

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Национальный исследовательский технологический университет  
«МИСИС»  
НОВОТРОИЦКИЙ ФИЛИАЛ

Кафедра металлургических технологий и оборудования

**Шемшурова Н.Г.,  
Чикишев Д.Н.,  
Бирюкова О.Д.**

## **ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИНЖЕНЕРНОГО МЕТОДА РАСЧЕТА КОНТАКТНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ ОСАДКЕ**

Методические указания  
по выполнению домашнего задания / контрольной работы  
по дисциплинам «Теория обработки металлов давлением»,  
«Основы теории обработки металлов давлением»  
для студентов, обучающихся по направлению подготовки  
22.03.02 Металлургия,  
Профиль – Обработка металлов давлением,  
всех форм обучения

УДК 669.053

ББК 34.327

Ш 24

**Рецензенты:**

*И.о. ведущего специалиста НТЦ ПАО «ММК», к.т.н.*

**О.В. Сеницкий**

*Доцент кафедры металлургических технологий и оборудования  
Новотроицкого филиала ФГАОУ ВО НИТУ «МИСИС», к.т.н., доцент*

**А.Н. Шаповалов**

Шемшурова Н.Г., Чикишев Д.Н., Бирюкова О.Д. Использование инженерного метода расчета контактных напряжений при осадке: методические указания по выполнению домашнего задания / контрольной работы. – Новотроицк: НФ НИТУ «МИСИС», 2023. – 36 с.

Методические указания необходимы для формирования навыка расчета контактных напряжений при осадке с использованием инженерного метода.

На примере осадки полосы неограниченной длины показано решение задачи определения контактных нормальных и касательных напряжений методом совместного решения приближенных уравнений равновесия и уравнения пластичности.

Представлены задания к выполнению домашнего задания / контрольной работы, перечень контрольных вопросов, список необходимой литературы и приложения.

Указания составлены в соответствии с требованиями образовательного стандарта высшего образования НИТУ «МИСиС» по направлению подготовки бакалавров 22.03.02 Metallurgy, профиль – Обработка металлов давлением.

*Рекомендовано Методическим советом НФ НИТУ «МИСИС»*

© ФГАОУ ВО «Национальный  
исследовательский технологический  
университет «МИСИС»  
Новотроицкий филиал, 2023

## Содержание

Введение.....	4
1 Метод совместного решения приближенных уравнения равновесия и уравнения пластичности.....	5
2 Определение сопротивления металла деформации.....	16
2.1 Метод термомеханических коэффициентов.....	16
2.2 Определение сопротивления металла деформации по методике Л.В. Андреюка.....	18
3 Выбор оборудования для осадки полосы.....	19
4 Данные к домашнему заданию / контрольной работе. ....	23
Контрольные вопросы.....	25
Список рекомендуемой литературы.....	26
Приложение А. Пример расчета контактных напряжений при осадке полосы неограниченной длины.....	27
Приложение Б. Пример расчета сопротивления металла деформации.....	29
Приложение В. Значения термомеханических коэффициентов.....	30

## Введение

Обработка металлов давлением – классический способ получения формы и свойств металлопродукции. Для развития данной отрасли необходимо уделять особое внимание улучшению качества при одновременном сокращении энергетических затрат на производство.

При разработке технологических процессов обработки металлов давлением и проектировании оборудования необходимо знать полное усилие  $P$ , которое нужно приложить к деформируемому телу для преодоления сопротивления последнего пластической деформации и трения на поверхности контакта с инструментом. По величине  $P$  определяют характеристики необходимого для деформации оборудования - усилие пресса, мощность двигателя прокатного стана и др.

Помимо полного усилия часто необходимо знать распределение напряжений как на контактной поверхности металла с инструментом, так и по всему объему деформируемого тела, что позволяет оценить неравномерность деформации, качество продукции, пластичность и др.

Для определения деформирующих усилий, контактных напряжений, деформаций в обработке металлов давлением применяют аналитические и экспериментальные методы. Аналитически усилие можно определить, зная нормальные и касательные напряжения в каждой точке поверхности контакта металла с инструментом, форму и размеры этой поверхности. Результаты расчета представляют в виде формул. Вводят понятие удельного усилия:  $p = \varphi(\sigma_t; f; V/H)$ . Сопротивление деформации  $\sigma_t$ , в свою очередь, зависит от химического состава деформируемого металла, степени  $\varepsilon$ , скорости  $u$  и температуры  $t$  деформации.

Наиболее распространенными аналитическими методами определения усилия деформирования являются:

- метод характеристик (линий скольжения);
- энергетический метод с использованием вариационных принципов;
- метод совместного решения дифференциальных уравнений равновесия и уравнения пластичности.

При решении задачи последним методом необходимо решить систему из 13 уравнений с 13 неизвестными. Но, хотя число неизвестных равно числу уравнений в системе, практически задача неразрешима из-за большого числа уравнений в частных производных. Поэтому более широкое распространение получил метод совместного решения приближенных уравнений равновесия и уравнения пластичности.

# 1 Метод совместного решения приближенных уравнения равновесия и уравнения пластичности

Метод основан на следующих положениях:

- напряженно-деформированное состояние деформируемого металла рассматривают либо осесимметричным, либо плоским. Для плоского деформированного состояния уравнение пластичности имеет вид:

$$(\sigma_{11} - \sigma_{33})^2 + 4\sigma_{13}^2 = (2k)^2 = 4\sigma_T^2/3$$

Для плоского напряженного состояния:

$$\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_3 + \sigma_3^2 = \sigma_T^2$$

где  $\sigma_1, \sigma_3$  – главные нормальные напряжения;

$\sigma_{11}, \sigma_{33}$  – нормальные напряжения на произвольной площадке;

$\sigma_{13}$  – касательные напряжения;

$k$  – постоянная пластичности – максимальное касательное напряжение (сопротивление чистому сдвигу при пластическом деформировании).

$$k = \sigma_T / \sqrt{3},$$

- при деформации тела сложной формы его условно разделяют на объемы, напряженно-деформированное состояние которых можно условно назвать плоским;

- дифференциальные уравнения равновесия для плоской задачи упрощаются допущением, что нормальные напряжения зависят только от одной координаты.

