin(w_0 t + \alpha_0)$$

A – **амплитуда колебаний** – модуль наибольшего смещения точки от положения равновесия;

$(w_0 t + \alpha_0)$ – **фаза**;

α_0 – **начальная фаза колебаний**, фаза в начальный момент времени.

Т – **период** – время полного колебания.

$w_0 = \dfrac{2\pi}{T}$, где $T = \dfrac{1}{n}$, n – **частота**, число колебаний за 1секунду

$w_0 = 2\pi n$ – **циклическая частота**, число колебаний за 2π секунд.

$[n] = 1 Гц$;

$[w] = 1\dfrac{рад}{с}$.

При наибольшем отклонении, система имеет только потенциальную энергию.

$$E = U_{\max} = \frac{kA^2}{2} = \frac{mw_0^2 A^2}{2}$$

При прохождении системы через положение равновесия она обладает только кинетической энергией.

$$E = T_{\max} = \frac{mv_{\max}^2}{2} = \frac{mA^2 w^2}{2} \qquad v_{\max} = Aw_0$$

В любой момент траектории:

$$E = U + T = \frac{kx^2}{2} + \frac{mv^2}{2} = \frac{m_0 w_0^2 A^2 \sin^2 w_0 t}{2} + \frac{m_0 w_0^2 A^2 \cos^2 w_0 t}{2} = \frac{m_0 w_0^2 A^2}{2}(\sin^2 w_0 t + \cos^2 w_0 t)$$

При отсутствии сил трения выполняется закон сохранения энергии.

Сложение гармонических колебаний

I. Сложение колебаний одного направления

Пусть точка участвует в 2-х гармонических колебаниях, происходящих в одной плоскости вдоль одной прямой, с одинаковой частотой и T, но с различными начальными фазами и амплитудами.

$$① \begin{cases} x_1 = A_1 \cos(w_0 t + \alpha_{01}) \\ x_2 = A_2 \cos(w_0 t + \alpha_{02}) \end{cases}$$

Результирующие смещение точки:

$$x = A\cos(w_0 t + \alpha_0)$$

1). $tg\alpha_0 = \frac{OB}{BC} = \frac{y_1 + y_2}{x_1 + x_2} = \frac{A_1 \sin\alpha_{01} + A_2 \sin\alpha_{02}}{A_1 \cos\alpha_{01} + A_2 \cos\alpha_{02}}$

α_0 - начальная фаза результирующего колебания.

2). $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\alpha_2 - \alpha_1) = {}_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\alpha_{02} - \alpha_{01})$

$\alpha_{02} - \alpha_{01} = \Delta\alpha_0$ - сдвиг по фазе между 1 и 2 колебаниями.

II. Сложение взаимно перпендикулярных колебаний

Пусть точка участвует одновременно в двух перпендикулярных колебаниях, с одинаковой частотой.

$$\begin{cases} x = A\cos(w_0 t) \\ y = B\cos(w_0 t + \alpha_{02}) \end{cases}$$

$w_0 = const$,

α_0 - сдвиг по фазе между 1 и 2 колебаниями.

Чтобы получить уравнение траектории нужно из системы исключить t.

$$\frac{y^2}{b^2} - \frac{2xy}{ab}\cos\alpha_0 + \frac{x^2}{a^2} = \sin^2\alpha_0$$

Вопросы для проверки знаний

1. Что такое колебания? свободные колебания? вынужденные колебания?
2. Какие колебания называются гармоническими?
3. Дайте определение амплитуды, фазы, периода, частоты, циклической частоты колебания.
4. Запишите зависимость координаты, скорости, ускорения от времени для гармонических колебаний.
5. От каких величин зависит полная энергия тела, совершающего гармонические колебания? кинетическая энергия? потенциальная энергия?
6. Что называется математическим маятником? пружинным маятником? физическим маятником?
7. Напишите формулы для периодов колебаний математического . пружинного, физического маятников. Сделайте пояснительные рисунки и объясните все величины, входящие в формулы.
8. Изобразите векторную диаграмму сложения гармонических колебаний одного направления и одинаковой частоты.
9. Запишите уравнение результирующего колебания при сложении колебаний одного направления, формулу амплитуды и начальной фазы результирующего колебания .
10. Запишите уравнение траектории результирующего колебания при сложении двух гармонических колебаний, происходящих во взаимно перпендикулярных направлениях.

1.5.2 Примеры решения задач

Пример 18:

Материальная точка массой m = 5 г совершает гармонические колебания с частотой $\nu = 0,5$ сек$^{-1}$. Амплитуда колебаний A = 3 см. Определить: 1) скорость

υ точки в момент времени, когда смещение x = 1,5 см; 2) максимальную силу $F_{макс}$, действующую на точку; 3) полную энергию E колеблющейся точки.

Дано: m = 5 г, ν = 0,5 $сек^{-1}$, A = 3 см, x = 1,5 см

Найти: υ - ?, $F_{макс}$ - ?, E - ?

Решение:

1.Уравнение гармонических колебаний имеет вид:

$$x = A\sin(\omega t + \phi),$$

где x – смещение колеблющейся точки от положения равновесия, A – амплитуда, $\omega t + \phi$ - фаза колебания, ϕ - начальная фаза, ω - циклическая частота, t - время.

2.Формулу скорости получим, взяв первую производную от смещения по времени:

$$\upsilon = \frac{dx}{dt} = A\omega\cos(\omega t + \phi).$$

3.Чтобы выразить скорость через смещение, надо исключить время. Для этого возведём оба уравнения в квадрат и сложим:

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{\upsilon^2}{A^2\omega^2} = 1 \text{ или } \frac{x^2}{A^2} + \frac{\upsilon^2}{4\pi^2\nu^2 A^2} = 1.$$

4.Решив последнее уравнение, найдём:

$$\upsilon = \pm 2\pi n\sqrt{A^2 - x^2}.$$

5.Подставим в это выражение числовые значения величин, получим:

$$\upsilon = \pm 2 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}5\sqrt{9 \cdot 10^{-4} - 2{,}25 \cdot 10^{-4}} \text{ м/сек} = \pm 8{,}2 \cdot 10^{-2} \text{ м/сек}.$$

6.Знак «плюс» соответствует случаю, когда направление скорости совпадает с положительным направлением оси x. Знак «минус» соответствует случаю, когда направление скорости совпадает с отрицательным направлением оси x.

7.Силу, действующую на точку, найдём по второму закону Ньютона:

$$F = ma,$$

где a – ускорение точки, которое получим, если возьмём производную по скорости от времени:

$$a = \frac{d\upsilon}{dt} = -A\omega^2 \sin(\omega t + \phi) \text{ или } a = -4\pi^2\nu^2 A\sin(\omega t + \phi).$$

8.Подставив выражение для ускорения в , будем иметь:

$$F = -4\pi^2\nu^2 mA\sin(\omega t + \phi).$$

Отсюда получим максимальное значение силы:

$$F_{макс} = 4\pi^2\nu^2 mA.$$

Подставив в это уравнение числовые значения величин, найдём:

$$F_{макс} = 4\cdot 9{,}87\cdot 0{,}25\cdot 5\cdot 10^{-3}\cdot 0{,}03 = 1{,}49*10^{-3} \text{ Н}.$$

9. Полная энергия колеблющейся точки есть сумма кинетической и потенциальной энергий, вычисленных для любого момента времени. Проще всего, вычислить полную энергию в момент, когда кинетическая энергия достигает максимального значения. В это время потенциальная энергия равна нулю. Поэтому полная энергия E колеблющейся точки равна максимальной кинетической энергии $T_{макс}$ и может быть определено по формуле:

$$E = T_{макс} = \frac{m\upsilon^2_{макс}}{2}.$$

10.Максимальную скорость можно определить по формуле пункта 2 , если принять $\cos(\omega t + \phi) = 1$:

$$\upsilon_{макс} = 2\pi\nu A.$$

11.Подставив это выражение скорости в , найдём:

$$E = = 2\pi^2\nu^2 mA^2.$$

12.После подстановки числовых значений получим:

$$E = 2\cdot 9{,}87\cdot 5\cdot 10^{-3}\cdot 0{,}25\cdot 9\cdot 10^{-4} = 2{,}21*10^{-5} \text{ Дж}.$$

Ответ: $\upsilon = \pm 8{,}2*10^{-2}$ м/сек, $F_{макс} = 1{,}49*10^{-3}$ Н, E = $2{,}21*10^{-5}$ Дж.

Пример 19:

На концах тонкого стержня длиной l = 30 см и массой $m_{ст}$ = 400 г укреплены грузики массой m_1 = 200 г и m_2 = 300 г. Стержень колеблется около горизонтальной оси, проходящей через его середину. Определить период T колебаний, совершаемых стержнем.

Дано: l = 30 см, $m_{ст}$ = 400 г, m_1 = 200 г, m_2 = 300 г

Найти: T - ?

Решение:

1.Период колебания физического маятника, каким является стержень, определяется по формуле:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mga}},$$

где J – момент инерции колеблющегося тела относительно оси колебания, a - расстояние от оси колебания до центра тяжести (центра масс) маятника.

