

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«**МИСиС**»

НОВОТРОИЦКИЙ ФИЛИАЛ

Кафедра Математики и естествознания

А.В. Швалева
Т.П. Филоненко

МАТЕМАТИКА

Методические указания
по выполнению контрольной работы № 3
для студентов технических направлений подготовки
заочной формы обучения

Новотроицк 2020

УДК 373.6/9

ББК 74.5 р

Ш 33

Рецензенты:

*Доцент кафедры математики, информатики и физики ОГТИ (филиал) ФГБОУ ВО
«Оренбургский государственный университет», к.ф.-м.н.*

В.В. Пергунов

*Зав. кафедрой математики и естествознания Новотроицкого филиала ФГАОУ ВО
НИТУ «МИСиС» к.ф.-м.н*

Д.А. Гюнтер

А.В. Швалёва, Т.П. Филоненко. Математика: методические указания по выполнению контрольной работы № 3 для студентов технических направлений подготовки заочной формы обучения. – Новотроицк: НФ НИТУ «МИСиС», 2020. – 37 с.

В методических указаниях излагаются требования к структуре и содержанию контрольной работы, даны 20 вариантов контрольной работы, а также предложен разбор нулевого варианта, что существенно облегчает самостоятельную работу студента.

Рекомендовано Методическим советом НФ НИТУ «МИСиС»

	<p>© Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС», Новотроицкий филиал, 2020 г.</p> <p>©</p>
--	--

Содержание

Введение	4
1 Требования к оформлению текста контрольной работы, определение варианта.....	5
2 Разбор нулевого варианта контрольной работы № 3	6
3 Содержание контрольной работы № 3.....	16
4 Список рекомендуемой литературы, интернет-ресурсов	35

Введение

Контрольная работа является одной из форм текущего контроля успеваемости студентов. В соответствии с учебным планом овладение курсом математики включает выполнение студентами трех контрольных работ: по одной в каждом из первых трех семестров обучения. Успешное выполнение контрольных работ свидетельствует об освоении студентами соответствующего теоретического материала и его применения для решения математических и прикладных задач.

В соответствии с учебным планом, выполнение контрольной работы № 3 предусмотрено в 3 семестре. Исходя из содержания курса математики, задания контрольной работы включают в себя проверку знаний и умений по разделам: «Векторный анализ», «Дифференциальные уравнения первого порядка», «Дифференциальные уравнения высших порядков».

1 Требования к оформлению текста контрольной работы, определение варианта

Контрольная работа оформляется либо на листах формата А4, либо в тетради в клетку в рукописном или в распечатанном на персональном компьютере варианте (по желанию студента). Образец титульного листа контрольной работы представлен в приложении данных указаний, а также на сайте НФ МИСиС.

Текст выполненной контрольной работы включает подробные решения всех задач. Последовательность решенных задач контрольной работы – произвольная, но при этом сохраняется номер задачи, под которым представлено ее условие в тексте варианта. Оформление решения каждой задачи включает: указание номера задачи, запись ее условия. После слова «Решение» приводится подробное решение задачи с объяснением каждого из шагов. Завершается оформление решения каждой задачи записью ответа. Листы, на которых представлено решение задач контрольной работы, должны быть пронумерованы. Титульный лист не нумеруется.

Определение варианта контрольной работы

Вариант контрольной работы № 3 выбирается по последним двум цифрам номера зачетной книжки. Ниже приведена таблица выбора варианта контрольной работы № 3.

Последние цифры	№ варианта
01; 11; 21; 31; 41	1
02; 12; 22; 32; 42	2
03; 13; 23; 33; 43	3
04; 14; 24; 34; 44	4
05; 15; 25; 35; 45	5
06; 16; 26; 36; 46	6
07; 17; 27; 37; 47	7
08; 18; 28; 38; 48	8
09; 19; 29; 39; 49	9
10; 20; 30; 40; 50	10
51; 61; 71; 81; 91	11
52; 62; 72; 82; 92	12
53; 63; 73; 83; 93	13
54; 64; 74; 84; 94	14
55; 65; 75; 85; 95	15
56; 66; 76; 86; 96	16
57; 67; 77; 87; 97	17
58; 68; 78; 88; 98	18
59; 69; 79; 89; 99	19
60; 70; 80; 90; 00	20

Критерии оценки

Студент должен выполнить все задания, включенные в контрольную работу. Контрольная работа считается зачтенной, если все задачи решены правильно. Решения задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя все действия по ходу решения и делая необходимые чертежи. Контрольные работы, выполненные не в полном объеме, а также содержащие задачи не своего варианта не могут быть зачтены. Если работа не зачтена, то она возвращается студенту на доработку. Ошибки, допущенные студентом в решении задач, указываются преподавателем в рецензии. Работа над ошибками выполняется студентом после рецензии. В работе над ошибками необходимо правильно решить только те задачи, в которых были допущены ошибки и повторно сдать контрольную работу на проверку. Вносить исправления в сам текст работы после рецензирования запрещается.

Для того чтобы успешно справиться с решением контрольной работы студенту необходимо изучить теоретический материал по данным темам и решить достаточное количество задач. В помощь студенту можно рекомендовать учебно-методические пособия, в которых детально изложены теоретические основы учебного курса, приводятся примеры решения задач, разбирается решение нулевого варианта контрольной работы. Использование данных пособий в процессе выполнения контрольной работы способствует развитию навыков решения математических задач и применению их в нахождении способов решения профессиональных задач.

2 Разбор нулевого варианта контрольной работы № 3

1 Вычислите криволинейный интеграл $\int_l y^2 dx + x^2 dy$, где в качестве пути интегрирования l берется дуга параболы $x = y^2$ от точки $O(0,0)$ до точки $B(1,1)$.

$$\begin{aligned} \text{Решение: } \int_l y^2 dx + x^2 dy &= \int_0^1 y^2 \cdot 2y dy + y^4 dy = \int_0^1 (2y^3 + y^4) dy = \int_0^1 2y^3 dy + \int_0^1 y^4 dy = \\ &= 2 \cdot \frac{y^4}{4} + \frac{y^5}{5} \Big|_0^1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{5} = \frac{7}{10} \end{aligned}$$

2.1 Решите дифференциальное уравнение

$$(xy^2 + y^2)dx + (x^2 - x^2y)dy = 0$$

Решение: Преобразуем левую часть уравнения:

$$y^2(x+1)dx + x^2(1-y)dy = 0.$$

Очевидно, наше уравнение является уравнением с разделяющимися переменными.

Теперь нам необходимо разделить переменные по дифференциалам. Для этого разделим обе части уравнения на y^2x^2 и получим:

$$\frac{x+1}{x^2} dx + \frac{1-y}{y^2} dy = 0 \text{ - это уравнение называется с разделенными переменными.}$$

Теперь можно интегрировать

$$\int \frac{x+1}{x^2} dx + \int \frac{1-y}{y^2} dy = 0$$

Вычислим интегралы: $\int \frac{dx}{x} + \int \frac{dx}{x^2} + \int \frac{dy}{y^2} - \int \frac{dy}{y} = C$ или

$$\ln \frac{x}{y} - \frac{x+y}{xy} = C -$$

это общий интеграл дифференциального уравнения.