Благодаря этому остается только одно дифференциальное уравнение, и в нем вместо частных производных можно принять обыкновенные (дифференциал). Однако это допущение исключает возможность определения напряжений в каждой точке деформируемого тела (в отличие от метода совместного решения точных дифференциальных уравнений равновесия с уравнением пластичности, а также метода линий скольжения). Данным методом определяют напряжения только на контактной поверхности с инструментом, по которым затем можно найти усилие деформации [1-6].

Рассмотрим применение метода совместного решения при приближенных уравнений равновесия и уравнения пластичности на примере осадки полосы неограниченной длины между плоскими шероховатыми плитами. Задача впервые решена Е. П. Унковым [3,4]. Начало координат расположим в центре образца. Так как длина образца (перпендикулярно плоскости чертежа) бесконеч-

на (рисунок 1.1), деформация в этом направлении будет пренебрежимо мала, т.е. это случай плоского деформированного состояния. Вследствие симметрии полосы относительно оси  $x_3$  определим напряжения для правого сечения.

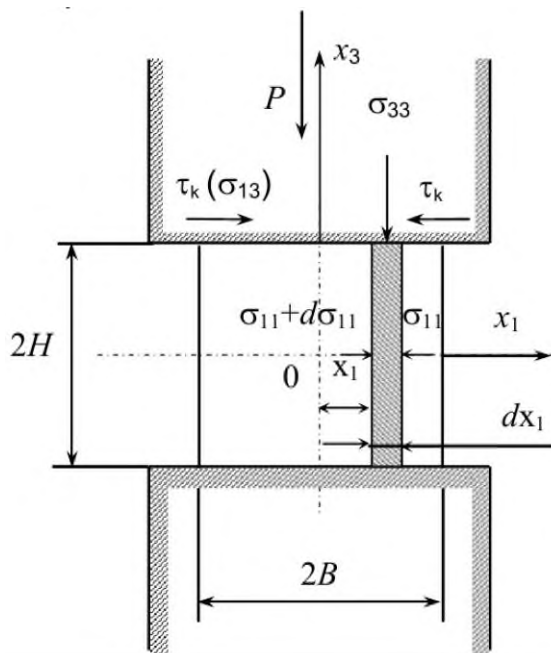


Рисунок 1.1 – К определению усилия при осадке полосы неограниченной длины

Выделим в теле бесконечно малый объем  $dx_1$ , длину этого объема примем равной единице, приложим к нему все силы и примем допущения:

- деформация плоская (допущение 1);
- искажением формы боковой поверхности осаживаемой полосы пренебрегаем (допущение 2);
- нормальные напряжения  $\sigma_{33}$  не зависят от оси  $x_3$ , то есть, постоянны по высоте и зависят только от координаты  $x_1$  (допущение 3);
- касательные напряжения  $\sigma_{13}$  не зависят от оси  $x_1$  (допущение 4).

(Принимаем величины  $\sigma_{33}$  и  $\sigma_{13}$  компонентами функции только одной переменной).

Систему уравнений равновесия для объемного напряженного состояния переводим в систему уравнений для плоского деформированного состояния:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{13}}{\partial x_3} &= 0; \\ \frac{\partial \sigma_{21}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{23}}{\partial x_3} &= 0; \\ \frac{\partial \sigma_{31}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{32}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{33}}{\partial x_3} &= 0. \end{aligned}$$

Тогда уравнение будет иметь вид:

$$\frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{13}}{\partial x_3} = 0. \quad (1.1)$$

Но нас интересует деформирующее напряжение  $\sigma_{33}$ , а не  $\sigma_{11}$ . Условие пластичности для объемного напряженного состояния имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} &(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + \\ &+ 6(\sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{31}^2) = 2\sigma_T^2. \end{aligned} \right|$$

Для плоского деформированного состояния:

$$\sigma_{22} = \frac{\sigma_{11} + \sigma_{33}}{2}; \quad \sigma_{12} = \sigma_{23} = 0.$$

Тогда уравнение пластичности примет вид:

$$(\sigma_{11} - \sigma_{33})^2 + 4\sigma_{13}^2 = \frac{4}{3}\sigma_T^2 = 4k^2. \quad (1.2)$$

Продифференцируем уравнение пластичности по  $dx_1$ :

$$2(\sigma_{11} - \sigma_{33}) \left( \frac{d\sigma_{11}}{dx_1} - \frac{d\sigma_{33}}{dx_1} \right) = \underbrace{-8\sigma_{13} \frac{d\sigma_{13}}{dx_1}}_{= 0 \Rightarrow \text{Допущение 4}}$$

тогда получим:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{11}}{dx_1} - \frac{d\sigma_{33}}{dx_1} &= 0; \\ \frac{d\sigma_{11}}{dx_1} &= \frac{d\sigma_{33}}{dx_1}. \end{aligned} \quad (1.3)$$

В уравнении (1.1) мы имеем частные производные, т.е. напряжения зависят от двух координат, а в уравнении (1.3) – дифференциал  $\frac{d\sigma_{11}}{dx_1}$ .

Допускаем (допущение 5), что напряжение  $\sigma_{13}$  – линейная функция –  $\sigma_{13} = \tau_k$  – на контактной поверхности, а по мере удаления от контакта оно уменьшается по линейному закону, обращаясь в ноль в т.0 в центре полосы, что под-

тверждается экспериментально (рисунок 1.2).