2.Момент инерции физического маятника J состоит из моментов инерции J_1 и J_2 обоих грузиков и момента инерции J_3 стержня:

$$J = J_1 + J_2 + J_3.$$

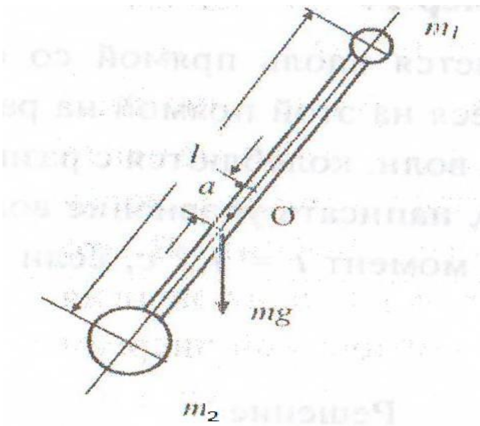


Рисунок 10 – Физический маятник

3.Пренебрегая размерами грузиков, получим:

$$J_1 = m_1\left(\frac{l}{2}\right)^2 \text{ и } J_2 = m_2\left(\frac{l}{2}\right)^2.$$

4.Момент инерции стержня относительно оси, проходящей через его середину, определяется по формуле:

$$J_3 = \frac{1}{12} m_{cm} l^2.$$

5.Общий момент инерции физического маятника равен:

$$J = m_1\left(\frac{l}{2}\right)^2 + m_2\left(\frac{l}{2}\right)^2 + \frac{1}{12}m_{cm}l^2 .$$

Вынеся за скобку множитель $\left(\frac{l}{12}\right)^2$, получим

$$J = \left(\frac{l}{12}\right)^2 (3m_1 + 3m_2 + m_{cm}) .$$

6.Подставив   числовые значения, получим:

$$J = \frac{9\cdot 10^{-2}}{12}(3\cdot 0{,}2 + 3\cdot 0{,}3 + 0{,}4) = 1{,}42*10^{-2} \text{ кг*м}^2.$$

7.Масса физического маятника состоит из массы стержня и массы грузиков:

$$m = m_1 + m_2 + m_{cm} = (0{,}2+0{,}3+0{,}4) = 0{,}9 \text{ кг.}$$

8.Для определения расстояния a центра тяжести маятника от оси вращения напишем условие равновесия стержня с грузиками, находящегося в горизонтальном положении, относительно центра тяжести:

$$m_1 g\left(\frac{l}{2} + a\right) + m_{cm}ga - m_2 g\left(\frac{l}{2} - a\right) = 0 .$$

9.Сократив это равенство на g и решив его относительно a, получим:

$$a = \frac{l(m_2 - m_1)}{2(m_1 + m_2 + m_{cm})} .$$

10.Подставим числовые значения:

$$a = \frac{0{,}3\cdot(0{,}3 - 0{,}2)}{2(0{,}2 + 0{,}3 + 0{,}4)} = 1{,}67*10^{-2} \text{ м.}$$

11.Теперь мы можем найти период колебаний, подставив числовые значения величин в (1):

$$T = 2 \cdot 3{,}14\sqrt{\frac{1{,}42 \cdot 10^{-2}}{0{,}9 \cdot 9{,}81 \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-2}}} = 2 \text{ сек.}$$

Ответ: Т = 2 сек.

Пример 20:

Материальная точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях гармонических колебаниях, уравнения которых

$$x = A_1 \cos \omega t,$$
$$y = A_2 \cos \frac{\omega}{2} t,$$

где $A_1 = 1 см$, $A_2 = 2 см$, $\omega = \pi c^{-1}$. Найдите уравнение траектории точки. Построить траекторию с соблюдением масштаба и указать направление движения точки.

Дано: $x = A_1 \cos \omega t$, $y = A_2 \cos \frac{\omega}{2} t$, $A_1 = 1 см$, $A_2 = 2 см$, $\omega = \pi c^{-1}$

Найти: уравнение траектории точки .

Решение:

1.Чтобы найти уравнение траектории точки, исключим время τ из заданных уравнений (1) и (2). Для этого воспользуемся формулой

$$\cos(\alpha/2) = \sqrt{(1/2)(1 + \cos \alpha)}\ .$$

2. В данном случае $\alpha = \omega t$, поэтому

$$y = A_2 \cos \frac{\omega}{2} t = A_2 \sqrt{(1/2)(1 + \cos \omega t)}\ .$$

Так как $\cos \omega t = x / A_1$, то уравнение траектории

$$y = A_2 \sqrt{(1/2)(1 + x / A_1)}\ .$$

3. Полученное выражение представляет собой уравнение параболы, ось которой совпадает с осью Ox. Из уравнения следует, что смещение точки по

осям координат ограничено и заключено в пределах от -1 до +1см по оси Ox и от -2 до +2 см по оси Oy.

4. Для построения траектории найдем по уравнению значения y, соответствующие ряду значений x, удовлетворяющих условию $|x| \le 1 см$, и составим таблицу:

Х, см	-1	-0,75	-0,5	0	+0,5	+1
У, см	0	±0,707	±1	±1,41	±1,73	±2

5. Начертив координатные оси и выбрав масштаб, нанесем на плоскость xOy найденные точки. Соединив их плавной кривой, получим траекторию точки, совершающей колебания (рисунок 12).

6.Для того чтобы указать уравнение движения точки, проследим за тем, как меняется ее положение с течением времени. В начальный момент $t = 0$ координаты точки равны $x(0) = 1 см$ $y(0) = 2 см$ и. В последующий момент времени, например при $t_1 = 1 c$, координаты точек изменяется и станут равными $x(1) = -1 см$, $y(t) = 0$. Зная положение точек в начальный и последующий (близкий) моменты времени, можно указать направление движения точки по траектории.

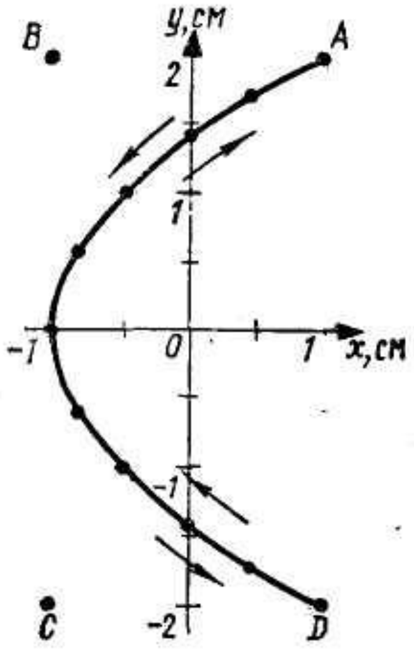


Рисунок 11 – Траектория точки, совершающей колебания

Ответ: $y = A_2\sqrt{(1/2)(1 + x/A_1)}$.

Пример 21:

Складываются два колебания одинакового направления, выраженного уравнениями:

$x_1 = A_1 \cdot \cos\frac{2\pi}{T}(t + \tau_1)$ и $x_2 = A_2 \cdot \cos\frac{2\pi}{T}(t + \tau_2)$, где A_1 = 3см, A_2 = 2 см, τ_1 = 1/6 с, τ_2=1/3 с,

Т = 2 с. Построить векторную диаграмму сложения этих колебаний и написать уравнение результирующего колебания.

Дано: A_1 = 0,03 м, A_2 = 0,02 м, τ_1 = 1/6 с, τ_2=1/3 с, Т = 2 с

Найти: х - ?

Решение:

1.Для построения векторной диаграммы сложения двух колебаний одного направления надо фиксировать какой-либо момент времени. Обычно векторную диаграмму строят для момента времени t = 0. Преобразовав оба уравнения к канонической форме $x = A\cos(\omega t + \varphi)$, получим:

$$x_1 = A_1 \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \frac{2\pi}{T}\tau_1\right) \text{ и } x_2 = A_2 \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \frac{2\pi}{T}\tau_2\right).$$

2.Отсюда видно, что оба складываемых гармонических колебания имеют одинаковую циклическую частоту:

$$\omega = 2\pi / T.$$

3.Начальные фазы первого и второго колебаний, соответственно равны:

$$\varphi_1 = \frac{2\pi}{T}\tau_1 \text{ и } \varphi_2 = \frac{2\pi}{T}\tau_2.$$

4.Произведём вычисления:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = 3{,}14 \text{ с}^{-1};$$

$$\varphi_1 = \frac{2\pi}{2}\frac{1}{6}\,рад = 30^\circ \text{ и } \varphi_2 = \frac{2\pi}{2}\frac{1}{3}\,рад = 60^\circ.$$

5.Изобразим векторы $\vec{A}_1$ и $\vec{A}_2$. Для этого отложим отрезки длиной A_1 = 0,03 м, A_2 = 0,02 м под углами $\varphi_1 = 30^\circ$ и $\varphi_2 = 60^\circ$ к оси ОХ. Результирующее колебание будет происходить с той же частотой ω и амплитудой А, равной геометрической сумме амплитуд $\vec{A}_1$ и $\vec{A}_2$:

$$\vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2.$$

6.Согласно теореме косинусов:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)}.$$

7.Начальную фазу результирующего колебания можно также определить непосредственно из векторной диаграммы.

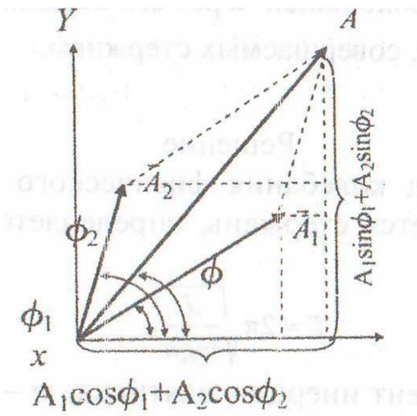


Рисунок 12- Векторная диаграмма

$$\varphi = arctg\frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2}.$$

8.Произведём вычисления:

$$A = \sqrt{0{,}03^2 + 0{,}02^2 + 2\cdot 0{,}03\cdot 0{,}02\cos(60° - 30°)} = 0{,}048 \text{ м};$$

$$\varphi = arctg\frac{3\sin 30° + 2\sin 60°}{3\cos 30° + 2\cos 60°} = arctg 0{,}898 = 42°, \text{ или } \phi = 0{,}735 \text{ рад}.$$

9.Так как результирующее колебание является гармоническим, имеет ту же частоту, что и слагаемые колебания, то его можно записать в виде:

$$x = A\cos(\omega t + \varphi),$$

где A = 0,048 м, ω= 3,14 с$^{-1}$, ϕ = 0,735 рад.

Ответ: x = 0,048cos(3,14t + 0,735)

Раздел 2. Молекулярная физика. Основы термодинамики

Тема 2.1 Уравнение состояния идеального газа. Газовые законы. Явления переноса

2.1.1 Основные вопросы теории

Идеальный газ. Уравнение состояния идеального газа

Газ называется идеальным, если при рассмотрении его свойств соблюдаются следующие условия:1) соударения молекул такого газа происходит как соударения упругих шаров; 2) размеры молекул пренебрежимо малы; 3) между молекулами не проявляются силы взаимного притяжения.