2.2 Решите дифференциальное уравнение $y' + (2y+1)\operatorname{ctg}x = 0$

Решение: Переписываем производную в нужном нам виде:

$$\frac{dy}{dx} + (2y+1)\operatorname{ctg}x = 0$$

Оцениваем, можно ли разделить переменные? (можно в нашем случае). Переносим второе слагаемое в правую часть со сменой знака:

$$\frac{dy}{dx} = -(2y+1)\operatorname{ctg}x$$

Умножаем обе части равенства на dx и получим $dy = -(2y+1)\operatorname{ctg}x dx$

Разделим переменные по дифференциалам. Для этого поделим обе части уравнения на $(2y+1)$:

$$\frac{dy}{2y+1} = -\operatorname{ctg}x dx$$

Переменные разделены, интегрируем обе части:

$$\int \frac{dy}{2y+1} = -\int \operatorname{ctg}x dx$$

Вычисляем интегралы в левой и правой частях уравнения.

$$\int \frac{dy}{2y+1} = -\int \frac{\cos x dx}{\sin x}$$

$$I_1 = \int \frac{dy}{2y+1} = \left[\begin{array}{l} t = 2y+1 \\ dt = 2dy \\ dy = \frac{dt}{2} \end{array} \right] = \frac{1}{2} \int \frac{dt}{t} = \frac{1}{2} \ln|t| = \frac{1}{2} \ln|2y+1|$$

$$I_2 = - \int \frac{\cos x dx}{\sin x} = \left[\begin{array}{l} t = \sin x \\ dt = \cos x dx \\ dx = \frac{dt}{\cos x} \end{array} \right] = - \int \frac{dt}{t} = - \ln|t| = - \ln|\sin x|$$

Подставим в уравнение:

$$\frac{1}{2} \ln|2y + 1| = - \ln|\sin x| + \ln|C|$$

Можно упростить и в результате получим: $\ln \sqrt{2y + 1} = \ln \left| \frac{C}{\sin x} \right|$ или

$$\sqrt{2y + 1} = \frac{C}{\sin x} \text{ - общий интеграл}$$

3. Найдите общее решение дифференциального уравнения $y' + 2xy = xe^{-x^2}$

Решение: данное уравнение имеет «классический» вид линейного уравнения: $y' + p(x)y = q(x)$.

Проведем замену: $y = u \cdot v$ и $y' = u' \cdot v + v' \cdot u$ и подставим в исходное уравнение: $y' + 2xy = xe^{-x^2}$:

$$u'v + v'u + 2xuv = xe^{-x^2}$$

После подстановки проведем вынесение множителя за скобки:

$$u'v + u(v' + 2xv) = xe^{-x^2}$$

Составляем систему. Для этого приравняем к нулю то, что находится в скобках: $v' + 2xv = 0$, автоматически получая и второе уравнение системы:

$$u'v + u \cdot 0 = xe^{-x^2} \quad \text{или} \quad u'v = xe^{-x^2}$$

В результате получим:

$$\begin{cases} v' + 2xv = 0 \\ u'v = xe^{-x^2} \end{cases}$$

Из первого уравнения найдем функцию v :

$$\frac{dv}{dx} = -2xv;$$

$$\frac{dv}{v} = -2xdx;$$

$$\int \frac{dv}{v} = -2 \int xdx;$$

$$\ln|v| = -x^2$$

$v = e^{-x^2}$ – найденную функцию v подставим во второе уравнение системы:

$$u'e^{-x^2} = xe^{-x^2}$$

Теперь находим функцию u . Уравнение опять получилось с разделяющимися переменными:

$$\frac{du}{dx} = x$$

$$u = \int x dx = \frac{x^2}{2} + C$$

Обе функции найдены:

$$v = e^{-x^2} \text{ и } u = \frac{x^2}{2} + C$$

Таким образом, общее решение: $y = \left(\frac{x^2}{2} + C \right) e^{-x^2}$

4 Решите дифференциальное уравнение $y' = \frac{5x^2 - xy + y^2}{x^2}$

Решение: сначала мысленно либо на черновике убеждаемся в том, что переменные тут разделить нельзя, после чего проводим проверку на однородность – на чистовике её обычно не проводят (если специально не требуется).

Проведем замену переменной $y = tx$ и $y' = t'x + t$:

$$t'x + t = \frac{5x^2 - xtx + t^2y^2}{x^2}$$

$$t'x + t = 5 - t + t^2$$

$$t'x = t^2 - 2t + 5$$

$$x \frac{dt}{dx} = t^2 - 2t + 5$$

$$\frac{dt}{t^2 - 2t + 5} = \frac{dx}{x}$$

Выделяем в левой части полный квадрат и интегрируем:

$$\int \frac{d(t-1)}{(t-1)^2 + 2^2} = \int \frac{dx}{x}$$

$$\frac{1}{2} \operatorname{arctg} \left(\frac{t-1}{2} \right) = \ln|x| + C$$

Выполним обратную замену $t = \frac{y}{x}$:

$$\frac{1}{2} \arctg \frac{y-x}{2x} = \ln|x| + C - \text{общий интеграл уравнения}$$

5 Найдите общее решение неоднородного дифференциального уравнения $y'' + 4y = xe^{2x}$

Решение: общее решение данного линейного неоднородного с особой правой частью дифференциального уравнения второго порядка находим по формуле: $y = Y + y^*$, где Y – общее решение соответствующего однородного уравнения, y^* – частное решение неоднородного уравнения.

1) Найдем общее решение соответствующего данному неоднородному - однородного уравнения: $y'' + 4y = 0$

Составим и решим для последнего характеристическое уравнение:

$k^2 + 4 = 0$ $k_{1,2} = \pm 2 \cdot i$ – сопряженные, чисто мнимые комплексные корни, поэтому общее решение: $Y = C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x$, где $C_1, C_2 - const$

2) Частное решение неоднородного уравнения ищем в виде: $y = (Ax + B)e^{2x} \cdot x^r$, где r – кратность корня 2 среди корней характеристического уравнения. Для нашего случая $r = 0$. Таким образом, частное решение уравнения будем искать в виде: $y = (Ax + B)e^{2x}$.

$$y' = Ae^{2x} + 2(Ax + B)e^{2x} = (2Ax + A + 2B)e^{2x}$$

$$y'' = 2Ae^{2x} + 2(2Ax + A + 2B)e^{2x} = (4Ax + 4A + 4B)e^{2x}$$

Подставим полученные производные и функцию в левую часть неоднородного уравнения:

$$(4Ax + 4A + 4B)e^{2x} + 4(Ax + B)e^{2x} = xe^{2x}$$

$$(8Ax + 4A + 8B)e^{2x} = xe^{2x}$$

Приравняем коэффициенты при соответствующих степенях, составим и решим систему:

$$\begin{cases} 8A = 1 \\ 4A + 8B = 0 \end{cases} \Rightarrow A = \frac{1}{8}; B = -\frac{1}{16}$$

Таким образом: $y^* = \left(\frac{x}{8} - \frac{1}{16}\right)e^{2x}$

3) Запишем общее решение:

$$y = Y + y^* = C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x + \left(\frac{x}{8} - \frac{1}{16}\right)e^{2x}, C_1, C_2 - const$$

6.1 Исследуйте ряд на сходимость $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 - 3n + 1}{n^2 + 4}$.

Решение: проверим выполнение необходимого признака сходимости ряда:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 - 3n + 1}{n^2 + 4} = \frac{\infty}{\infty} : \frac{n^3}{n^3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - \frac{3}{n^2} + \frac{1}{n^3}}{\frac{1}{n} + \frac{4}{n^3}} = \frac{1}{0} = \infty$$

Исследуемый ряд расходится, так как не выполнен необходимый признак сходимости ряда.

6.2 Исследуйте ряд на сходимость $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + n + 2}$.

Решение: во-первых, проверяем (мысленно либо на черновике) выполнение необходимого признака сходимости:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2 + n + 2} = 0$$

Ориентируясь на старшую степень, находим похожий ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$. Из теории известно, что он сходится.