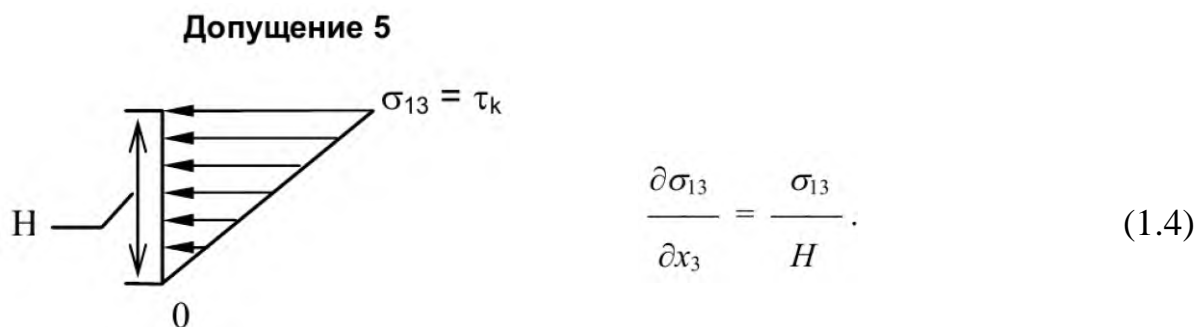


Рисунок 1.2 – Представление допущения 5

Тогда частная производная  $\frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1}$  в уравнении (1.1) будет зависеть только от координаты  $x_1$ , т.е. превращается в дифференциал, и из уравнения (1.3) может быть произведена подстановка  $d\sigma_{11} = d\sigma_{33}$ . Получим уравнение равновесия:

$$\frac{d\sigma_{33}}{dx_1} + \frac{\sigma_{13}}{H} = 0. \quad (1.5)$$

Для решения этого уравнения необходимо принять какой-либо закон распределения касательных напряжений на контактной поверхности и проинтегрировать уравнение (1.5). Постоянную интегрирования находят из граничных условий: на контактной поверхности, где трение отсутствует,  $x_1=B$  (крайние точки) и  $\sigma_{33} = \sigma_{33}^*$ .

1. Принимаем на контактной поверхности металла с инструментом закон распределения трения по Амонтону-Кулону:

$$\sigma_{13} = \tau_k = f\sigma_{33}. \quad (1.6)$$

Тогда

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{33} &= -\sigma_T^* e^{\frac{f}{H}(B-x_1)}; \\ \sigma_T^* &= \beta \sigma_T = 1,15 \sigma_T, \end{aligned} \right\} \quad (1.7)$$

где  $\sigma_T$  – сопротивление металла полосы деформации;

$\beta$  – коэффициент Лоде (для схемы плоского деформированного состояния  $\beta = 1,15$ ).

Рассчитанные по этим формулам эпюры имеют вид (рисунок 1.3):



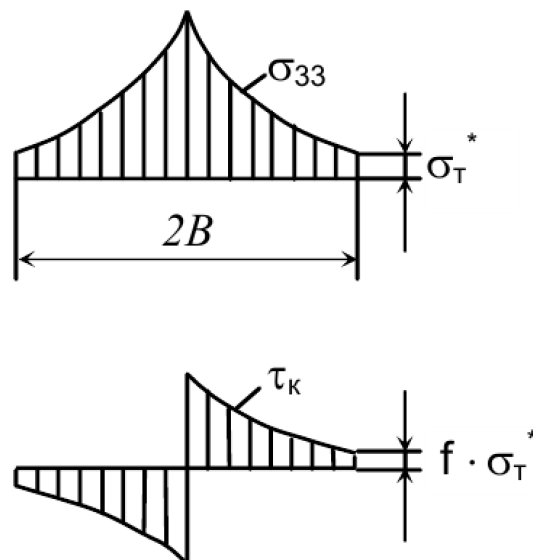


Рисунок 1.3 – Эпюры напряжений на контактной поверхности по Амонтону-Кулону

Суммируя нормальные напряжения по контактной поверхности, можно определить усилие деформирования на единицу длины осаживаемой полосы:

$$P = 2 \int_0^B \sigma_{33} dx_1 = 2 \sigma_T^* \int_0^B e^{\frac{f}{H}(B-x_1)} dx_1 = \sigma_T^* \frac{2H}{f} \left( e^{\frac{fB}{H}} - 1 \right) \quad (1.8)$$

и давление металла на инструмент

$$p = \frac{P}{2B} = \sigma_T^* \frac{H}{fB} \left( e^{\frac{fB}{H}} - 1 \right).$$

2. Принимаем на контактной поверхности металла с инструментом закон трения по Зибелю:

$$\sigma_{13} = \tau_k = -f \sigma_T^* \Rightarrow const; \quad (1.9)$$

$$\sigma_{33} = -\sigma_T^* \left[ 1 + \frac{f}{H} (B - x_1) \right]. \quad (1.10)$$

В этом случае эпюры нормальных и касательных напряжений имеют вид (рисунок 1.4).

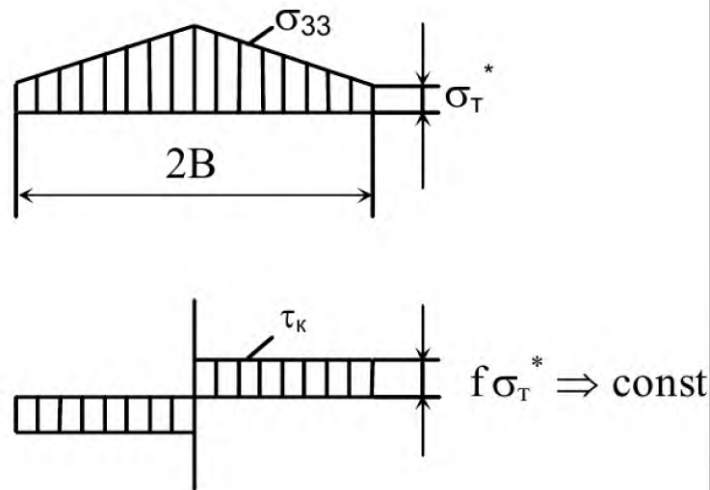


Рисунок 1.4 – Эпюры распределения напряжений на контактной поверхности по Зибелю

Усилие деформирования на единицу длины полосы определяем по формуле:

$$P = 2 \int_0^B \sigma_{33} dx_1 = 2\sigma_{\tau}^* \int_0^B \left[ 1 + \frac{f}{H}(B - x_1) \right] dx_1 = 2\sigma_{\tau}^* B \left( 1 + \frac{fB}{2H} \right);$$

Давление:

$$p = \sigma_{\tau}^* \left( 1 + \frac{fB}{2H} \right).$$

И в первом, и во втором случаях имеет место скачкообразное изменение касательных напряжений  $\sigma_{13}$  в середине полосы, что представляется маловероятным.