Уравнение состояния идеального газа связывает термодинамические параметры газа определенной массы и называется **уравнение Клапейрона-Менделеева** :

$$pV = \nu RT$$

где p- давление газа, V- объем газа, R=8,31 Дж\мольК- универсальная газовая постоянная, T- температура, $\nu = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{N}_A} = \frac{m}{\mathrm{M}}$ - количество вещества, N–число молекул, N_A–постоянная Авогадро, m–масса вещества, M–молярная масса.

Для смеси газов выполняется закон Дальтона:

$$P_{см}=P_1+P_2+.....P_n$$

Давление смеси газов равно сумме парциальных давлений газов, входящих в эту смесь.

Парциальное давление газа – это давление, которое оказывал бы этот газ при отсутствии других газов смеси.

Число столкновений и средняя длина свободного пробега

Средняя длина свободного пробега определяет средний путь. который молекула проходит свободно от соударения до соударения.

$$\langle \ell \rangle = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot \pi \cdot d^2 n},$$

где d–эффективный диаметр молекулы, среднее расстояние между центрами молекул, взаимодействующих как при упругом ударе.
Среднее число соударений за единицу времени определяется по формуле:

$$\langle z\rangle = \sqrt{2}\cdot\pi\, d^2 n\cdot\langle\upsilon\rangle$$

где $\langle\upsilon\rangle = \sqrt{\dfrac{8kT}{\pi\, m_0}} = \sqrt{\dfrac{8RT}{\pi\, M}}$ - средняя арифметическая скорость.

Явления переноса

К явлениям переноса относятся диффузия, теплопроводность и внутреннее трение.
1)Процесс выравнивания концентрации молекул в газах, жидкостях и твердых телах называется диффузией.

Уравнение диффузии имеет вид:

$$dm = -D\frac{d\rho}{dx}dS\ dt$$

где $\dfrac{d\rho}{dx}$ – градиент изменения плотности, dS–элементарная площадка, перпендикулярная оси Ox, dt – бесконечно малое время, в течение которого перемещается вещество, D – коэффициент диффузии.

Коэффициент диффузии равен

$$D = \frac{1}{3}\langle\upsilon\rangle\langle\ell\rangle,$$

2)Процесс выравнивания температур в различных частях газа, жидкости и твердого тела называется теплопроводностью.
Уравнение теплопроводности имеет вид:

$$dQ = -\lambda\cdot\frac{dT}{dx}dS\cdot dt,$$

где $\dfrac{dT}{dx}$ – градиент изменения температуры, λ–теплопроводность.

Теплопроводность равна

$$\lambda = \frac{1}{3}c_v\rho\langle\upsilon\rangle\langle\ell\rangle = \eta\cdot c_v,$$

где c_v – удельная изохорная теплоемкость.

3)Процесс выравнивания скоростей слоев газа, жидкости называется внутренним трением или вязкостью.

Сила внутреннего трения имеет вид:

$$dF = -\eta \frac{d\upsilon}{dx} dS ,$$

где η–динамическая вязкость.

Динамическая вязкость равна

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \langle \upsilon \rangle \langle \ell \rangle = D \cdot \rho .$$

Вопросы для проверки знаний

1. Дайте определение идеального газа.
2. Дайте определение парциального давления газа.
3. Запишите уравнение Клапейрона-Менделеева и назовите все величины, входящие в это уравнение.
4. Сформулируйте и запишите закон Дальтона.
5. Дайте определение и запишите формулу вычисления средней длины свободного пробега. Назовите все величины, входящие в эту формулу.
6. Дайте определение и запишите формулу вычисления среднего числа соударений. Назовите все величины, входящие в эту формулу.
7. Что называется диффузией? Запишите уравнение диффузии и назовите все величины, входящие в это уравнение.
8. Что называется теплопроводность? Запишите уравнение теплопроводности и назовите все величины, входящие в это уравнение.
9. Что называется внутренним трением? Запишите уравнение силы внутреннего трения и назовите все величины, входящие в это уравнение.
10. Сформулируйте физический смысл градиентов скорости, температуры, плотности.

2.1.2 Примеры решения задач

Пример 22:

Определить число N молекул, содержащихся в объёме V = 1 мм^3 воды и массу m_1 молекулы воды. Считая условно, что молекулы воды имеют вид шариков, соприкасающихся друг с другом найти диаметр d молекулы.

Дано: $V = 1*10^{-9}$ м^3, $M = 18*10^{-3}$ кг/моль, $\rho = 1*10^{-3}$ кг/м^3, $N_A = 6{,}02*10^{23}$ моль $^{-1}$

Найти: N - ?, m_1 - ?, d - ?

Решение:

1.Число N молекул, содержащихся в некоторой системе массой m, равно произведению постоянной Авогадро N_A на количество вещества ν:

$$N = \nu\, N_{A.}$$

2.Так как ν = m/M, где M – молярная масса, то:

$$N = \frac{mN_A}{M}.$$

3.Выразив в этой формуле массу как произведение плотности на объём V, получим:

$$N = \frac{\rho V N_A}{M}.$$

4.Произведём вычисления, учитывая, что для воды $M = 18*10^{-3}$ кг/моль:

$$N = \frac{1\cdot 10^{-3}\cdot 1\cdot 10^{-9}}{18\cdot 10^{-3}}\cdot 6{,}02\cdot 10^{23} \text{ молекул} = 3{,}34*10^{19} \text{ молекул.}$$

5.Массу m_1 одной молекулы можно найти по формуле:

$$m_1 = \frac{M}{N_A}.$$

6.Подставив значения M и N_A, найдём массу молекулы воды:

$$m_1 = \frac{18\cdot 10^{-3}}{6{,}02\cdot 10^{23}} = 2{,}99*10^{-26} \text{ кг.}$$

7.Если молекулы воды плотно прилегают друг к другу, то можно считать, что на каждую молекулу приходится объём (кубической ячейки) $V_1 = d^3$, где d – диаметр молекулы. Отсюда:

$$d = \sqrt[3]{V_1}\ .$$

8.Объём V_1 найдём, разделив молярный объём V_m на число молекул в моле, т.е. на N_A:

$$V_1 = \frac{V_m}{N_A}\ .$$

9.Подставим выражения :

$$d = \sqrt[3]{\frac{V_m}{N_A}}\ ,$$

где $V_m = M / \rho$.

Тогда:

$$d = \sqrt[3]{\frac{M}{\rho N_A}}\ .$$

10.Проверим, даёт ли правая часть выражения единицу длины:

$$\left\{\frac{[M]}{[\rho][N_A]}\right\}^{1/3} = \left\{\frac{1кг/моль}{1кг/м^3 \cdot 1моль}\right\}^{1/3} = 1\,\text{м}.$$

11.Произведём вычисления:

$$d = \sqrt[3]{\frac{18 \cdot 10^{-3}}{1 \cdot 10^3 \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}}}\ \text{м} = 3{,}11 \cdot 10^{-10}\ \text{м}.$$

Ответ: N - $3{,}34*10^{19}$ молекул, m_1 - $2{,}99*10^{-26}$ кг, d - $3{,}11*10^{-10}$ м.

Пример 23:

В баллоне объёмом V = 10 литров находится гелий под давлением p_1 = 1МПа и при температуре T_1 = 300К. После того, как из баллона было взято m = 10 г гелия, температура в баллоне понизилась до T_2 = 290 К. Определите давление p_2 гелия, оставшегося в баллоне

Дано: $V = 1*10^{-2}$ м^3, $p_1 = 1*10^6$ Па, T_1 = 300К, T_2 = 290 К, m = 0,01 кг, M = $4*10^{-3}$ кг/моль, R =8,31 Дж/(мольК)

Найти: p_2 - ?

Решение:

1.Для решения задачи воспользуемся уравнением Менделева-Клапейрона, применив его к конечному состоянию газа:

$$p_2V = \frac{m_2}{M}RT_2$$

где m_2 – масса гелия в баллоне в конечном состоянии: М – молярная масса гелия, R – молярная газовая постоянная.

2.Из уравнения выразим искомое давление:

$$p_2 = \frac{m_2RT_2}{MV}.$$

3.Массу m_2 гелия выразим через массу m_1, соответствующую начальному состоянию, и массу m гелия, взятого из баллона:

$$m_2 = m_1 - m.$$

4.Массу m_1 гелия найдём также из уравнения Менделеева – Клапейрона, применив его к начальному состоянию газа:

$$m_1 = \frac{p_1MV}{RT_1}.$$

5.Подставив выражение массы m_1 и m_2 в выражение пункта 2 найдём:

$$p_2 = \frac{RT_2}{MV}\left(\frac{p_1MV}{RT_1} - m\right) \text{или } p_2 = \frac{T_2}{T_1}p_1 - \frac{mRT_2}{MV}.$$

6.Проверим, даёт ли эта формула единицу давления. Для этого в её правую часть вместо символов величин подставим их единицы. В правой части формулы – два слагаемых. Очевидно, что первое из них даёт единицу давления, так как состоит из двух множителей, первый из которых (T_2/T_1) – безразмерный, а второй – давление.

7.Проверим второе слагаемое:

$$\frac{[m][R][T]}{[M][V]} = \frac{1кг \cdot 1Дж/(моль \cdot К) \cdot 1К}{1кг/моль \cdot 1м^3} = \frac{1Дж}{1м^3} = \frac{1Н}{1м^2} = 1Па.$$

8.Произведём вычисления, учитывая, что $M = 4*10^{-3}$ кг/моль, R =8,31 Дж/(мольК):

$$p_2 = \left(\frac{290}{300} \cdot 10^6 - \frac{10^{-2} \cdot 8{,}31}{4 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-2}} \cdot 290 \right) \text{Па} = 3{,}64 * 10^5 \text{ Па} = 0{,}36 \text{ МПа}$$

Ответ: p_2 = 0,36 МПа

Пример 24:

Баллон содержит m_1 = 80 г кислорода и m_2 = 320 г аргона Давление смеси p = 1МПа, температура Т = 300К. Принимая данные газа за идеальные, определить объём V баллона.

Дано: m_1 = 80 г, m_2 = 320 г, p = 1МПа, Т = 300К, $M_1 = 32*10^{-3}$ кг/моль, $M_2 = 40*10^{-3}$ кг/моль, R =8,31 Дж/(мольК)

Найти: V - ?