Для всех натуральных номеров $n \in \mathbb{N}$ справедливо очевидное неравенство: $n^2 + n + 2 > n^2$

а большим знаменателям соответствуют меньшие дроби: $\frac{1}{n^2 + n + 2} \leq \frac{1}{n^2}$, значит, по признаку сравнения исследуемый ряд сходится вместе с рядом $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$.

6.3 Исследуйте ряд на сходимость $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2 - n}$

Решение: Сравним данный ряд со сходящимся рядом $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$. Используем предельный признак сравнения. Известно, что ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ – сходится. Если нам удастся показать, что

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n}$ равен конечному, отличному от нуля числу, то будет доказано, что ряд $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2 - n}$ – тоже сходится.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n^2 - n}}{\frac{1}{n^2}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{n^2 - n} = \left[\frac{\infty}{\infty} \right] : \frac{n^2}{n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{1 - \frac{1}{n}} = 1 \neq 0$$

Получено конечное, отличное от нуля число, значит, исследуемый ряд сходится.

7. Исследуйте на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{\pi}{3n^2}}{e^{\frac{3}{n}} - 1}$

Решение: для исследования на сходимость, воспользуемся предельным признаком сравнения. Сравним данный ряд с расходящимся рядом $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin \frac{\pi}{3n^2}}{\frac{3}{e^n - 1}} \div \frac{1}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\pi \cdot n}{3 \cdot 3n^2} \cdot n = \frac{\pi}{9}$$

При вычислении предела мы воспользовались таблицей эквивалентных малых, в частности $\sin \alpha(x) \sim \alpha(x)$, при $\alpha(x) \rightarrow 0$

$$e^{\alpha(x)} - 1 \sim \alpha(x), \text{ при } \alpha(x) \rightarrow 0.$$

Для нашей задачи $\sin \frac{\pi}{3n^2} \sim \frac{\pi}{3n^2}$, так как $\frac{\pi}{3n^2} \rightarrow 0$,

$$e^{\frac{3}{n}} - 1 \sim \frac{3}{n}, \text{ так как } \frac{3}{n} \rightarrow 0$$

Предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n}$ равен конечному, отличному от нуля числу, а значит, что

ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{\pi}{3n^2}}{e^{\frac{3}{n}} - 1}$ – тоже расходится.

8 Исследуйте ряд на сходимость $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{(n+5)7^n}$

Решение: в общий член ряда входит и степень, и факториал. Соответственно, здесь надо использовать признак Даламбера.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{(n+2)!}{(n+6)7^{n+1}}}{\frac{(n+1)!}{(n+5)7^n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)!(n+2)(n+5)7^n}{(n+1)!(n+6)7^n \cdot 7} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)(n+5)}{(n+6)7} =$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 7n + 10}{7n + 42} = \left[\frac{\infty}{\infty} \right] : \frac{n^2}{n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{7}{n} + \frac{10}{n^2}}{\frac{7}{n} + \frac{42}{n^2}} = \frac{1}{0} = \infty$$

Таким образом, исследуемый ряд расходится.

9 Исследуйте ряд на сходимость $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{7n+1}{6n+5} \right)^{3n+2}$

Мы видим, что дробь полностью находится под степенью, зависящей от « n », а значит, нужно использовать радикальный признак Коши:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\left(\frac{7n+1}{6n+5}\right)^{3n+2}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{7n+1}{6n+5}\right)^{\frac{3n+2}{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{7n+1}{6n+5}\right)^n = (*)$$

Вычислим отдельно пределы основания и показателя степени:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{7n+1}{6n+5}\right) = \left[\frac{\infty}{\infty}\right] : \frac{n}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7 + \frac{1}{n}}{6 + \frac{5}{n}} = \frac{7}{6};$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n+2}{n}\right) = \left[\frac{\infty}{\infty}\right] : \frac{n}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 + \frac{2}{n}}{1} = 3;$$

Таким образом, получили: $=(*) = \left(\frac{7}{6}\right)^3 = \frac{343}{216} > 1$, а значит исследуемый ряд расходится.

10.1 Исследуйте ряд на сходимость $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \cdot \ln n}$

Используем интегральный признак:

$$\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x \ln x} = (*)$$

Подынтегральная функция непрерывна на промежутке $[2; +\infty)$

$$(*) = \int_2^{+\infty} \frac{d(\ln x)}{\ln x} = \lim_{b \rightarrow \infty} (\ln |\ln x|) \Big|_2^b = \lim_{b \rightarrow \infty} (\ln \ln b - \ln \ln 2) \Big|_2^b = +\infty.$$

Таким образом, исследуемый ряд расходится вместе с соответствующим несобственным интегралом.

10.2 Исследуйте ряд на сходимость $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1) \cdot \ln^3(n+1)}$

Используем интегральный признак:

$$\int_1^{+\infty} \frac{dx}{(x+1) \ln^3(x+1)} = (*) \int_1^{+\infty} \frac{dx}{(x+1) \ln^3(x+1)} = (*).$$

Подынтегральная функция непрерывна на промежутке $[1; +\infty)$:

$$\int_2^{+\infty} \frac{d(\ln(x+1))}{\ln^3(x+1)} = -\frac{1}{2} \lim_{b \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\ln^2(x+1)} \right) \Big|_1^b =$$

$$-\frac{1}{2} \lim_{b \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\ln^2(b+1)} - \frac{1}{\ln^2 2} \right) = -\frac{1}{2} \left(0 - \frac{1}{\ln^2 2} \right) = \frac{1}{2 \ln^2 2}$$

Получено конечное число, значит, исследуемый ряд *сходится* вместе с соответствующим несобственным интегралом.

11 Исследуйте ряд на сходимость $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left(\frac{3n+1}{4n+7} \right)^{2n}$

Используем признак Лейбница:

1) Ряд является знакочередующимся.

2) $\lim_{n \rightarrow \infty} |a_n| = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n+1}{4n+7} \right)^{2n} = \left(\frac{3}{4} \right)^{+\infty} = 0$ – члены ряда убывают по модулю.

Осталось показать монотонность убывания. Распишем несколько конкретных членов и всю цепочку:

$$|a_1| > |a_2| > |a_3| > \dots > |a_n| > |a_{n+1}| > \dots$$

$$\left(\frac{4}{11} \right)^2 > \left(\frac{7}{15} \right)^4 > \left(\frac{10}{19} \right)^6 > \dots > \left(\frac{3n+1}{4n+7} \right)^{2n} > \left(\frac{3n+4}{4n+11} \right)^{2n+2} > \dots -$$

не лишним будет взять в руки калькулятор, и убедиться в справедливости первых неравенств (хотя, это, конечно, некорректная проверка). Таким образом, ряд сходится.

Выясним характер сходимости ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} |a_n| = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n+1}{4n+7} \right)^{2n}$$

Очевидно, что нужно использовать радикальный признак Коши:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|a_n|} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\left(\frac{3n+1}{4n+7} \right)^{2n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n+1}{4n+7} \right)^2 = \left[\left(\frac{\infty}{\infty} \right)^2 \right] : \frac{n}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3 + \frac{1}{n}}{4 + \frac{7}{n}} \right)^2 = \left(\frac{3}{4} \right)^2 = \frac{9}{16} < 1$$

Таким образом, ряд $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ сходится, а следовательно исследуемый ряд сходится абсолютно.