3. Допускаем, что при переходе через середину полосы контактные касательные напряжения не имеют скачкообразного изменения, а изменяются по линейному закону:

$$\sigma_{13} = -\sigma_{13}^B \frac{x_1}{B} = -f\sigma_{\tau}^* \frac{x_1}{B}, \quad (1.11)$$

где  $\sigma_{13}^B$  – значение контактного напряжения на краю полосы (при  $x_1=B$ );

$$\sigma_{33} = - \left[ \sigma_{\tau}^* + \frac{\sigma_{13}^B}{2BH} (B^2 - x_1^2) \right]. \quad (1.12)$$

Тогда эпюры нормальных и касательных напряжений на контактной поверхности будут иметь вид (рисунок 1.5).

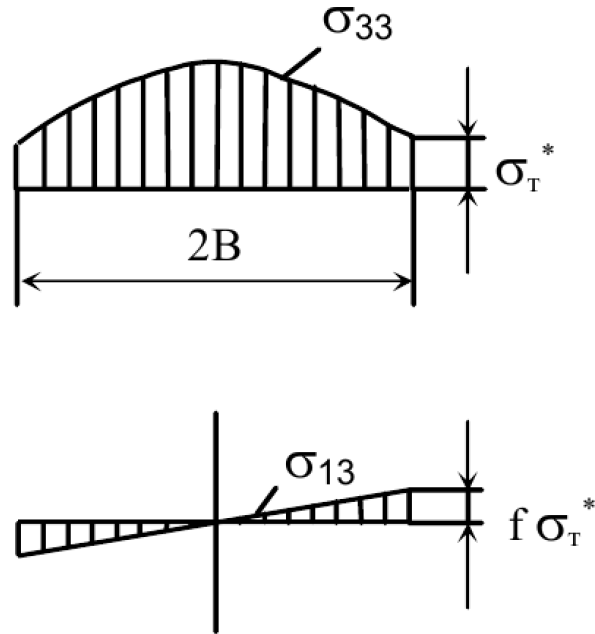


Рисунок 1.5 – Эпюры напряжений на контактной поверхности при плавном изменении касательных напряжений в середине полосы

При этом усилие деформирования определяем по формуле:

$$P = 2 \int_0^B \left[ \sigma_T^* + \frac{\sigma_{13}^B}{2BH} (B^2 - x_1^2) \right] dx_1 = 2\sigma_T^* B \left( 1 + \frac{\sigma_{13}^B B}{3H\sigma_T^*} \right);$$

Давление:

$$p = \sigma_T^* \left( 1 + \frac{\sigma_{13}^B B}{3H\sigma_T^*} \right) = \sigma_T^* \left( 1 + \frac{fB}{3H} \right),$$

где  $\sigma_{13}^B = f\sigma_T^*$ .

Известны экспериментальные данные по определению фактической формы эпюр нормальных и касательных напряжений при различных коэффициентах трения и отношении ширины к высоте сжимаемого образца [2], которые дают возможность предположить, что в действительности эпюры контактных напряжений состоят из отдельных участков, на которых реализованы все три закона трения (рисунок 1.6).

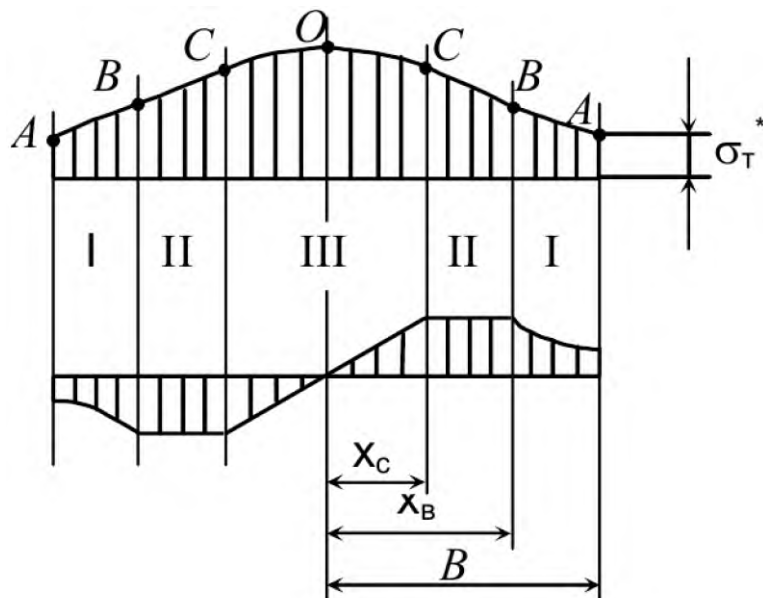


Рисунок 1.6 – Эпюры контактных напряжений при осадке полосы неограниченной длины

В общем случае эпюры нормальных и касательных напряжений состоят из трех участков:

участок АВ – скольжения – нормальные напряжения растут по экспоненте; касательные напряжения также увеличиваются по экспоненте. Металл скользит по инструменту. Контактные касательные напряжения подчиняются закону Амонта-Кулона (первый случай, рисунок 1.3);

участок ВС – торможения – увеличение касательных напряжений на участке АВ может происходить до величины  $\sigma_{13} = -\sigma_T^*/2$ . Участок АВ переходит в участок торможения ВС. На участке торможения равновероятны скольжение металла по инструменту и сдвиги внутри металла по плоскостям, параллельным плоскости контакта. Нормальные напряжения увеличиваются по линейному закону, касательные напряжения постоянны, что соответствует закону Зибеля (второй случай, рисунок 1.4);

участок СО – прилипания – касательные напряжения изменяются по линейному закону, проходя через ноль в середине полосы (скачок напряжений отсутствует), нормальные – по параболе, имея максимум на оси полосы. Экспериментально установлено, что за границу этой зоны можно приблизительно принять абсциссу, равную толщине полосы  $x_c \approx 2H$  (третий случай, рисунок 1.5).