Решение:

1.По закону Дальтона, давление смеси равно сумме парциальных давлений газов, входящих в состав смеси. По уравнению Менделеева – Клапейрона, парциальные давления p_1 кислорода и p_2 аргона выражаются формулами:

$$p_1 = \frac{m_1 RT}{M_1 V}, \quad p_2 = \frac{m_2 RT}{M_2 V}.$$

2.Следовательно, по закону Дальтона, давление смеси газов:

$$p = p_1 + p_2, \text{ или } p = \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} \right) \frac{RT}{V}.$$

3.Откуда объём баллона:

$$V = \left(\frac{m_1}{M_1} \frac{m_2}{M_2} \right) \frac{RT}{p}.$$

4.Произведём вычисления, учитывая, что $M_1 = 32*10^{-3}$ кг/моль, $M_2 = 40*10^{-3}$ кг/моль, R =8,31 Дж/(мольК):

$$V = \left(\frac{0{,}08}{32 \cdot 10^{-3}} + \frac{0{,}32}{40 \cdot 10^{-3}} \right) \frac{8{,}31 \cdot 300}{10^6} \text{м}^3 = 26{,}2*10^{-3} \text{ м}^3.$$

Ответ: $V = 26{,}2*10^{-3}$ м^3

Пример 25:

Найти среднюю кинетическую энергию $\langle \varepsilon_{вр} \rangle$ вращательного движения одной молекулы кислорода при температуре Т = 350К, а также кинетическую энергию $E_к$ вращательного движения всех молекул кислорода массой m = 4 г.

Дано: m = 0,004 кг, Т = 350К, N_A – 6,02*10^{23} моль$^{-1}$, *k* = 1,38*10^{-23} Дж/К, М = 32*10^{-3} кг/моль

Найти: $\langle \varepsilon_{вр} \rangle$ - ?, $E_к$ - ?

Решение:

1.На каждую степень свободы молекулы газа приходится одинаковая средняя энергия:

$$\langle \varepsilon_{вр} \rangle = \frac{1}{2} kT,$$

где *k* – постоянная Больцмана, Т – температура газа.

2.Так как вращательному движению двухатомной молекулы (молекула кислорода - двухатомная) соответствуют 2 степени свободы, то средняя энергия вращательного движения молекулы кислорода:

$$\langle \varepsilon_{вр} \rangle = 2 \cdot \frac{1}{2} kT.$$

3.Кинетическая энергия вращательного движения всех молекул газа:

$$E_к = \langle \varepsilon_{вр} \rangle N$$

4.Число всех молекул газа:

$$N = N_A \nu,$$

где N_A – постоянная Авогадро, ν - количество вещества.

5.Если учесть, что количество вещества:

$$\nu = m/M,$$

где m – масса газа; М – молярная масса газа, то формула пункта 4 примет вид:

$$N = N_A \frac{m}{M}.$$

6.Подставив выражение N, получаем:

$$E_к = \frac{\langle \varepsilon_{вр} \rangle N_A m}{M}.$$

7.Произведём вычисления, учитывая, что для кислорода: M = 32*10^{-3} кг/моль:

$$\langle \varepsilon_{вр} \rangle = kT = 1{,}38*10^{-23}*350 = 4{,}83*10^{-21} \text{ Дж.}$$

$$E_к = 6{,}02 \cdot 10^{23} \cdot \frac{4 \cdot 10^{-3}}{32 \cdot 10^{-4}} \cdot 4{,}83 \cdot 10^{-23} = 364 \text{ Дж.}$$

Ответ: $\langle \varepsilon_{вр} \rangle = 4{,}83*10^{-21}$ Дж, $E_к = 364$ Дж.

Тема 2.2 Физические основы термодинамики.

2.2.1 Основные вопросы теории

Внутренняя энергия идеального газа

Внутренняя энергия идеального газа определяется кинетической энергией движения всех его молекул.

Средняя энергия движения одной молекулы равна

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{i}{2} kT$$

Для любой массы газа, то есть для любого числа молей, внутренняя энергия вычисляется по формуле:

$$U = \frac{i}{2} \nu\, RT$$

Работа в термодинамике

Работа, совершаемая газом при расширении в различных процессах, рассчитывается по формулам:

1) При изохорном процессе работа равна 0.

2) При изобарном процессе

$$A = p(V_2 - V_1) = \nu \cdot R(T_2 - T_1)$$

3) При изотермическом процессе

$$A = \nu \cdot RT \ln \frac{V_2}{V_1} = \nu \cdot RT \ln \frac{p_1}{p_2}$$

4) При адиабатном процессе

$$A = \nu \cdot C_v (T_1 - T_2) = = \frac{\nu \cdot RT_1}{(\gamma - 1)} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right] = = \frac{p_1 V_1}{(\gamma - 1)} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right]$$

где $\gamma = \dfrac{C_p}{C_v}$ $: C_v = \dfrac{i}{2} R$ - молярная теплоемкость при постоянном объеме;

$C_p = \dfrac{(i+2)}{2} R$ - молярная теплоемкость при постоянном давлении.

Первое начало термодинамики

Первое начало термодинамики выражает закон сохранения энергии в тепловых процессах: количество теплоты, переданное системе (газу) в процессе изменения ее состояния, расходуется на изменение ее внутренней энергии и на совершение работы против внешних сил.

$$dQ = dU + dA$$

где $dU = \nu \cdot C_V dT$ - изменение внутренней энергии;

$dA = pdV$ - элементарная работа газа.

Коэффициент полезного действия тепловых двигателей

Коэффициент полезного действия тепловых двигателей определяется по формулам:

$$\eta = \frac{Q - Q_0}{Q} = \frac{T - T_0}{T}$$

где Q и T–количество теплоты, полученное от нагревателя и его температура; Q_0 и T_0–количество теплоты, переданное холодильнику и его температура

Вопросы для проверки знаний

1. Дайте определение и запишите формулу вычисления внутренней энергии идеального газа. Назовите все величины, входящие в эту формулу.
2. Дайте определение работы идеального газа. Как можно определить работу газа графически?
3. Чему равна работа газа при изохорном процессе? Ответ поясните с помощью графика процесса.
4. Запишите формулу вычисления работы газа при изобарном процессе. Ответ поясните с помощью графика процесса.
5. Запишите формулу вычисления работы газа при изотермическом процессе. Ответ поясните с помощью графика процесса.
6. Запишите формулы вычисления работы газа при адиабатном процессе. Назовите все величины, входящие в эти формулы.
7. Дайте определения и запишите формулы вычисления теплоемкости, удельной теплоемкости, молярной теплоемкости. Укажите их единицы измерения.

8. Запишите уравнение Майера. Сформулируйте физический смысл универсальной газовой постоянной R.

9. Сформулируйте и запишите формулу первого начала термодинамики.

10. Запишите первое начало термодинамики для изопроцессов и для адиабатного процесса.

2.2.2 Примеры решения задач

Пример 26:

Азот массой m = 0,1 кг был изобарически нагрет от температуры T_1 = 200 К до температуры T_2 = 400 К. Определить работу А, совершённую газом, полученную им теплоту и изменение внутренней энергии азота.

Дано: m = 0,1 кг, T_1 = 200 К, T_2 = 400 К, $\mu = 28 \cdot 10^{-3}$ кг, R = 8,31 Дж/мольК.

Найти: A = ?, Q = ?, ΔU=?

Решение.

1.Изобразим процесс на pV-диаграмме:

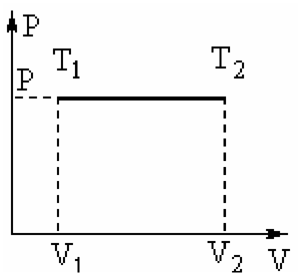


Рисунок 13 - График изобарного процесса

2.Работа газа при изобарическом расширении:

$$A = p(V_2 - V_1).$$

3.Из уравнения Менделеева-Клапейрона:

$$pV_1 = \frac{m}{\mu}RT_1\ ,\ pV_2 = \frac{m}{\mu}RT_2\ ,$$

4.Поэтому:

$$A = \frac{m}{\mu}R(T_2 - T_1) = \frac{0{,}1}{28 \cdot 10^{-3}} \cdot 8{,}31 \cdot (400 - 200) = 5{,}94 \cdot 10^3\ (Дж)$$

5.Размерность:

$$\left[A\right] = \frac{кг}{кг/моль} \cdot \frac{Дж}{моль \cdot К} = Дж$$

6.Изменение внутренней энергии газа определяется изменением его температуры:

$$\Delta U = \frac{m}{\mu} C_V \left(T_2 - T_1\right),$$

где: $C_V = \frac{i}{2} R$ - молярная теплоёмкость газа при постоянном объёме,

i - число степеней свободы молекулы (азот – двухатомный газ, поэтому *i* = *5*).

7.Тогда:

$$\Delta U = \frac{m}{\mu} \cdot \frac{i}{2} R\left(T_2 - T_1\right) = \frac{0{,}1 \cdot 5 \cdot 8{,}31 \cdot (400 - 200)}{28 \cdot 10^{-3} \cdot 2} = 14{,}8 \cdot 10^3 \left(Дж\right).$$

8.Размерность:

$$\left[\Delta U\right] = \frac{кг}{кг/моль} \cdot \frac{Дж}{моль \cdot К} = Дж.$$

9.На основании первого начала термодинамики определим теплоту, полученную газом:

$$Q = \Delta U + A = 5{,}9 \cdot 10^3 + 14{,}8 \cdot 10^3 = 20{,}7 \cdot 10^3 \left(Дж\right).$$

10.Размерность:

$$\left[Q\right] = Дж + Дж = Дж.$$

*Ответ: A = 5,9*10*^{3} *Дж, Q =20,7*10*^{3} *Дж,* Δ*U=14,8*10*^{3} *Дж*

Пример 27:

В сосуде находится водород массой m = 10 г. При изотермическом расширении объём водорода увеличивается в два раза. Считая водород идеальным газом, найти приращение его энтропии.

Дано: $V_2 = 2V_1$, m = 10 г, $\mu = 28 \cdot 10^{-3}$ кг, R = 8,31 Дж/мольК.

Найти: ΔS = ?

Решение.