12 Найдите область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2}$

Решение: на первом этапе находим интервал сходимости ряда. В большинстве заданий используется схема, основанная на признаке Даламбера для произвольных числовых рядов, то есть нам необходимо найти

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{u_{n+1}}{u_n} \right| &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{x^{n+1}}{(n+1)^2} \cdot \frac{n^2}{x^n} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{n^2 \cdot x^{n+1}}{(n+1)^2 \cdot x^n} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{n^2 \cdot x \cdot x^n}{(n^2 + 2n + 1) \cdot x^n} \right| = \\ &= |x| \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{n^2}{n^2 + 2n + 1} \right| = \left[\frac{\infty}{\infty} \right] : \frac{n^2}{n^2} = |x| \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{1}{1 + \frac{2}{n} + \frac{1}{n^2}} \right| = |x| \end{aligned}$$

По признаку Даламбера ряд будет сходящимся, если $|x| < 1$, то есть $-1 < x < 1$.

Таким образом, интервалом сходимости данного ряда будет промежуток $(-1; 1)$

На втором этапе необходимо исследовать сходимость ряда на концах найденного интервала.

Сначала берём левый конец интервала $x = -1$ и подставляем его в наш степенной ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2}$ и получим некоторый числовой ряд: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2}$

Получен числовой знакочередующийся ряд, и нам нужно исследовать его на сходимость.

Составим ряд из модулей: $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n| = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ - это сходящийся ряд Дирихле.

Таким образом, полученный числовой ряд сходится абсолютно.

Далее рассматриваем правый конец интервала $x = 1$, подставляем это значение в наш степенной ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2}$ и получим числовой знакоположительный ряд: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$, который тоже является сходящимся.

Таким образом, степенной ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2}$ сходится, причём абсолютно, на обоих концах найденного интервала. Область сходимости исследуемого степенного ряда: $x \in [-1; 1]$.

13 Вычислите приближенно определенный интеграл, предварительно разложив подинтегральную функцию в ряд Маклорена, с точностью до 0,001

$$\int_0^{0.3} e^{-2x^2} dx$$

Решение: идея метода состоит в том, чтобы заменить подинтегральную функцию соответствующим степенным рядом. Поэтому на первом этапе нужно разложить подинтегральную функцию в ряд Маклорена.

Используем табличное разложение:

$$e^t = 1 + \frac{t}{1!} + \frac{t^2}{2!} + \frac{t^3}{3!} + \dots + \frac{t^n}{n!} + \dots$$

В данном случае $t = -2x^2$

$$e^{-2x^2} = 1 + \frac{-2x^2}{1!} + \frac{(-2x^2)^2}{2!} + \frac{(-2x^2)^3}{3!} + \dots = 1 - 2x^2 + \frac{2^2 x^4}{2!} - \frac{2^3 x^6}{3!} + \dots$$

$$e^{-2x^2} = 1 + \frac{-2x^2}{1!} + \frac{(-2x^2)^2}{2!} + \frac{(-2x^2)^3}{3!} + \dots = 1 - 2x^2 + 2x^4 - \frac{4x^6}{3} + \dots$$

Обратите внимание, что специфика рассматриваемого задания требует записывать только несколько первых членов ряда. Мы не пишем общий член ряда $\frac{t^n}{n!}$, он здесь ни к чему.

Чем больше членов ряда мы рассматриваем – тем лучше будет точность. Сколько слагаемых рассматривать? Из практики можно сказать, что в большинстве случаев для достижения точности 0,001 достаточно записать первые 4 члена ряда. Иногда требуется меньше, а иногда больше. Если в практическом примере их не хватило, то придётся переписывать всё заново. Поэтому целесообразно провести предварительный черновой анализ или перестраховаться, изначально записав побольше членов. Следует также отметить, что точность до трёх знаков после запятой самая популярная. Также в ходу и другая точность вычислений, обычно 0,01 или 0,0001.

Теперь второй этап решения.

Сначала меняем подынтегральную функцию на полученный степенной ряд:

$$\int_0^{0,3} e^{-2x^2} dx = \int_0^{0,3} \left(1 - 2x^2 + 2x^4 - \frac{4}{3}x^6 + \dots \right) dx = \left(x - \frac{2}{3}x^3 + \frac{2}{5}x^5 - \frac{4}{21}x^7 + \dots \right) \Big|_0^{0,3} =$$
$$\left(0,3 - \frac{2}{3}(0,3)^3 + \frac{2}{5}(0,3)^5 - \frac{4}{21}(0,3)^7 + \dots \right) = 0,3 - 0,018 + 0,000972 - \dots \approx 0,282$$

Сколько членов ряда нужно взять для окончательных вычислений? Если сходящийся ряд знакопеременяется, то *абсолютная погрешность* вычислений по модулю не превосходит последнего отброшенного члена ряда. В нашем случае уже третий член ряда меньше требуемой точности 0,001, и поэтому если мы его отбросим, то заведомо ошибёмся не более чем на 0,000972. Таким образом, для окончательного расчёта достаточно первых двух членов: 0,3-0,018.

3 Содержание контрольной работы № 3

Вариант 1

1. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L \frac{dl}{1-x-y}$ $L: y = 2x \quad 0 \leq x \leq 2$
2. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения:

$$3(x^2 y + y)y' + \sqrt{2 + y^2} = 0$$

3. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения:

$$xy' = \sqrt{x^2 + y^2} + y$$

4. Найдите решение задачи Коши:

$$y' - \frac{y}{x} = x \cdot \sin x, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$$

5. Найдите общее решение дифференциального уравнения:

$$y'' + y' - 6y = (20x + 14)e^x$$

6. Исследуйте ряд на сходимость:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n\sqrt{n} + 5}{n^2 + 2n - 3}$$

7. Исследуйте ряд на сходимость:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{\frac{1}{3n}} - 1}{n}$$

8. Исследуйте ряд на сходимость с помощью признака Даламбера:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2^n (n-1)!}$$

9. Исследуйте ряд на сходимость с помощью признака Коши:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n^2 + 1}{n^2 + 1} \right)^{n^2}$$

10. Исследуйте ряд на сходимость с помощью признака Коши в интегральной форме:

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n \ln^2 n}$$

11. Исследуйте ряд на абсолютную и условную сходимость :

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \left(\frac{n}{2n+1} \right)^n$$

12. Найдите интервал сходимости степенного ряда :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-2)^3 (x+3)^{2n}}{2n+3}$$

13. Вычислите интеграл с точностью $\alpha = 0,001$:

$$\int_0^{0,1} e^{-6x^2} dx$$

Вариант 2

1. Вычислите криволинейный интеграл $\int_L (xy - x)dx + \frac{x^2}{2} dy$ L: дуга параболы $y = 2\sqrt{x}$ от точки O(0;0) до B(1;2)

2. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения:

$$y' = (2x - 1)ctgy$$

3. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения:

$$y' = \frac{y^2}{x^2} + 4\frac{y}{x} + 2$$

4. Найдите решение задачи Коши:

$$y' + \frac{y}{2x} = x^2, \quad y(1) = 1$$

5. Найдите общее решение дифференциального уравнения:

$$y'' + 4y' + 3y = 4(1-x)e^x$$

6. Исследуйте ряд на сходимость:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\sqrt{n} - 3n^2}{n+4}$$

7. Исследуйте ряд на сходимость:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{\pi}{n^3}$$

8. Исследуйте ряд на сходимость с помощью признака Даламбера:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7n-1}{5^n (n+1)!}$$

9. Исследуйте ряд на сходимость с помощью признака Коши:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n} \left(\frac{n}{n+1} \right)^{-n^2}$$

10. Исследуйте ряд на сходимость с помощью признака Коши в интегральной форме:

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{(3n+2) \ln(3n+2)}$$

11. Исследуйте ряд на абсолютную и условную сходимость :

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{(n+1)3^n}$$

12. Найдите интервал сходимости степенного ряда :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n!}$$