Протяженность участков АВ, ВС, СО зависит от величины коэффициента трения  $f$  и отношения геометрических размеров полосы  $B/H$ .

Абсциссу границы участков торможения и скольжения  $x_B$  (участка I - II) можно определить, приравнивая правые части выражений (1.7) для  $\sigma_{33}^I$  и (1.10) для  $\sigma_{33}^{II}$ , когда  $\sigma_{33}^{II} = -\sigma_T^*/2f$ , так как  $\sigma_{13}^{max} = -\sigma_T^*/2$ :

$$\sigma_{33}^I = -\sigma_T^* e^{\frac{f}{H}(B-x_1)}; \quad \sigma_{33}^{II} = -\sigma_T^* \left[ 1 + \frac{f}{H}(B-x_1) \right];$$

$$x_B = B - H \frac{\ln 2f}{f},$$

так как  $f \leq 0,5$ , то  $\ln 2f < 0$ .

Принимая  $\frac{\ln 2f}{f} = \psi$ , получаем  $x_B = B - H\psi$ .

Значение  $\psi$  зависит от  $f$ :

f	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50
$\psi$	46,0	16,1	8,04	4,60	2,78	1,70	1,02	0,56	0,24	0,00

Протяженность зоны скольжения (I):  $B - x_B = H\psi$ .

Нормальное напряжение  $\sigma_{33}$  в зоне скольжения изменяется от  $-\sigma_T^*$  на краю полосы до  $\sigma_{33}^B = -\frac{\sigma_T^*}{2f}$ .

Текущее значение нормальных напряжений в зоне I может быть определено по формуле:

$$\sigma_{33}^I = -\sigma_T^* e^{\frac{f}{H}(B-x_1)};$$

Касательных:

$$\sigma_{13}^I = f\sigma_{33}^I.$$

II участок (зона торможения) начинается с т.В и заканчивается т.С. Как было сказано выше, за границу зоны прилипания (III) принимают абсциссу, равную толщине образца  $x_c \approx 2H$ . Протяженность зоны торможения от  $x_c = 2H$  (толщина полосы принята  $2H$ ) до  $x_B = B - H\psi$ . Нормальные напряжения на участке II изменяются от

$$\sigma_{33}^B = -\frac{\sigma_T^*}{2f} \text{ до } \sigma_{33}^C = -\frac{\sigma_T^*}{2f} \left[ 1 + \frac{f}{H}(x_B - 2H) \right]$$

и текущее их значение может быть определено с учетом подстановки значения  $\sigma_{33}$  в т.  $x_B$ ;

$$\sigma_{33}^{II} = -\frac{\sigma_T^*}{2f} \left[ 1 + \frac{f}{H}(B - \psi H - x_1) \right]$$

$$\sigma_{13}^{II} = \frac{\sigma_T^*}{2} \Rightarrow \text{const.}$$

III зона – прилипания – имеет протяженность от т.С до т.О. Нормальные напряжения распределены по закону:

$$\sigma_{33}^{\text{III}} = -\sigma_{\tau}^* \left( \frac{4H^2 - x_1^2}{8H^2} + \frac{1}{2f} + \frac{x_B - 2H}{2H} \right)$$

с учетом значения в т. С

$$\sigma_{13}^{\text{III}} = \frac{\sigma_{\tau}^* x_1}{4H}$$

В общем случае для всех участков эпюры усилие деформирования может быть определено:

$$P = 2L \left\{ \int_{B-\psi H}^B \sigma_{\tau}^* e^{\frac{f}{H}(B-x_1)} dx_1 + \int_{2H}^{B-\psi H} \frac{\sigma_{\tau}^*}{2f} \left[ 1 + \frac{f}{H}(B-\psi H - x_1) \right] dx_1 + \int_0^{2H} \sigma_{\tau}^* \left( \frac{4H^2 - x_1^2}{8H^2} + \frac{1}{2f} + \frac{B-\psi H - 2H}{2H} \right) dx_1 \right\}$$

Давление на инструмент:

$$p = \frac{\sigma_{\tau}^* H}{fB} \left\{ \frac{1}{2f} - 1 - \frac{f}{3} + \frac{1}{2} \left( \frac{B}{H} - \psi \right) \left[ 1 + \frac{f}{2} \left( \frac{B}{H} - \psi \right) \right] \right\}$$

Е.П. Унксов [3,4] сравнивал результаты расчета усилия осадки приведенным методом решения приближенных уравнений равновесия совместно с уравнением пластичности (инженерный метод) с результатами, полученными методом численного интегрирования с использованием линий скольжения. Расхождение не превышает 10%.

Анализ полученной эпюры (рисунок 1.6).

Протяженность участков I, II и III зависит от соотношения геометрических размеров осаживаемой полосы  $B/H$  и величины коэффициента трения  $f$ .

При ширине полосы  $B \leq 2H$  участки II и I отсутствуют. Вся контактная поверхность – зона прилипания (III) (рисунок 1.7, а).