1.Согласно второму началу термодинамики изменение энтропии определяется начальным и конечным состоянием системы. Если процесс перехода системы из начального состояния в конечное обратимый, то:

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T}.$$

2.По первому началу термодинамики:

$$dQ = dA = p \cdot dV$$

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{dQ}{T} = \frac{1}{T}\int_1^2 dQ = \frac{1}{T}\int_1^2 dA = \frac{1}{T}\int_{V_1}^{V_2} p \cdot dV,$$

3.Из уравнения Менделеева-Клапейрона:

$$p = \frac{m}{\mu} RT \cdot \frac{1}{V},$$

$$\Delta S = \frac{1}{T}\ p = \int_{V_1}^{V_2} \frac{m}{\mu} RT \cdot \frac{dV}{V} = \frac{m}{\mu} R \int_{V_1}^{V_2} \cdot \frac{dV}{V} = \frac{m}{\mu} R \cdot \ln\frac{V_2}{V_1},$$

$$\Delta S = \frac{m}{\mu} R \cdot \ln\frac{V_2}{V_1} = \frac{10^{-2}}{2 \cdot 10^{-3}} \cdot 8{,}31 \cdot \ln 2 = 28{,}8 \left(\frac{Дж}{К}\right).$$

4.Размерность:

$$[\Delta S] = \frac{кг}{кг/моль} \cdot \frac{Дж}{моль \cdot К} = \frac{Дж}{К}.$$

Ответ: ΔS = 28,8 $\left(\frac{Дж}{К}\right)$.

Пример 28:

Вычислить удельные теплоёмкости при постоянном давлении C_p и постоянном объёме C_V неона и водорода, принимая эти газы за идеальные.

Дано: i(Ne) = 1, i(H_2) = 2, M(Ne) = 20*10^{-3} кг/моль, M(H_2) = 2*10^{-3} кг/моль, R =8,31 Дж/(моль*К)

Найти: C_p(Ne) - ?, C_p(H_2) - ?, C_V(Ne) - ?, C_V(H_2) - ?

Решение:

1.Удельные теплоёмкости идеальных газов выражаются формулами:

$$C_V = \frac{i}{2}\cdot\frac{R}{M};\ C_p = \frac{i+2}{2}\cdot\frac{R}{M},$$

где i – число степеней свободы молекулы газа, M – молярная масса.

2.Для неона (одноатомного газа) i = 3, M(Ne) = 20*10^-3^ кг/моль.

3.Произведём вычисления:

$$C_V = \frac{3}{2}\cdot\frac{8,31}{20\cdot10^{-3}} = 6,24\cdot10^{2}\ \text{Дж/(кгК)}$$

$$C_p = \frac{3+2}{2}\cdot\frac{8,31}{20\cdot10^{-3}} = 1,04\cdot10^{3}\ \text{Дж/(кгК)}.$$

4.Для водорода (двухатомный газ) i = 5, $M(H_2) = 2*10^{-3}$ кг/моль. Тогда:

$$C_V = \frac{5}{2}\cdot\frac{8,31}{2\cdot10^{-3}} = 1,04\cdot10^{4}\ \text{Дж/(кгК)}$$

$$C_p = \frac{5+2}{2}\cdot\frac{8,31}{2\cdot10^{-3}} = 1,46\cdot10^{4}\ \text{Дж/(кгК)}.$$

Ответ: $C_p(Ne) = 1,04*10^3$ Дж/(кгК), $C_p(H_2) = 1,46*10^4$ Дж/(кгК)., $C_V(Ne) = 6,24*10^2$ Дж/(кгК), $C_V(H_2) = 1,04*10^4$ Дж/(кгК).

Пример 29:

В цилиндре под поршнем находится водород массой m = 0,02 кг при температуре T_1 = 300К. Водород сначала расширялся адиабатно, увеличив свой объём в n_1 = 5 раз, а затем был сжат изотермически, причём объём газа уменьшился в n_2 = 5 раз. Найти температуру в конце адиабатного расширения и работу, совершаемую газом при этих процессах.

Дано: m = 0,02 кг, T_1 = 300К, n_1 = 5 раз, n_2 = 5 раз, R =8,31 Дж/(мольК), M = $2*10^{-3}$ кг/моль

Найти: T_2 - ?, A_1 - ?, A_2 - ?

Решение:1. Температуры и объёмы газа, совершающего адиабатный процесс, связаны между собой соотношениями:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1},\ \text{или}\ \frac{T_2}{T_1} = \frac{1}{n_1^{\gamma-1}},$$

где $\gamma = C_p / C_V$ - соотношение теплоёмкостей газа при постоянном давлении и постоянном объёме,

$$n_1 = V_2/V_1.$$

2.Отсюда получаем следующее выражение для конечной температуры:

$$T_2 = \frac{T_1}{n_1^{\gamma-1}}.$$

3.Работа A_1 газа при адиабатном расширении может быть определена по формуле:

$$A_1 = \frac{m}{M} C_V (T_2 - T_1) = \frac{m}{M} \cdot \frac{i}{2} \cdot R(T_2 - T_1),$$

где C_V – молярная теплоёмкость газа при постоянном объёме. Работа A_2 при изотермическом процессе может быть выражена в виде:

$$A_2 = \frac{m}{M} RT_2 \cdot \ln\frac{V_3}{V_2} = \frac{m}{M} RT_2 \cdot \ln\frac{1}{n_2},$$

где

$$n_2 = V_2/V_3.$$

4.Произведём вычисления, учитывая, что для водорода как двухатомного газа γ = 1,4, i = 5,
M = 2*10^{-3} кг/моль:

$$T_2 = \frac{300}{5^{1,4-1}} = \frac{300}{5^{0,4}}\text{К}.$$

5.Так как $5^{0,4}$ = 1,91 (находится логарифмированием), то:

$$T_2 = \frac{300}{1,91} = 157 \text{ К};$$

$$A_1 = \frac{0,02}{2\cdot 10^{-2}} \cdot \frac{5}{2} \cdot 8,31(300 - 157) = 29,8 \text{ кДж};$$

$$A_2 = \frac{0,02}{2\cdot 10^{-2}} 8,31\cdot 157 \cdot \ln\frac{1}{5} = -21 \text{ кДж}.$$

Знак «минус» показывает, что при сжатии газа работа совершается внешними силами.

Ответ: T_2 = 157 K, A_1 = 29,8 кДж, A_2 = -21 кДж

Пример 30:

Тепловая машина работает по обратимому циклу Карно. Температура теплоотдатчика T_1 = 500 K. Определить КПД η цикла и температуру T_2 теплоприемника тепловой машины, если за счёт каждого килоджоуля теплоты, полученной от теплоотдатчика, машина совершает работу A = 350 Дж.

Дано: T_1 = 500 K, A = 350 Дж, Q1 = $1*10^3$ Дж

Найти: η - ? , T_2 - ?

Решение:

1.Термический КПД тепловой машины показывает, какая доля теплоты, полученной от теплоотдатчика, превращается в механическую работу. Термический КПД выражается формулой:

$$\eta = A / Q_1,$$

где Q1 – теплота, полученная от теплоотдатчика, A – работа, совершаемая рабочим телом тепловой машины.

2.Зная КПД цикла, можно по формуле:

$$\eta = (T_1 - T_2) / T_1$$

определить температуру охладителя T_2:

$$T_2 = T_1(1 - \eta).$$

3.Произведём вычисления:

$$\eta = 350/1000 = 0{,}35;$$
$$T_2 = 500(1 - 0{,}35) = 325 \text{ K}.$$

Ответ: $\eta = 0{,}35$, $T_2 =$ 325 K.

Контрольная работа

101. Вдоль оси OX согласно уравнениям $x_1 = 10 + 4t – 0,5t^2$, м и $x_2 = 3 - 2t + t^2$, м движутся две материальные точки

1. В какой момент времени t_1 скорости этих точек будут одинаковы?
2. Какой путь прошла вторая точка за это время?

102. Точка движется по окружности радиусом R = 2,0 м.Зависимость пути, пройденного точкой от времени выражено уравнением $l = t + 3t^2$, м.

1. Найдите полное ускорение точки через t = 1,0 с после начала движения.
2. Чему равен угол между нормальным и полным ускорениями в этот момент времени? Решение поясните рисунком.

103.Плоскость, образующая угол наклона $\alpha = 30^o$ с горизонтом, имеет длину l = 2 м. Тело, двигаясь равноускоренно, соскользнуло с вершины плоскости к её основанию за время t = 2 с.

1. Определите коэффициент трения тела о плоскость.
2. Какую скорость будет иметь тело у основания плоскости?

104. Для тела массой m=5 кг зависимость координаты от времени при торможении выражена уравнением $x = 12t - 1,6t^2$.

1. Найдите путь, пройденный телом до полной остановки
2. Как зависит сила, действующая при этом на тело от времени? Чему равна эта сила через t = 2с после начала торможения?

105. По наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол $\alpha = 45°$ скользит тело. Зависимость пройденного телом пути l от времени t дается уравнением $l = ct^2$, где c = 1,73 м/с^2.

1. Найти коэффициент трения μ тела о плоскость.
2. Чему будет равна скорость тела к моменту времени, когда оно пройдёт расстояние l = 10 м?

106. По окружности радиуса R = 40 м движется материальная точка. Зависимость пути от времени движения точки определяется уравнением $l = 8 – t + 4t^2 + 1\, t^3$.

1. Чему равна величина линейной скорости точки в момент времени t = 4 с после начала движения?
2. Чему равен угол между нормальным и полным ускорениями в момент времени t = 4 с после начала движения? Решение поясните рисунком.

107. Материальная точка начинает двигаться по окружности R = 16,0 м с тангенциальным ускорением a_t = 10 м/с^2.

1. Чему равно полное ускорение точки через три секунды t = 2 с после начала движения. Решение поясните рисунком.
2. Чему равна величина угловой скорости и углового ускорения при этом

движении в этот момент времени?

108. Имеющее постоянную массу тело начинает тормозить. Путь при торможении изменяется с течением времени согласно уравнению $l = 196t - t^3$. В момент остановки сила торможения достигла значения $F_{ост} = 48$ Н.

1. Определите, какой путь l прошло тело от начала торможения до полной остановки.

2. Чему равна сила торможения через $t = 3$ мин после начала торможения?