13. Вычислите интеграл с точностью $\alpha = 0,001$:

$$\int_0^1 x^2 \sin x \, dx$$

Вариант 3

1. Вычислите криволинейный интеграл $\int_L \frac{dl}{x+2y-5}$ L: $y = x$ $0 \leq x \leq 1$

2. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения:

$$\sqrt{1-x^2} yy' + \sqrt{3+y^2} = 0$$

3. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения:

$$y' = \frac{y+x}{x-y}$$

4. Найдите решение задачи Коши:

$$y' - \frac{2x-5}{x^2} y = 5, \quad y(2) = 4$$

5. Найдите общее решение дифференциального уравнения:

$$y'' + 6y' + 9y = (16x + 24)e^x$$

6. Исследуйте ряд на сходимость:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^5} + 3n}{n(n+1)}$$

7. Исследуйте ряд на сходимость:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+n}{n^2} \sin \frac{3}{\sqrt{n}}$$

8. Исследуйте ряд на сходимость с помощью признака Даламбера:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2+n)!}{2^n(3n+5)}$$

9. Исследуйте ряд на сходимость с помощью признака Коши:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{3n+5} \right)^n$$

10. Исследуйте ряд на сходимость с помощью признака Коши в интегральной форме:

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n \ln^3 n}$$

11. Исследуйте ряд на абсолютную и условную сходимость :

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\ln(n+1)}$$

12. Найдите интервал сходимости степенного ряда :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (x-3)^n}{(n+1)5^n}$$

13. Вычислите интеграл с точностью $\alpha = 0,001$:

$$\int_0^{0,1} \sin(100x^2) \cdot dx$$

Вариант 4

1. Вычислите криволинейный интеграл $\int_L (x^2 + y) dx - (x + y^2) dy$ вдоль ломаной ABC, где

$$A(1;2) \quad B(1;5) \quad C(3;5)$$

2. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения:

$$(1 + e^x) y dy - e^x dx = 0$$

3. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения:

$$y' = \frac{x^2 + xy - y^2}{x^2 - 2xy}$$

4. Найдите решение задачи Коши:

$$y' - \frac{y}{x} = -2 \frac{\ln x}{x}, \quad y(1) = 1$$

5. Найдите общее решение дифференциального уравнения:

$$y'' + 2y' - 3y = (8x + 6)e^x$$

6. Исследуйте ряд на сходимость:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n} + 3}{n^2 + 1}$$

7. Исследуйте ряд на сходимость:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1+n^2} \operatorname{tg} \frac{1}{\sqrt{n}}$$

8. Исследуйте ряд на сходимость с помощью признака Даламбера:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(2n+3)!}$$

9. Исследуйте ряд на сходимость с помощью признака Коши:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-1}{4n+2} \right)^{2n} 5^n$$

10. Исследуйте ряд на сходимость с помощью признака Коши в интегральной форме:

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{(10n+5) \ln(10n+5)}$$

11. Исследуйте ряд на абсолютную и условную сходимость :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(2n+1)n}$$

12. Найдите интервал сходимости степенного ряда :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{(n+1)!}$$

13. Вычислите интеграл с точностью $\alpha = 0,001$:

$$\int_0^{0,1} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

Вариант 5

1. Вычислите криволинейный интеграл $\int_L \frac{dl}{x-y}$ L : отрезок прямой $y = \frac{x}{2} - 2$ от $A(0;-2)$

до $B(4;0)$

2. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения:

$$\sqrt{1-x^2} y' + xy^2 + x = 0$$

3. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения:

$$y' = \frac{y^2}{x^2} + 8 \frac{y}{x} + 8$$

4. Найдите решение задачи Коши:

$$y' - \frac{2xy}{1+x^2} = 1+x^2, \quad y(1) = 3$$

5. Найдите общее решение дифференциального уравнения:

$$y'' - 2y' - 3y = (8x - 14)e^x$$

6. Исследуйте ряд на сходимость:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+2)}$$

7. Исследуйте ряд на сходимость:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n}} \sin \frac{1}{n}$$

8. Исследуйте ряд на сходимость с помощью признака Даламбера:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+5}{n!} \sin \frac{2}{3^n}$$

9. Исследуйте ряд на сходимость с помощью признака Коши:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{3n-2} \right)^{n^2}$$

10. Исследуйте ряд на сходимость с помощью признака Коши в интегральной форме:

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$$

11. Исследуйте ряд на абсолютную и условную сходимость :

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n 2n^2}{n^4 - n^2 + 1}$$

12. Найдите интервал сходимости степенного ряда :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n \cdot 2^n}$$

13. Вычислите интеграл с точностью $\alpha = 0,001$:

$$\int_0^1 \cos x^2 dx$$

Вариант 6

1. Вычислите криволинейный интеграл $\int_L (xy - y^2) dx + x dy$ L: дуга параболы $y = 2x^2$ от

точки $O(0;0)$ до $B(1;2)$

2. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения:

$$(y^2 + 3) - e^x y y' = 0$$

3. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения:

$$xy' = \sqrt{2x^2 + y^2} + y$$

4. Найдите решение задачи Коши:

$$y' + \frac{3y}{x} = \frac{2}{x^3}, \quad y(1) = 1$$

5. Найдите общее решение дифференциального уравнения:

$$y'' - 6y' + 9y = 4xe^x$$

6. Исследуйте ряд на сходимость:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+4}{(2n+7)(2n+9)}$$

7. Исследуйте ряд на сходимость:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \arcsin \frac{1}{n^2}$$

8. Исследуйте ряд на сходимость с помощью признака Даламбера:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n (2+n)!}{n^3}$$

9. Исследуйте ряд на сходимость с помощью признака Коши:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2} \frac{1}{4^n}$$

10. Исследуйте ряд на сходимость с помощью признака Коши в интегральной форме:

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{(2n+1) \ln^3(2n+1)}$$

11. Исследуйте ряд на абсолютную и условную сходимость :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{2n+1}}$$

12. Найдите интервал сходимости степенного ряда :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^{2n}}{n \cdot 9^n}$$

13. Вычислите интеграл с точностью $\alpha = 0,001$:

$$\int_0^{0.5} \frac{\sin x^2}{x} dx$$

Вариант 7

1. Вычислите криволинейный интеграл $\int_L \frac{dl}{x+y}$ L: отрезок прямой $y = x + 2$ от A(2;4) до

B(1;3)

2. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения:

$$\sqrt{1-x^2} yy' + \sqrt{5+y^2} = 0$$

3. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения:

$$xy' = 3\sqrt{x^2 + y^2} + y$$

4. Найдите решение задачи Коши:

$$y' + \frac{xy}{1-x^2} = \frac{x}{2}, \quad y(0) = \frac{2}{3}$$

5. Найдите общее решение дифференциального уравнения:

$$y'' - 4y' + 3y = -4xe^x$$

6. Исследуйте ряд на сходимость:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 + 2n - 4}{n^4}$$

7. Исследуйте ряд на сходимость:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{\pi}{\sqrt{n}}$$

8. Исследуйте ряд на сходимость с помощью признака Даламбера:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} \frac{5}{n}}{n!}$$

9. Исследуйте ряд на сходимость с помощью признака Коши:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+2}{3n+1} \right)^n$$

10. Исследуйте ряд на сходимость с помощью признака Коши в интегральной форме:

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{\ln n}}$$

11. Исследуйте ряд на абсолютную и условную сходимость :

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[4]{n+1}}$$

12. Найдите интервал сходимости степенного ряда :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} (x-2)^{2n}}{2n}$$