Когда  $B/H > 2$ , протяженность участков I и II зависит от величины  $f$  и  $B/H$ . В общем случае есть участки I, II, III. При уменьшении  $f$  зона I растет, чтобы выйти на  $\tau_{\max} = \sigma_{13} = \sigma_{\tau}^*/2$ , а т.к. протяженность зоны III = const и определяется  $H$ , то протяженность зоны II уменьшается и при некотором  $f$  может быть равна 0. Имеем два участка: I и III (скольжения и прилипания) (рисунок 1.7, б). Эта эпюра может перерасти в трехзонную при увеличении ширины полосы.

При значении коэффициента трения  $f = 0,5$  скольжение металла по поверхности инструмента не происходит и участок I исчезает.

Эпюра состоит из двух участков III и II (прилипания и торможения) (рисунок 1.7, в).

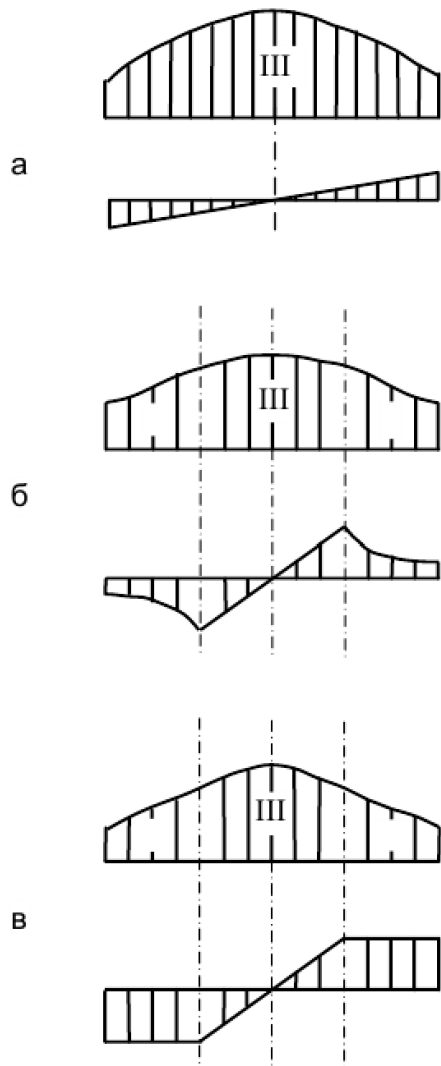


Рисунок 1.7 – Анализ полученной эпюры

Таким образом, в зависимости от соотношения геометрических размеров полосы  $V/H$  и величины коэффициента контактного трения  $f$  при осадке возможны четыре вида эпюр, состоящих:

- из трех участков – скольжения, торможения и прилипания (I, II, III) при  $V/H > 2 + \psi$  и  $0 < f < 0,5$ ;
- из одного участка – прилипания (III) при  $V/H \leq 2$  и  $0 < f < 0,5$ ;
- из двух участков – скольжения и прилипания (I и III) при  $2 < V/H < 2 + \psi$  и  $0 < f < 0,5$ ;
- из двух участков – торможения и прилипания (II и III) при  $V/H \geq 2$  и  $f \geq 0,5$ .

## 2 Определение сопротивления металла деформации

### 2.1 Метод термомеханических коэффициентов

Из существующих методов определения «мгновенного» предела текучести (сопротивления металла деформации) чаще всего используют метод термомеханических коэффициентов, как наиболее простой и доступный, позволяющий в то же время с достаточной для практики точностью вычислить  $\sigma_T$  при заданных температуре, степени и скорости деформации [7].

$$\sigma_T = \sigma_{o.d.} k_t k_\varepsilon k_u \varphi, \quad (2.1)$$

где  $\sigma_{o.d.}$  – базисное значение сопротивления деформации;

$k_t$  – коэффициент, учитывающий температуру;

$k_\varepsilon$  – коэффициент, учитывающий степень деформации;

$k_u$  – коэффициент, учитывающий скорость деформации;

$\varphi$  – масштабный коэффициент.

По методике А.В. Третьякова термомеханические коэффициенты определяют по графикам. Графики зависимости коэффициентов  $k_t$ ,  $k_\varepsilon$  и  $k_u$  от температуры (900-1200 °С), степени деформации (5-50 %) и скорости деформации (0,1-100 с<sup>-1</sup>) приведены в работах [7,8]; для некоторых марок стали – в Приложении 3 данной методической разработки.

Возможно также использование в расчетах аналитических выражений для определения термомеханических коэффициентов, полученных П.Л. Клименко [9] путем аппроксимации обобщенных кривых изменения  $k_t$ ,  $k_\varepsilon$  и  $k_u$ :

$$k_t = 0,57 + 0,0045(1200 - t^\circ) \sqrt{\frac{1200 - t^\circ}{t^\circ}}; \quad (2.2)$$

$$k_\varepsilon = 0,47\sqrt{\varepsilon} - 0,045 \quad \text{для } \varepsilon < 15\%; \quad (2.3)$$

$$k_\varepsilon = 0,82 + 0,082\sqrt{\varepsilon} \quad \text{для } \varepsilon \geq 15\%; \quad (2.4)$$

$$k_u = 0,80 + 0,065\sqrt{u} \quad \text{для } u = 1..100 \text{ с}^{-1} \quad (2.5)$$

$$k_u = 0,80 + 0,085\sqrt{u} \quad \text{для } u = 100..300 \text{ с}^{-1}, \quad (2.6)$$

где  $t^\circ$  – температура, °С;

$\varepsilon$  – степень деформации, % ;

$$\varepsilon = \frac{H - h}{H} 100\%; \quad (2.7)$$

где  $u$  – скорость деформации, с<sup>-1</sup>.

$H$ ,  $h$  – (обратите внимание!) высота всей заготовки (поковки) до и после деформации, мм.