109. Материальная точка движется по окружности радиуса R = 8 м. В некоторый момент времени нормальное ускорение точки равно $a_n = 4$ м/с^2 и образует с вектором полного ускорения угол $\alpha = 60°$.

1. Чему равна скорость точки в этот момент времени?

2. Найдите величину тангенциального ускорения в этот момент времени. Решение поясните рисунком.

110. Прямолинейно движется тело массой m = 0,5 кг, причём зависимость координаты x от времени даётся уравнением $x = A - Bt + Ct^2$, где C = 5 м/с^2 и B = 10 м/с^2.

1. Определите результирующую силу, действующую на тело во время движения.

2. В какой момент тело остановится, и какой путь оно пройдёт до остановки?

111. Вагон массой 10 т движется равнозамедленно с ускорением 0,3 м/с^2 и начальной скоростью 72 км/ч

1. Найдите силу торможения, коэффициент трения.

2. Определите время движения вагона до остановки и перемещение вагона.

112.Тело массой 150 кг равномерно тянут с силой 2000 Н вверх по наклонной плоскости с углом наклона 30^0.

1.Определите коэффициент трения тела о плоскость.

2. С каким ускорением тело будет соскальзывать с наклонной плоскости, если его отпустить?

113.На столе лежат два бруска, связанные нитью. На брусок 1 действует сила 30 Н под углом $\alpha=30^0$ к горизонту. Коэффициент трения брусков о стол k=0,12, масса брусков m_1=5 кг и m_2=3 кг.

1. Определите ускорение, с которым движутся тела.

2. Какая сила натяжения возникает в нити?

114.По наклонной плоскости с углом наклона к горизонту, равным 30, скользит тело.

1.Определите ускорение тела, если коэффициент трения 0,12

2.Найдите скорость тела в конце второй секунды от начала скольжения.

115.На наклонной плоскости находится тело массой m= 120 г, на которое действует горизонтально направленная сила F=200 Н. Коэффициент трения тела о плоскость равен 0.05, наклонная плоскость составляет с горизонтом угол α=30.

1.Определите ускорение тела.

2.Найдите скорость тела в конце третьей секунды от начала скольжения.

116.Две гири связаны нерастяжимой нитью, перекинутой через блок. Разность их высот равна 3 м. Представленные самим себе, гири через с после начала движения оказались на одной высоте.

1. Какова масса более легкой гири, если масса другой гири 0,2 кг?

2. Какое давление оказывают грузы на блок? Масса блока равна нулю.

117.Через блок перекинута нить, к которой привязаны два груза одинаковой массы. Грузы лежат на плоскостях клина, расположенных под углами α и β к горизонту; $\alpha=30^0$, $\beta=60^0$. Коэффициент трения грузов о плоскости равен k=0,12. Определить ускорения тел.

118.Самолет описывает петлю Нестерова радиусом 90м.

1.Какое давление оказывает летчик на сиденье в нижней точке петли, если его скорость 720 км\ч?

2.Какова должна быть наименьшая скорость самолета, чтобы летчик не оторвался от сиденья в верхней част части петли?

119. На наклонной плоскости длиной 12 м и высотой 4 м лежит груз массой 25 кг. Коэффициент трения равен 0,5.

1.Какую силу надо приложить к грузу вдоль плоскости, чтобы втащить груз?

2. Какую силу надо приложить к грузу вдоль плоскости, чтобы стащить груз?

120. На наклонной плоскости длиной 50 см и высотой 10 см покоится брусок массой 3 кг. При помощи динамометра, расположенного параллельно плоскости, брусок сначала втащили вверх по наклонной плоскости, а затем стащили вниз.

1.Найти разность показаний динамометра.

2.Найти ускорение тела, если оно будет свободно скользить по наклонной плоскости

121. Каток в виде однородного цилиндра массой m = 2,0 кг катится по горизонтальной поверхности под действием силы F = 10 Н, приложенной к его оси. Сила направлена перпендикулярно оси катка и составляет с горизонтом угол $\alpha = 30°$.

1. Определите ускорение, с которым перемещается ось катка.

2. Чему равен момент этой действующей силы относительно оси, проходящей через точки касания катка дороги в некоторый момент времени? Покажите на рисунке направление этого момента силы.

122. Две гири разной массы соединены нерастяжимой невесомой нитью, перекинутой через блок радиуса R = 20 см, момент инерции которого равен J = 50 кг · м^2. Момент силы трения, действующей на блок, равен $M_{тр}$ = 98,1 Н · м.

1. Определите разность силы трения, действующей на блок по обе стороны блока ($T_1 - T_2$), если угловое ускорение блока постоянно и равно ε = 2,36 рад/с^2.

2. На какое расстояние l переместиться каждая гиря за время t = 1,0 с?

123. Тонкий стержень длиной l = 0,5 м и массой m = 400 г начимнает вращаться вокруг оси, проходящей через середину стержня, перпендикулярно его длине, с угловым ускорение ε = 3 рад/с^2.

1. Определите момент силы, действующей на тело. На рисунке покажите направление этого момента.

2. Сколько оборотов сделает стержень за первые три секунды вращения?

124. Диск, момент инерции которого J = 40 кг · м^2, начинает вращаться равноускоренно под действием момента силы M = 20 Н · м

1. какой момент импульса будет иметь тело через t = 10 с вращения? На рисунке покажите направление этого момента импульса.

2. Сколько полных оборотов сделает диск за этот промежуток времени?

125. Колесо, вращаясь равнозамедленно, уменьшило частоту вращения от n_1 = 300 об/мин до n_2 =180 об/мин за время t = 1 мин. Момент инерции колеса J = 2 кг-м^2

1. Определите угловое ускорение колеса и покажите на рисунке как оно направлено.

2. Как направлен момент сил торможения и чему он равен?

126. Шар массой m = 2 кг и радиусом R = 5 см вращается вокруг оси, проходящей через центр масс шара, согласно уравнению $\varphi = 3t^2 + t$

1. Сколько оборотов сделает шар за время t = 10 с?

2. Определите момент импульса шара через две минуты после начала движения и покажите на рисунке направления векторов момента импульса и углового ускорения.

127. На барабан радиусом R = 25 см, момент инерции которого J = 1 кг-м^2, намотан шнур, к которому привязан груз массой m = 0,5 кг. До начала движения высота груза над полом была равна h = 1,0 м.

1. Определите момент импульса L барабана в момент удара груза о пол. На рисунке покажите направление этого момента импульса.

2. Определите силу натяжения нити T при движении груза.

128. Тонкостенный цилиндр, масса которого m = 12 кг, а диаметр основа-

ния D = 30 см, вращается согласно уравнению $\varphi = 4 + 2t - 0{,}2t^3$.

1. Определите угловое ускорение диска в момент времени t = 2,0 с. Покажите на рисунке как оно направлено.

2. Чему равен момент сил, действующий на тело, в момент времени t = 3,0 с? На рисунке покажите направление этого момента.

129. На обод маховика диаметром D = 30 см намотан шнур, к концу которого привязан груз массой m = 2,0 кг.

1. Определите момент инерции маховика, если он, вращаясь равноускоренно за время t = 3,0 с, приобрёл угловую скорость ω = 9 рад/с.

2. На какую высоту h при этом опустился груз?

130. Блок, массу m = 2,0 кг которого считать равномерно распределённой по ободу, вращается с частотой n = 12 об/с. Диаметр блока D = 30 см.

1. Определите, какой момент сил надо приложить к блоку, чтобы он, двигаясь равнозамедленно, остановился в течение Δt = 8,0 с. На рисунке покажите направление этого момента сил.

2. Сколько оборотов он сделает до остановки?

131. По небольшому куску мягкого железа, лежащего на наковальне массой M = 300 кг, ударяет молот массой m = 8,0 кг.

1. Определите КПД удара, если удар неупругий. Полезной считать энергию, затраченную на деформацию.

2. Какую энергию будет иметь боек перед ударом, если при размахе он был поднят на высоту h_1 = 2 м?

132. Боек массой M = 0,5 т падает на сваю массой m = 120 кг с высоты h_1 = 5 м.

1. Определите КПД неупругого удара. Полезной считать энергию, затраченную на вбивание сваи.

2. Найдите среднюю силу сопротивления грунта, если в результате одного удара свая входит в грунт на глубину h_2 = 4,0 см.

133. Сплошной цилиндр массой m = 8,0 кг скатывается без трения с наклонной плоскости высотой h = 0,5 м, составляющей угол $\alpha = 30°$ с горизонтом. Начальная скорость цилиндра равна нулю.

1. Определите скорость поступательного движения цилиндра у основания плоскости.

2. За какое время цилиндр скатится с наклонной плоскости?

134. По горизонтальной плоской поверхности движется шар массой m = 1,0 кг со скоростью ν_1 = 4 м/с и сталкивается с шаром массой m = 2,0 кг, который движется навстречу ему со скоростью ν_2 = 3 м/с.

1. Найдите скорости u_1 и u_2 шаров после удара. Удар считать центральным,

абсолютно упругим.

2. Определите коэффициент сопротивления, если второй шар, педосталенный сам себе после удара, остановится, пройдя путь l = 1,8 м.

135. Стальной шарик массой m = 10 г упал с высоты h_1 = 1,0 м на стальную плиту и подскочил после удара на высоту h_2 = 0,8 м.

1. Определите изменение импульса $\Delta \vec{p}$ шарика при ударе. На рисунке покажите направление вектора $\Delta \vec{p}$

2. Какое количество теплоты выделиться при ударе?

136. Цилиндр массой m = 1,0 кг движется без проскальзывания по горизонтальной дороге со скоростью ν = 14 м/с.

1. Через какое время цилиндр остановится, если на него действует сила трения F = 50 Н?

2. Какую работу совершит при этом сила трения?

137. Стержень длиной l = 1 м и массой M = 7,0 кг может свободно вращаться в вертикальной плоскости вокруг горизонтальной оси, проходящей через его верхний конец. В другой его конец попадает пуля массой m = 0,01 кг, летящая со скоростью ν = 500 м/с перпендикулярно оси и стержню, и застревает в нём.

1. Чему равна угловая скорость движения стержня с пулей сразу после застревания в нём пули?

2. На какой максимальный угол отклониться стержень с пулей после удара?