13. Вычислите интеграл с точностью $\alpha = 0,001$:

$$\int_0^{0,5} \frac{dx}{\sqrt[4]{1+x^4}}.$$

Вариант 8

1. Вычислите криволинейный интеграл $\int_L \frac{ydx}{x+y} + \frac{xdy}{x+y}$ от точки A(1;2) до точки B(3;0) по прямой

2. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения:

$$\sin y \cdot \cos x dy - \cos y \cdot \sin x dx = 0$$

3. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения:

$$y' = \frac{x^2 + xy - 5y^2}{x^2 - 6xy}$$

4. Найдите решение задачи Коши:

$$y' - \frac{2y}{1+x} = e^x (1+x)^2, \quad y(0) = 1$$

5. Найдите общее решение дифференциального уравнения:

$$y'' + 3y' + 2y = (1-2x)e^x$$

6. Исследуйте ряд на сходимость:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+5}{(n^2+1)(n^2+2)}$$

7. Исследуйте ряд на сходимость:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \operatorname{tg} \frac{1}{n}$$

8. Исследуйте ряд на сходимость с помощью признака Даламбера:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n! \cdot 2^n}$$

9. Исследуйте ряд на сходимость с помощью признака Коши:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{4n+3} \right)^{n^2}$$

10. Исследуйте ряд на сходимость с помощью признака Коши в интегральной форме:

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[6]{(2n+3)^7}}$$

11. Исследуйте ряд на абсолютную и условную сходимость :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(2n+1)}{(n+1)n}$$

12. Найдите интервал сходимости степенного ряда :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+8)^n}{n^2}$$

13. Вычислите интеграл с точностью $\alpha = 0,001$:

$$\int_0^{0,5} \ln(1+x^2) dx.$$

Вариант 9

1. Вычислите криволинейный интеграл $\int_L \frac{dl}{\sqrt{8-x^2-y^2}}$ L: отрезок прямой, заключенный

между точками O(0;0) A(2;2)

2. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения:

$$\sqrt{4-x^2} y' + xy^2 + x = 0$$

3. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения:

$$y' = \frac{y^2}{x^2} + 8 \frac{y}{x} + 12$$

4. Найдите решение задачи Коши:

$$y' - \frac{y}{1+x} = e^x(1+x), \quad y(0) = 1$$

5. Найдите общее решение дифференциального уравнения:

$$y'' + 4y' + 4y = (9x+16)e^x$$

6. Исследуйте ряд на сходимость:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 \sqrt{n} + 2}{n+3}$$

7. Исследуйте ряд на сходимость:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \operatorname{arctg} \frac{1}{n}$$

8. Исследуйте ряд на сходимость с помощью признака Даламбера:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6^n (n^2 - 1)}{n!}$$

9. Исследуйте ряд на сходимость с помощью признака Коши:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4n-3}{5n+1} \right)^{n^2}$$

10. Исследуйте ряд на сходимость с помощью признака Коши в интегральной форме:

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n \ln^4 n}$$

11. Исследуйте ряд на абсолютную и условную сходимость :

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^4 \sqrt{2n+3}}$$

12. Найдите интервал сходимости степенного ряда :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^{2n+1}}{3n+8}$$

13. Вычислите интеграл с точностью $\alpha = 0,001$:

$$\int_0^{0,1} \frac{1 - e^{-2x}}{x} dx$$

Вариант 10

1. Вычислите криволинейный интеграл $\int_L (x^2 - 2xy)dx + (y^2 - 2xy)dy$ L: дуга параболы

$y = x^2$ от точки A(-1;1) до B(1;1)

2. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения:

$$y' - (2y+1) \operatorname{tg} x = 0$$

3. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения:

$$xy' = 4\sqrt{2x^2 + y^2} + y$$

4. Найдите решение задачи Коши:

$$y' + \frac{1-2x}{x^2} y = 1, \quad y(1) = 1$$

5. Найдите общее решение дифференциального уравнения:

$$y'' + y' - 2y = (6x+5)e^x$$

6. Исследуйте ряд на сходимость:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^2}{(n+1)(n^2+3)}$$

7. Исследуйте ряд на сходимость:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \arcsin \frac{1}{\sqrt[4]{n}}$$

8. Исследуйте ряд на сходимость с помощью признака Даламбера:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{3^n (n+1)}$$

9. Исследуйте ряд на сходимость с помощью признака Коши:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{7n+3}{n+1} \right)^{n^2}$$

10. Исследуйте ряд на сходимость с помощью признака Коши в интегральной форме:

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{(3n-1)\ln(3n-1)}$$

11. Исследуйте ряд на абсолютную и условную сходимость :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} n}{6n+5}$$

12. Найдите интервал сходимости степенного ряда :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$$

13. Вычислите интеграл с точностью $\alpha = 0,001$:

$$\int_0^{0,5} \sqrt{1+x^2} dx.$$

Вариант 11

1. Вычислите криволинейный интеграл $\int_L \frac{dl}{\sqrt{5}(x-y)}$ L: отрезок прямой, заключенный между

точками A(0;4) B(4;0)

2. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения:

$$\sqrt{1+x^2} y y' + x \sqrt{1+y^2} = 0$$

3. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения:

$$y' = \frac{y^2}{x^2} + 6 \frac{y}{x} + 6$$

4. Найдите решение задачи Коши:

$$y' + \frac{4xy}{1+x^2} = \frac{3}{x^2+1}, \quad y(0) = 0$$

5. Найдите общее решение дифференциального уравнения:

$$y'' - 3y' + 2y = (4x+9)e^{2x}$$

6. Исследуйте ряд на сходимость:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+5)(n-3)}{n^3 \sqrt{n+2}}$$

7. Исследуйте ряд на сходимость:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \arcsin \frac{2}{\sqrt{n}}$$

8. Исследуйте ряд на сходимость с помощью признака Даламбера:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{7^n n}$$

9. Исследуйте ряд на сходимость с помощью признака Коши:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{10n+5} \right)^{n^2}$$

10. Исследуйте ряд на сходимость с помощью признака Коши в интегральной форме:

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n \ln^5 n}$$

11. Исследуйте ряд на абсолютную и условную сходимость :

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n!}$$

12. Найдите интервал сходимости степенного ряда :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^{2n-1}}{4^n (2n-1)}$$

13. Вычислите интеграл с точностью $\alpha = 0,001$:

$$\int_0^1 \frac{\ln\left(1 + \frac{x}{5}\right)}{x} dx$$

Вариант 12

1. Вычислите криволинейный интеграл $\int_L (x^2 + y) dx + (x + y^2) dy$ от точки A(2;1) до точки

B(5;3) вдоль ломаной, состоящей из отрезков прямых $x=5$ и $y=1$

2. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения:

$$(1 - e^x)yy' - e^x = 0$$

3. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения:

$$xy' = \frac{3y^3 + 8x^2y}{4x^2 + 2y^2}$$

4. Найдите решение задачи Коши:

$$y' - \frac{2y}{x} = 2x^3, \quad y(1) = 1$$

5. Найдите общее решение дифференциального уравнения:

$$y'' + y' - 2y = (6x - 11)e^{-x}$$

6. Исследуйте ряд на сходимость:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4+n}{(3n+2)(3n-1)}$$

7. Исследуйте ряд на сходимость:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n}} \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{n}}$$

8. Исследуйте ряд на сходимость с помощью признака Даламбера:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6^n}{4n!}$$

9. Исследуйте ряд на сходимость с помощью признака Коши:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \left(\frac{n+1}{n}\right)^{n^2}$$

10. Исследуйте ряд на сходимость с помощью признака Коши в интегральной форме:

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[4]{(7n-5)^5}}$$

11. Исследуйте ряд на абсолютную и условную сходимость :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (n+1)}{3^n}$$