При осадке [10]

$$u = \frac{2V}{H+h} = \frac{e}{\tau}, \quad (2.8)$$

где  $V$  – скорость движения бойка, штампа, мм/с;

$e$  – истинная (логарифмическая) деформация, связанная с относительной деформацией  $\varepsilon$  (в долях единицы) соотношением

$$e = \ln(1 + \varepsilon); \quad (2.9)$$

где  $t$  – время деформирования, с.

Если относительная деформация  $\varepsilon < 0,1$  ( $\varepsilon < 10\%$ ), можно приближенно принимать  $\varepsilon = e$ , при больших деформациях  $e$  всегда больше, чем  $\varepsilon$ .

Масштабный коэффициент  $j$  учитывает различие истинных пределов текучести металла при подобной деформации крупных слитков [11], поковок (натуры) [12] и лабораторных образцов. Выбирается по таблице 2.1 при осадке слитков и таблице 2.2 при штамповке поковок. При выполнении домашнего задания следует принимать  $j=1$ .

Таблица 2.1 – Определение масштабного коэффициента при осадке

Масса слитка, т	0,01	0,50	6,0	20	50	100
$\varphi$	1,00	0,80	0,70	0,60	0,55	0,50

Таблица 2.2 – Определение масштабного коэффициента при штамповке

Объем поковки, дм <sup>3</sup>	$\varphi$	Объем поковки, дм <sup>3</sup>	$\varphi$
0...25	1	5000...10000	0,7...0,6
25...100	1,0...0,9	10000...15000	0,6...0,5
100...1000	0,9...0,8	15000...25000	0,5...0,4
1000...5000	0,8...0,7	Свыше 25000	0,4

Базисные значения сопротивления деформации  $\sigma_{0,д}$  некоторых марок углеродистых и легированных марок стали и сплавов, определенные при средних термомеханических параметрах ( $t = 1000$  °С;  $\varepsilon = 10$  %;  $u = 10$  с<sup>-1</sup>), представлены в таблице 2.3 [8, 9].

Таблица 2.3 – Базисные значения сопротивления деформации ( $t = 1000 \text{ }^\circ\text{C}$ ;  $\varepsilon = 10 \%$ ;  $u = 10 \text{ c}^{-1}$ )

Марка стали (сплава)	$\sigma_{0.2}$ , МПа	Марка стали (сплава)	$\sigma_{0.2}$ , МПа	Марка стали (сплава)	$\sigma_{0.2}$ , МПа
08 кп	84	30ХГСА	105	ХН78Т (ЭИ435)	196
3	86	4Х13	109	ХН75МБТЮ (ЭИ602ВЖ98)	222
6	92	У8	90	ВЖ98	250
20	85	ШХ15	95	ХН70Ю (ЭИ652)	266
25	86	15ХСНД	97	ЭИ661	330
45 н.р.	87	14ГН	99	Молибдено-марганцовистая	110
40	88	60С2	114	Хромомолибденовая	115
45	88	1Х13	124	Кремниймарганцовистая	120
40Х	92	Х18Н12М2Т	147	Хромоникель-молибденовая	120
45Х н.р.	89	Р18	159	12ХН3А	100
45ХН н.р.	95	Х17Н2	112	20ХГНР н.р.	100
18ХГТ н.р.	95	18ХНВА	115	Х18Н9Т	122

В процессахковки иштамповки значение скорости деформации находится в широких пределах:  $10^{-3}$ - $10^4 \text{ c}^{-1}$  и более. При этом величина  $u_{\text{ср}}$  по очагу деформации изменяется по самым различным законам, которые зависят от изменения скорости деформирования, величины деформации, геометрии инструмента и т.п. (таблица 2.4).

Таблица 2.4 – Приближенные значения средней скорости деформации  $u_{\text{ср}}$  ( $\text{c}^{-1}$ ) для различных случаев горячего деформирования при осадке, ковке, штамповке [11, 12]

Прессы:	гидравлические	0,03-0,06
	кривошипные	1-5
	фрикционные	2-10
Молоты:	паровоздушные	10-250
	высокоскоростные	Свыше 100
Изотермическое (изостатическое) деформирование		$10^{-3}$ - $10^{-2}$
Выдавливание (прессование)		$10^{-2}$ - $10^0$
Электроимпульсная, взрывная штамповка		$10^3$ - $10^4$ и более

## 2.2 Определение сопротивления металла деформации по методике Л.В. Андреюка

В интервале температур 800-1300 °С формулы

$$\sigma = \left( \frac{t}{1000} \right)^c \text{ и } \sigma = e^{kt}$$

практически с одинаковой точностью описывают сопротивление деформации. С учетом изложенного принята следующая формула для определения истинного сопротивления деформации

$$\sigma_T = S\sigma_0 u^a (10\varepsilon)^b \left( \frac{t}{1000} \right)^c \text{ кг/мм}^2, \quad (2.10)$$

где  $u$  – скорость деформации,  $\text{с}^{-1}$ ;

$\varepsilon$  – степень деформации, доли единицы;

$t$  – температура, °С;

$\sigma_0$  – базовое сопротивление деформации (при  $u=1 \text{ с}^{-1}$ ,  $\varepsilon=0,1$  и  $t=1000 \text{ °С}$ ).

$S$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $c$  – постоянные числа, определяемые для каждой марки стали по результатам испытаний (равно как и  $\sigma_0$ ), для различных марок сталей и сплавов приведены в таблице 2.5.