138. Горизонтально летящая пуля массой m = 10 г со скоростью ν_1 = 400 м/с попадает в деревянный куб массой M = 0,050 кг, лежащий на горизонтальной поверхности, и пробивает его. Скорость пули при вылете из куба равна ν_2 = 100 м/с.

1. Найдите, какая часть энергии пули перешла в тепло, если траектория движения пули проходит через центр куба.

2. Чему равен коэффициент трения между кубом и поверхностью, если после удара куб пройдёт до остановки l = 0,5 м?

139. Шар массой m = 1,0 кг и радиусом R = 3 см катится по горизонтальной поверхности без проскальзывания, ударяется о стенку и отскакивает от неё со скоростью ν = 8 см/с. Скорость шара до удара равна ν = 10 см/с.

1. Найдите импульс силы, действующей на стенку во время удара, по модулю и направлению.

2. Какое количество теплоты выделиться при ударе?

140. Маховик вращается с частотой n =10 об/с, при этом его кинетическая

энергия равна W_k = 7,85 кДж.

1. За какое время вращающий момент M = 50 Н · м, действующий на маховик, увеличит его скорость в два раза?

2. Какую работу должны совершить силы торможения, чтобы остановить диск, вращающийся с частотой n?

141. Какую температуру T имеет масса m = 2 г азота, занимающего объём V = 820 см^3, при давлении p = 0,2 МПа?

1. Сколько молекул газа находится в сосуде?

2. Какую среднюю квадратичную скорость имеют молекулы этого газа?

142. Какой объем V занимает кислород массой m = 10 г при давлении p = 100 кПа и температуре t = 20ºC?

1. Сколько молей газа находится в сосуде?

2. Какова средняя арифметическая скорость движения молекул газа?

143. Баллон объёмом V = 12 л наполнен азотом при давлении p = 8,1 МПа и температуре t = 17ºC.

1. Какая масса m азота находится в баллоне?

2. Сколько молей азота помещено в сосуд? Какова плотность газа в этом сосуде?

144. В баллоне объёмом V=3л находится газ под давлением p_1 = 10 МПа.

1. Какое количество газа надо взять из баллона, если давление стало равным p_2 = 2,5 МПа? Температуру газа читать постоянной и равной t = 27ºC.

145. В баллоне объёмом V = 10 м^3 при давлении p = 96 кПа и температуре t = 17 ºC находится газ.

1. Какое количество газа ν находится в баллоне?

2. Какое значение имеет коэффициент Пуассона для этого газа?

146. Некоторый газ при температуре t = 10 ºC и давлении p = 200 кПа имеет плотность ρ = 0,34 кг/м^3.

1. Найдите молярную массу M газа.

2. Какова концентрация газа при этих условиях?

147. В сосуде объёмом V = 4 л находится масса m = 1 г водорода.

1. Какое число молекул *n* содержит единица объёма сосуда?

2. Каково давление газа в сосуде, если температура системы T = 273 K?

148. В сосуде объёмом V = 2 л находится масса m = 10 г кислорода при давлении p = 90,6 кПа.

1. Какое число молекул N газа находится в сосуде?

2. Чему равна плотность газа ρ при этих условиях?

149. Плотность некоторого газа равна ρ = 0,06 кг/м^3, а средняя квадратичная скорость его молекул $\langle \nu_{кв} \rangle$ = 500 м/с.

1. Найдите давление p, которое газ оказывает на стенки сосуда.

2. Определите концентрацию газа *n*.

150. Двухатомный газ находится в сосуде объёмом V = 10 $см^3$ при давлении p = 5,3 кПа и температуре t = 27 ºC.

1. Какое число N молекул находится в этом сосуде?

2. Чему равна плотность газа ρ при этих условиях?

151. При каком давлении средняя длина свободного пробега молекул водорода равна 205 см, если температура газа равна 67 ^{0}C? Диаметр молекулы водорода принять равным 0,28 нм.

152. Найдите среднюю длину свободного пробега <l> молекулы азота в сосуде объемом V=5 л. Масса газа m=0.5 г.

153.Определите коэффициент теплопроводности азота. Находящегося в некотором объеме при температуре 280 К.Эффективный диаметр молекулы азота принять равным 0,38 нм.

154.Определите коэффициент диффузии воздуха при давлении $1 \cdot 10^6$ Па и температуре 27 °C.

155.В сосуде емкостью 1 л содержится кислород массой 32 г. Определить среднее число соударений молекул в секунду при температуре 100 К.

156.Определить коэффициент внутреннего трения кислорода при температуре 500 К.

157.В сосуде емкостью 1 л находится 4,4 г углекислого газа. Определить среднюю длину свободного пробега молекул.

158.Определить коэффициент внутреннего трения кислорода при температуре 400 К.

159.Определить среднюю длину и среднюю продолжительность свободного пробега молекул углекислого газа при температуре 200 К и давлении 1,38 Па.

160. Определить коэффициент диффузии азота при давлении $0,5 \cdot 10^5$ Па и температуре 127^0C.

161.Используя условие задачи 141, определите:

1. Чему равна молярная теплоёмкость этого газа при изохорическом процессе?

2. Сравните энергию поступательного и вращательного движения одной молекулы этого газа.

162. Используя условие задачи 142, определите:

1. Чему равна молярная теплоемкость этого газа при изобарическом процессе?

2. Сравните энергию поступательного и вращательного движения одной молекулы этого газа.

163. Используя условие задачи 143, определите:

1. Какое значение имеет коэффициент Пуассона для этого газа?

2. Чему равна поступательная энергия газа всех молекул?

164. Используя условие задачи 144, определите:

1. Чему равна молярная теплоёмкость этого газа при изохорическом процессе?

2. Сравните энергию поступательного и вращательного движения одной молекулы этого газа.

165. Используя условие задачи 145, определите:

1. Чему равна энергия поступательного и вращательного движения всех молекул этого газа, если газ является трёхатомным?

2. Какое значение имеет коэффициент Пуассона для этого газа?

166. Используя условие задачи 146, определите:

1. Чему равна молярная теплоемкость этого газа при изобарическом процессе?

2. Сравните энергию поступательного и вращательного движения одной молекулы этого газа.

167. Используя условие задачи 147, определите:

1. Чему равна энергия поступательного и вращательного движения всех молекул этого газа, если газ является трёхатомным?

2. Какое значение имеет коэффициент Пуассона для этого газа?

168. Используя условие задачи 148, определите:

1.Чему равна молярная теплоёмкость этого газа при изохорическом процессе?

2. Сравните энергию поступательного и вращательного движения одной молекулы этого газа.

169. Используя условие задачи 149, определите:

1. Чему равна энергия теплового движения молекул, находящихся в единице объёма сосуда, если газ является 2-атомным?

Чему равна молярная теплоёмкость этого газа при изохорическом процессе?

170. Используя условие задачи 150, определите:

Двухатомный газ находится в сосуде объёмом $V = 10$ см^3 при давлении $p = 5{,}3$ кПа и температуре $t = 27$ °C.

1. Какой энергией теплового движения U обладают эти молекулы?

2. Чему равна молярная теплоемкость этого газа при изобарическом процессе?

171. Два моля двухатомного идеального газа сжимаются один раз изотермически, а второй раз адиабатически. Начальные параметры газа в обоих слу-

чаях одинаковы. Постройте графики этих процессов в координатах $p - V$. Покажите работы при этих процессах на графике.

172. При изобарном нагревании газа на $\Delta T_1 = 100$ К газа требуется Q_{12} = 4,2 кДж теплоты, а при изохорном охлаждении газ отдаёт Q_{23} = 5,04 кДж теплоты при уменьшении давления в два раза. Начальная температура газа при изохорном охлаждении T_2 = 400К. Постройте графики этих процессов координатах $p - V$.

1. Определите коэффициент Пуассона для этого газа

2. Найдите изменение энтропии ΔS газа для каждого из изопроцессов и для всего процесса в целом.

173. При изотермическом расширении ν = 0,4 моля водорода было подведено Q = 800 Дж теплоты. Температура водорода T = 300 К. После изотермического расширения газ изобарически сжали до первоначального объёма. Постройте график этого процесса в координатах $p - V$.

1. Определите суммарную работу газа при переходе из начального в конечное состояние.

2. Найдите изменение энтропии ΔS газа для каждого из изопроцессов и для всего процесса в целом.

174. Двуокись углерода массой m = 4,4 кг при давлении $p_1 = 2 \cdot 10^5$ Па адиабатически сжали до некоторого давления p_2, при этом, его внутренняя энергия изменилась на ΔU = 108 Дж. После сжатия газ изобарически расширился до начального объёма. Постройте график этого процесса в координатах $p - V$.

1. Определите суммарную работу газа при переходе из начального в конечное состояние.

2. Найдите изменение энтропии ΔS газа для каждого из изопроцессов и для всего процесса в целом.

175. При изохорном нагревании на ΔT = 10 К газа массой m = 20 г требуется Q_1 = 630 Дж теплоты, а при изобарном процессе Q_2 = 1050 Дж.

1. Определите молярную массу газа.

2. Найдите изменение энтропии ΔS газа для каждого из изопроцессов и для всего процесса в целом, если начальная температура T_1 = 300К.

176. Десять молей двуокиси углерода (CO_2), находящейся при температуре T = 300 К и давлении $p_1 = 2 \cdot 10^5$ Па были адиабатически сжаты до некоторого давления p_2,при этом объём уменьшился в два раза. После сжатия газ расширился изобарически до первоначального объёма.

1. Определите суммарную работу газа при переходе из начального в конечное состояние.

2. Найдите изменение энтропии ΔS газа для каждого из изопроцессов и для всего процесса в целом.

177. Один моль двухатомного газа адиабатически расширяется так, что его давление уменьшается в 5 раз, а затем изотермически сжимается до первоначального давления. Начальная температура газа T = 600 К. Постройте график этого процесса в координатах p – V.

1. Определите суммарную работу газа при переходе из начального в конечное состояние.

2. Найдите изменение энтропии ΔS газа для каждого из изопроцессов и для всего процесса в целом.