12. Найдите интервал сходимости степенного ряда :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{2^n (2n-1)}$$

13. Вычислите интеграл с точностью $\alpha = 0,001$:

$$\int_0^{0,8} \frac{1 - \cos x}{x} dx$$

Вариант 13

1. Вычислите криволинейный интеграл $\int_L \frac{dl}{x-y}$ L:отрезок прямой, заключенный между точ-

ками A(4;0) B(6;1)

2. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения:

$$2x + 2xy^2 + \sqrt{2-x^2} y' = 0$$

3. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения:

$$y' = \frac{2y+x}{2x-y}$$

4. Найдите решение задачи Коши:

$$y' + \frac{y}{x} = -e^{-x^2}, \quad y(1) = \frac{1}{2e}$$

5. Найдите общее решение дифференциального уравнения:

$$y'' + 2y' + y = (18x + 21)e^{2x}$$

6. Исследуйте ряд на сходимость:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \sqrt{n} + 2n^3}{n^2 + 1}$$

7. Исследуйте ряд на сходимость:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[5]{n}} \sin \frac{1}{\sqrt{n}}$$

8. Исследуйте ряд на сходимость с помощью признака Даламбера:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!}{2n+3}$$

9. Исследуйте ряд на сходимость с помощью признака Коши:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \arcsin^n \frac{\pi}{4n}$$

10. Исследуйте ряд на сходимость с помощью признака Коши в интегральной форме:

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n^3 \sqrt{\ln n}}$$

11. Исследуйте ряд на абсолютную и условную сходимость :

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2 + 10n + 5}$$

12. Найдите интервал сходимости степенного ряда :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-7)^{2n-1}}{4^n (2n^2 - 5n)}$$

13. Вычислите интеграл с точностью $\alpha = 0,001$:

$$\int_0^{1,5} \frac{dx}{\sqrt[3]{27 + x^3}}$$

Вариант 14

1. Вычислите криволинейный интеграл $\int_L (x^2 - y^2) dx + xy dy$ от точки A(1;1) до точки B(3;4)

по прямой

2. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения:

$$3e^x \sin y dx + (1 - e^x) \cos y dy = 0$$

3. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения:

$$2y' = \frac{y^2}{x^2} + 6\frac{y}{x} + 3$$

4. Найдите решение задачи Коши:

$$y' + \frac{y}{x} = -\frac{1}{x^2}, \quad y(1) = 0$$

5. Найдите общее решение дифференциального уравнения:

$$y'' - 4y' + 4y = (x-1)e^x$$

6. Исследуйте ряд на сходимость:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+2n}{(n^3+2)n}$$

7. Исследуйте ряд на сходимость:

$$\sum_1^{\infty} \arcsin \frac{1}{n^2 + 3}$$

8. Исследуйте ряд на сходимость с помощью признака Даламбера:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n+1}{5^n (n+3)!}$$

9. Исследуйте ряд на сходимость с помощью признака Коши:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{2n+5} \right)^{n^2}$$

10. Исследуйте ряд на сходимость с помощью признака Коши в интегральной форме:

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{(5n-2) \ln(5n-2)}$$

11. Исследуйте ряд на абсолютную и условную сходимость :

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt[4]{n}}$$

12. Найдите интервал сходимости степенного ряда :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{2^n(n+3)}$$

13. Вычислите интеграл с точностью $\alpha = 0,001$:

$$\int_0^{0,5} \sqrt{x} \cos x \, dx$$

Вариант 15

1. Вычислите криволинейный интеграл $\int_L (4\sqrt[3]{x} - 3\sqrt{y}) \, dl$ L : отрезок прямой, заключенный между точками $A(-1;0)$ $B(0;1)$

2. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения:

$$4(x^2 y + y)y' + \sqrt{5 + y^2} = 0$$

3. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения:

$$xy' = 4\sqrt{x^2 + y^2} + y$$

4. Найдите решение задачи Коши:

$$y' - 2xy = 2x^3, \quad y(0) = 0$$

5. Найдите общее решение дифференциального уравнения:

$$y'' - 3y' - 4y = (18x - 21)e^{-x}$$

6. Исследуйте ряд на сходимость:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 2n - 3}{n \sqrt{n^3}}$$

7. Исследуйте ряд на сходимость:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt[3]{n}}$$

8. Исследуйте ряд на сходимость с помощью признака Даламбера:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n (n+1)!}{(n+3)!}$$

9. Исследуйте ряд на сходимость с помощью признака Коши:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+2}{6n-1} \right)^{n^2}$$

10. Исследуйте ряд на сходимость с помощью признака Коши в интегральной форме:

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n^4 \sqrt{\ln n}}$$

11. Исследуйте ряд на абсолютную и условную сходимость :

$$\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \operatorname{tg} \frac{1}{n}$$

12. Найдите интервал сходимости степенного ряда :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{2^n(3n+1)}$$

13. Вычислите интеграл с точностью $\alpha = 0,001$:

$$\int_0^{0,2} e^{-3x^2} dx$$

Вариант 16

1. Вычислите криволинейный интеграл $\int_L xy dx + (y-x) dy$ дуга $y = x^3$ от точки $O(0;0)$ до

$B(1;1)$

2. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения:

$$y' = e^{x^2} x \cdot (1 + y^2)$$

3. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения:

$$xy' = \frac{3y^3 + 6x^2 y}{3x^2 + 2y^2}$$

4. Найдите решение задачи Коши:

$$y' - y = e^x, \quad y(0) = 1$$

5. Найдите общее решение дифференциального уравнения:

$$y'' - 2y' + y = (2x + 5)e^{2x}$$

6. Исследуйте ряд на сходимость:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n \sqrt{n^3}}$$

7. Исследуйте ряд на сходимость:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \sin \frac{1}{n+1}$$

8. Исследуйте ряд на сходимость с помощью признака Даламбера:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{8^n}{(n+2)!}$$

9. Исследуйте ряд на сходимость с помощью признака Коши:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-2}{8n-1} \right)^{2n}$$

10. Исследуйте ряд на сходимость с помощью признака Коши в интегральной форме:

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[5]{(3n-5)^4}}$$

11. Исследуйте ряд на абсолютную и условную сходимость :

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n-1}$$

12. Найдите интервал сходимости степенного ряда :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{5^n n}$$

13. Вычислите интеграл с точностью $\alpha = 0,001$:

$$\int_0^{0,1} \frac{\ln(1+x)}{x} dx$$

Вариант 17

1. Вычислите криволинейный интеграл $\int_L \frac{y^2 dl}{x}$ L: дуга параболы $y^2 = 2x$ от точки

$A(1; \sqrt{2})$ до $B(2; 2)$

2. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения:

$$\sqrt{1+x^2} yu' + x\sqrt{4+y^2} = 0$$

3. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения:

$$3y' = \frac{y^2}{x^2} + 10\frac{y}{x} + 10$$

4. Найдите решение задачи Коши:

$$y' + \frac{y}{1+x} = x^2, \quad y(0) = 0$$

5. Найдите общее решение дифференциального уравнения:

$$y'' - 8y' + 16y = (1-x)e^{4x}$$

6. Исследуйте ряд на сходимость:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 \sqrt{n} + 2n + 1}{n + 3}$$

7. Исследуйте ряд на сходимость:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \operatorname{tg} \frac{1}{\sqrt{n}}$$

8. Исследуйте ряд на сходимость с помощью признака Даламбера:

$$\sum_{n=1}^{\infty} n! \sin \frac{\pi}{2^n}$$

9. Исследуйте ряд на сходимость с помощью признака Коши:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-5}{9n+1} \right)^{n^2}$$

10. Исследуйте ряд на сходимость с помощью признака Коши в интегральной форме:

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n^5 \sqrt{\ln n}}$$

11. Исследуйте ряд на абсолютную и условную сходимость :

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2^{2n}}$$

12. Найдите интервал сходимости степенного ряда :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n(x-2)^{3n}}{(5n-8)^3}$$

13. Вычислите интеграл с точностью $\alpha = 0,001$:

$$\int_0^{0,2} \sin(25x^2) dx$$

Вариант 18

1. Вычислите криволинейный интеграл $\int_L (xy - x^2) dx - xdy$ L: дуга параболы $y = 2x^2$ от

точки O(0;0) до B(1;2)

2. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения:

$$\sqrt{1-x^2} y' - \cos^2 y = 0$$

3. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения:

$$3y' = \frac{y^2}{x^2} + 8\frac{y}{x} + 4$$

4. Найдите решение задачи Коши:

$$y' - \frac{2y}{x} = -x, \quad y(1) = 0$$

5. Найдите общее решение дифференциального уравнения:

$$y'' - 12y' + 36y = 14e^{6x}$$

6. Исследуйте ряд на сходимость:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1+n)(n-2)}{4n^3 + 3}$$

7. Исследуйте ряд на сходимость:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \sin \frac{1}{n}$$

8. Исследуйте ряд на сходимость с помощью признака Даламбера:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 3}{(n+1)!}$$

9. Исследуйте ряд на сходимость с помощью признака Коши:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4^n} \left(\frac{n-1}{2n+1} \right)^{n^2}$$

10. Исследуйте ряд на сходимость с помощью признака Коши в интегральной форме:

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{(n+2) \ln(n+2)}$$

11. Исследуйте ряд на абсолютную и условную сходимость :

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2 + 1}$$

12. Найдите интервал сходимости степенного ряда :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n^2}$$

13. Вычислите интеграл с точностью $\alpha = 0,001$:

$$\int_0^{0,1} \frac{e^x - 1}{x} dx$$

Вариант 19

1. Вычислите криволинейный интеграл $\int_L (x+y) dl$ L: отрезок прямой, заключенный между

точками A(1;-1) B(-3;-1)

2. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения:

$$\sqrt{4+y^2} - (y-x^2y)y' = 0$$

3. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения:

$$xy' = 3\sqrt{2x^2+y^2} + y$$

4. Найдите решение задачи Коши:

$$y' + \frac{xy}{1+x^2} = \frac{1}{1-x^2}, \quad y(0) = 1$$

5. Найдите общее решение дифференциального уравнения:

$$y'' - 3y' + 2y = (34 - 12x)e^{-x}$$

6. Исследуйте ряд на сходимость:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^3 + 4}$$

7. Исследуйте ряд на сходимость:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \arctg \frac{1}{2n-1}$$

8. Исследуйте ряд на сходимость с помощью признака Даламбера:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(n+2)!}$$

9. Исследуйте ряд на сходимость с помощью признака Коши:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{5^n} \left(\frac{n-1}{n} \right)^n$$

10. Исследуйте ряд на сходимость с помощью признака Коши в интегральной форме:

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{2n \ln(2n)}$$

11. Исследуйте ряд на абсолютную и условную сходимость :

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{n+1}}$$

12. Найдите интервал сходимости степенного ряда :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5 (x+5)^{2n+1}}{(n+1)!}$$

13. Вычислите интеграл с точностью $\alpha = 0,001$:

$$\int_0^{0,5} \cos(4x^2) \cdot dx$$

Вариант 20

1. Вычислите криволинейный интеграл $\int_L (xy - 1) dx + x^2 y dy$ L: дуга параболы $y^2 = 4 - 4x$

от точки A(1;0) до B(0;2)

2. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения:

$$\frac{e^{-x^2} dy}{x} + \frac{dx}{\cos^2 y} = 0$$

3. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения:

$$y' = \frac{x^2 + 2xy - 5y^2}{2x^2 - 6xy}$$

4. Найдите решение задачи Коши:

$$y' - \frac{2y}{x} = \frac{3}{x^2}, \quad y(1) = -1$$

5. Найдите общее решение дифференциального уравнения:

$$y'' + 6y' + 9y = (48x + 8)e^x$$

6. Исследуйте ряд на сходимость:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{(3n+1)(3n-2)}$$

7. Исследуйте ряд на сходимость:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \operatorname{tg} \frac{1}{\sqrt{n}}$$

8. Исследуйте ряд на сходимость с помощью признака Даламбера:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{(n+1)!}$$

9. Исследуйте ряд на сходимость с помощью признака Коши:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+3}{n+1} \right)^{n^2}$$

10. Исследуйте ряд на сходимость с помощью признака Коши в интегральной форме:

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[8]{(9n+4)^5}}$$

11. Исследуйте ряд на абсолютную и условную сходимость :

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n5^n}$$

12. Найдите интервал сходимости степенного ряда :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5 (x+5)^{2n-1}}{2n \cdot 4^n}$$

13. Вычислите интеграл с точностью $\alpha = 0,001$:

$$\int_0^{0,5} \cos \frac{x^2}{4} dx$$

4 Список рекомендуемой литературы, интернет-ресурсов

Основная литература

1. Высшая математика для экономических специальностей: учебник и практикум / под ред. Н.Ш. Кремера. – М.: Юрайт-издат, 2014. – 909 с.

2. Кремер Н.Ш., Фридман М.Н. Линейная алгебра: учебник и практикум / Н.Ш. Кремер, М.Н. Фридман. – М.: Издательство Юрайт, 2014. – 307 с.
3. Кремер Н.Ш. Математический анализ : учебник и практикум / Н.Ш. Кремер, Б.А. Путько, И.М. Тришин; под ред. Н.Ш. Кремера. – М.: Изд-во Юрайт, 2014. – 620 с.
4. Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчёты: учеб. пособие / Л.А. Кузнецов. - СПб.: Лань, 2005.

Методическая литература

1. Изаак Д.Д. Математический анализ. Дифференциальные уравнения учеб. – методич. пособие для самоств. работы / Д.Д. Изаак, А.В. Швалева. – Новотроицк.: НФ НИТУ «МИСиС», 2013.-80с.
2. Швалева А.В. Математический анализ: дифференциальное и интегральное исчисление функции нескольких переменных: учеб. пособие для самоств. работы / А.В. Швалёва.-Орск, ОГТИ, 2012.-57с.
3. Изаак Д.Д. Математический анализ. Ряды: учеб.-методич. пособие для самоств. работы/ Д.Д.Изаак. – Новотроицк.: НФ НИТУ «МИСиС», 2014.-72с.

Перечень ресурсов информационно-коммуникативной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. Российский образовательный портал <http://www.edu.ru> |
2. <http://www.lineyka.inf.ua/>
3. Математический интернет-журнал «Exponenta», <http://www.exponenta.ru>
4. Учебники по математике (формат DJVU), <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics.htm>

ШВАЛЕВА АННА ВИКТОРОВНА
ФИЛОНЕНКО ТАТЬЯНА ПАВЛОВНА

МАТЕМАТИКА

Методические указания
по выполнению контрольной работы № 3
для студентов технических направлений подготовки
заочной формы обучения

Подписано в печать 16.12.2020 г.		
Формат 60x90 $\frac{1}{16}$ Рег. № 237	Печать цифровая Тираж 10 экз.	Уч.-изд.л. 2,31

Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС»
Новотроицкий филиал
462359, Оренбургская обл., г. Новотроицк, ул. Фрунзе, 8.
E-mail: nf@misis.ru
Контактный тел. 8 (3537) 679729.