178. Десять молей двуокиси углерода (CO_2), находящейся при температуре T = 300 К и давлении $p_1 = 2 \cdot 10^5$ Па были адиабатически сжаты до некоторого давления p_2,при этом объём уменьшился в два раза. После сжатия газ изобарически охладился до первоначального давления.

1. Определите суммарную работу газа при переходе из начального в конечное состояние.

2. Найдите изменение энтропии ΔS газа для каждого из изопроцессов и для всего процесса в целом.

179. Двухатомный идеальный газ в количестве ν = 20 молей, имеющий давление $p_1 = 1 \cdot 10^5$ Па и занимающий объём $V_1 = 1$ м^3, сжали изобарически до объёма в пять раз меньше первоначального, а затем изотермически газ расширился до первоначального объёма.

1. Определите суммарное количество теплоты, полученное и отданное газом при переходе из начального в конечное состояние.

2. Найдите изменение энтропии ΔS газа для каждого из изопроцессов и для всего процесса в целом.

180. При изотермическом расширении 2 кг водорода, взятых при давлении $p = 6 \cdot 10^5$ Па и объёме $V_1 = 8{,}31$ м^3, была совершена работа $A = 5{,}47 \cdot 10^6$ Дж. После изотермического расширения газ был адиабатически сжат, причём была совершена по величине работа, что и при расширении.

1. Найдите изменение внутренней энергии газа при переходе из начального состояния в конечное.

2. Найдите изменение энтропии ΔS газа для каждого из изопроцессов и для всего процесса в целом.

181. Колебания материальной точки массой m = 0,1 г происходят согласно закону $x = A\cos\omega_0 t$, где A = 5 см, ω = 20 с$^{-1}$. Определить период колебаний и максимальное значение возвращающей силы F_{max}.

182. Материальная точка совершает гармонические колебания. Наибольшее смещение точки равно $x_{max} = 10$ см, наибольшая скорость $\upsilon_{max} = 20$ см/с. Определить циклическую частоту колебаний ω и максимальное ускорение a_{max} точки.

183. Колебания точки происходят по закону $x = A \cos(\omega_0 t+\varphi_0)$. В некоторый момент времени смещение x точки равно 5 см, ее скорость $\upsilon = 20$ см/с и ускорение $a = -80$ см/с^2. Найти амплитуду A и период колебаний T.

184. Начальная фаза гармонических колебаний равна нулю. При смещении точки от положения равновесия $x_1 = 2{,}4$ см скорость точки равна $\upsilon_{x1} = 3$ см/с, а при смещении $x_2 = 2{,}8$ см скорость равна $\upsilon_{x2} = 2$ см/с. Найти амплитуду A и период колебаний T.

185. Материальная точка совершает гармонические колебания, уравнение которых имеет вид $x = 0{,}05 \sin(2t + \pi/4)$ м. Определить период колебаний, а также момент времени (ближайший к началу отсчёта), в который потенциальная энергия точки равна $W_p = 1 \cdot 10^{-4}$ Дж, а возвращающая сила $F = 5 \cdot 10^{-3}$ Н.

186. Материальная точка массой m = 50 г совершает гармонические колебания согласно уравнению $x = 0{,}1 \cos \frac{3\pi}{2} t$, м. Определить величину силы F, действующей на материальную точку, для момента времени t = 0,5 с и полную энергию W точки.

187. Груз массой m = 500 г, подвешенный на пружине жесткостью k = 100Н/м, совершает гармонические колебания с энергией W = 1 Дж. Найти период колебаний, их амплитуду и максимальную скорость колебаний груза.

188. Точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, выражаемых уравнениями $x = A_1 \sin \omega t$ и $y = A_2 \cos \omega t$, где $A_1 = 2$ см, $A_2 = 1$ см. Определить уравнение траектории точки, построить траекторию с соблюдением масштаба. Указать направление движения точки и пояснить свой ответ.

189. Точка совершает одновременно два гармонических колебания одинаковой частоты, происходящие по взаимно перпендикулярным направлениям и выражаемых уравнениями $x = A \cos \omega t$, $y = B \cos \omega t$, где A = 2 см, B = 3 см. Найти уравнение траектории точки и построить траекторию с соблюдением масштаба. Указать направление движения точки и пояснить свой ответ.

190. Найти амплитуду A и начальную фазу φ гармонического колебания, полученного от сложения двух одинаково направленных колебаний, заданных уравнениями $x_1 = 0{,}02 \sin(5\pi t + \pi/2)$ м, $x_2 = 0{,}03 \sin(5\pi t + \pi/4)$ м. Построить с соблюдением масштаба векторную диаграмму сложения амплитуд. Определить амплитуду и начальную фазу φ_0 результирующего колебания. Написать уравнение результирующего колебания.

191. Точка совершает одновременно два гармонических колебания, происходящих по взаимно перпендикулярным направлениям и выражаемых уравнениями $x = A_1 \cos \omega t$ и $y = A_2 \cos \omega(t + \tau)$, где $A_1 = 4$ см, $A_2 = 8$ см, $\omega = \pi \cdot c^{-1}$, τ =

1с. Найти уравнение траектории точки и построить траекторию с соблюдением масштаба, указав направление движения точки. Пояснить свой ответ.

192. Точка совершает одновременно два гармонических колебания, происходящих по взаимно перпендикулярным направлениям и выражаемых уравнениями $x = A_1 \sin \omega t$ и $y = A_2 \sin \omega t$, где $A_1 = 1{,}5$ см, $A_2 = 2{,}5$ см. Найти уравнение траектории точки и построить траекторию с соблюдением масштаба, указав направление движения точки. Пояснить свой ответ.

193. Складываются два гармонических колебания одного направления с одинаковыми периодами $T_1 = T_2 = 1{,}5$ с и амплитудами $A_1 = A_2 = 2$ см. Начальные фазы колебаний $\varphi_1 = \pi/2$и $\varphi_2 = \pi/3$. Определить амплитуду А и начальную фазу φ_0 результирующего колебания, записать его уравнение и построить с соблюдением масштаба векторную диаграмму сложения амплитуд.

194. Точка совершает одновременно два гармонических колебания одинаковой частоты, происходящие по взаимно перпендикулярным направлениям и выражаемых уравнениями $x = A \sin \omega t$, $y = B \sin \omega t$, где $A = 3$ см, $B = 4$ см. Найти уравнение траектории точки и построить траекторию с соблюдением масштаба. Указать направление движения точки и пояснить свой ответ.

195. Точка участвует в двух одинаково направленных колебаниях: $x = A_1 \sin \omega t$ и $y = A_2 \cos \omega t$, где $A_1 = 1$ см, $A_2 = 2$ см, $\omega = 1 \cdot c^{-1}$. Определить амплитуду А и начальную фазу φ_0 результирующего колебания, записать его уравнение и построить с соблюдением масштаба векторную диаграмму сложения амплитуд.

196. складываются два гармонических колебания одинаковой частоты и одинакового направления: $x = 1 \cdot \cos(\omega t + \pi/3)$ см и $y = 2 \cdot \cos(\omega t + \pi/6)$ см. Определить амплитуду А и начальную фазу φ_0 результирующего колебания, записать его уравнение и построить с соблюдением масштаба векторную диаграмму сложения амплитуд.

197. Определить амплитуду А и начальную фазу φ_0 результирующего колебания, которое возникает при сложении двух колебаний одинакового направления с одинаковыми периодами: $x_1 = A_1 \sin \omega t$ и $x_2 = A_2 \sin \omega (t + t)$, где $A_1 = A_2 = 1$ см, $\omega = \pi \cdot c^{-1}$, $t = 0{,}5$с. Написать уравнение результирующего движения. Построить с соблюдением масштаба векторную диаграмму сложения амплитуд.

198. Однородный диск радиусом R=20 м колеблется около горизонтальной оси, проходящей на расстоянии l= 15 см от центра диска. Определите период колебания диска.

199. Определите период колебания стержня длиной l= 30 см около оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его конец.

200. Определите частоту гармонических колебаний диска радиусом R=20 см около горизонтальной оси, проходящей через середину радиуса диска перпендикулярно его плоскости.

Библиографический список

1. Трофимова, Т.И. Курс физики [Текст]: учебное пособие / Т.И.Трофимова. – Изд. 4-е, испр. - М.: «Высшая школа», 2007. – 542 с.

2. Дмитриева, В.Ф. Основы физики [Текст]: учебное пособие / В.Ф.Дмитриева. – М.: «Высшая школа», 2001.

3. Чертов, А.Г. Задачник по физике [Текст]: учебное пособие / А.Г. Чертов, А.А.Воробьев - М. «Высшая школа», 2007.-640.

4. Трофимова, Т.И. Сборник задач по физике с решениями [Текст]: учебное пособие / Т.И.Трофимова. – Изд. 4-е, испр. - М.: «Высшая школа», 2001. – 542 с.

5. Волькенштейн, Э. Сборник задач по физике [Текст]: учебное пособие / Э.Волькенштейн - М. «Высшая школа», 1975.

6.Ожегова С.М. Практические занятия по физике. Часть 1. «Механика. Молекулярная физика. Термодинамика» [Текст]: учебно-методическое пособие / С.М. Ожегова- Новотроицк, 2014. -114 с.

7. Сакун Г.В. Механика. Молекулярная физика. Термодинамика[Текст]: методическое пособие / Г.В.Сакун – Екатеринбург, УрфУ, 2010. -62 с.

ОЖЕГОВА СВЕТЛАНА МИХАЙЛОВНА

МЕХАНИКА. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА. ТЕРМОДИНАМИКА

Учебно-методическое пособие по физике
для выполнения контрольной работы студентами заочной формы обучения
направлений подготовки
09.03.03 Прикладная информатика,
13.03.02 Электроэнергетика и электротехника,
15.03.02 Технологические машины и оборудование,
13.03.01 Теплоэнергетика и теплотехника,
22.03.02 Металлургия
18.03.01 Химическая технология

Подписано в печать 16.12.2020 г.		
Формат 60x90 $^1\!/_{16}$ Рег. № 212	Печать цифровая Тираж 30 экз.	Уч.-изд.л. 5,88

ФГАОУ ВО
Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС»
Новотроицкий филиал
462359, Оренбургская обл., г. Новотроицк, ул. Фрунзе, 8.
E-mail: nf@misis.ru
Контактный тел. 8 (3537) 679729.