Пример. Определить сопротивление деформации сплава ЭИ943 при температуре 1060 °С, скорости деформации  $6,7 \text{ с}^{-1}$  и степени деформации 0,14 (14 %). С использованием таблицы 2.5 получаем формулу

$$\begin{aligned} \sigma_{T(943)} &= 0,918 \cdot 243,3 u^{0,109} (10\varepsilon)^{0,089} \left( \frac{t}{1000} \right)^{-3,46} = \\ &= 0,918 \cdot 243,3 \cdot 6,7^{0,109} \cdot 1,4^{0,089} \cdot 1,060^{-3,46} = \\ &= 231,3 \text{ Н/мм}^2 \text{ (МПа)}. \end{aligned}$$

Таблица 2.5 – Постоянные величины к формуле 2.10

Марка стали или сплава	S	$\sigma_0$ , МПа	a	b	c
Э3А	0,945	95,3	0,198	0,074	-3,85
ЭИ636	0,934	55,4	0,067	0,067	-3,64
ЭИ439	1,028	57,4	0,124	0,052	-3,70
У12А	1,057	68,7	0,173	0,180	-3,26
65Г	1,007	71,3	0,166	0,222	-3,02
Ст3кп	0,885	76,4	0,135	0,164	-2,80
У7А	0,948	76,8	0,159	0,197	-2,87
ШХ15	1,010	78,1	0,137	0,220	-4,07
35Г2	0,940	81,9	0,151	0,122	-3,66
45	1,000	85,7	0,143	0,173	-3,05
40Х	0,979	85,8	0,130	0,170	-3,62
Ст5сп	0,917	87,8	0,144	0,208	-3,35
35ГС	0,975	87,9	0,136	0,187	-2,79
Ст3сп	0,960	89,0	0,124	0,167	-2,54
20ХГ2С	1,011	94,0	0,125	0,218	-3,65
40ХГНМ	0,870	101,0	0,173	0,144	-2,64
60С2	0,921	103,0	0,153	0,197	-3,46
18Х2Н4ВА	0,971	105,0	0,117	0,165	-2,73
Х17Н2	0,866	123,6	0,130	0,063	-4,72
2Х13	0,900	133,4	0,132	0,210	-3,26
1Х13	0,950	142,2	0,102	0,125	-3,50
ЭИ654	0,930	186,4	0,155	0,064	-4,48
Х23Н18	0,848	207,0	0,093	0,105	-3,18
Х18Н10Т	0,825	217,8	0,112	0,088	-4,35
Р18	0,780	232,5	0,136	0,100	-3,01
ЭИ943	0,918	243,3	0,109	0,089	-3,46
ЭИ602	0,809	378,7	0,116	0,153	-3,22
ЭП487	0,839	481,7	0,132	0,060	-5,47

### 3 Выбор оборудования для осадки полосы

Осадку является одной из основных операций процесса машиннойковки, которую проводят на ковочных молотах или ковочных прессах. Оборудование, необходимое для осадки, обычно подбирают:

- по массе обрабатываемой заготовки (пресс или молот);
  - или по необходимой массе падающих частей  $m$  (для молота);
  - или по необходимому усилию (для прессы).
- Масса обрабатываемой заготовки

$$M = V\rho,$$

где  $V$  – объем заготовки или ее части, контактирующей с инструментом;  
 $\rho$  – плотность или удельный вес заготовки (полосы); (для стали  $\rho = 7850 \text{ кг/м}^3$ ).

Усилие прессы

$$P = pS,$$

где  $S$  – площадь контакта с инструментом;  
 $p$  – удельное (среднее) давление (формула 1.16).

Молот подбирают по необходимой массе падающих частей  $m$ :

$$m = \frac{2P\Delta h}{\eta v^2},$$

где  $\Delta h = H - h$  – абсолютное обжатие при осадке, мм;  
 $h = 0,8-0,85$  – доля энергии, расходуемая на деформацию заготовки;  
 $v$  – скорость падающих частей перед ударом (скорость осадки – дана в задании).

Молоты относятся к кузнечным машинам ударного действия. Обжатие в них осуществляют под действием кинетической энергии  $E = mv^2 / 2$  движущихся частей молота (бойка, бабы, штока, поршня). Рабочий цикл молота состоит из управляемых ударов различной энергии, подъемов, удержания бабы на весу и плавного опускания ее вниз.

Ковочные молоты делят на паровоздушные и пневматические.

Паровоздушные молоты приводят в действие паром или воздухом под давлением 0,6-0,8 МПа. В зависимости от конструкции стоек различают одностоечные, арочные и мостовые молоты. Их параметры регламентируются ГОСТ 9752-75 в диапазоне  $m = 1-8 \text{ т}$ . Ориентировочно паровоздушный молот можно выб-

рать по данным, представленным в таблице 3.1.

Таблица 3.1 – Характеристика паровоздушных молотов

m, кг	1000	2000	3150	5000	8000
Максимальная сторона квадрата, мм	160	225	275	350	400
Примерная масса поковок, кг:					
гладких	до 250	250-500	500-750	750-1500	1500-2500
фасонных	до 70	70-180	180-320	320-700	700-1300

Пневматические молоты применяют для получения из сортового проката поковок массой до 0,2 т. Основные параметры пневматических молотов регламентированы ГОСТ 712-82 в диапазоне масс ударных частей 50-1000 кг с энергией удара 0,8-28 кДж. Ориентировочно пневматический молот можно выбрать по данным, представленным в таблице 3.2.

Ковочные гидравлические прессы изготавливают по ГОСТ 7284-80 номинальным усилием 5-50 МН. Ориентировочно пресс выбирают по массе обрабатываемой заготовки:

Масса, т	0,6-2	2-5	5-12	14-28	33-60	60-98
P, МН	5	8	12,5	30	32	50

Таблица 3.2 – Характеристика пневматических молотов

m, кг	50	80	160	250	400	630	1000
Максимальная сторона квадрата, мм	40	50	65	75	100	125	160
Примерная масса поковок, кг гладких	до 8	8-12	12-15	15-35	35-60	60-120	120-250
фасонных	до 1,5	1,5-2	2-5	5-8	8-18	18-30	30-70

#### 4 Данные к домашнему заданию / контрольной работе

Рассчитать величину нормальных и касательных напряжений на контактной поверхности металла с инструментом при осадке полосы неограниченной длины, используя метод совместного решения приближенных уравнений равновесия и уравнения пластичности (инженерный метод); построить эпюры распределения напряжений; определить величину среднего удельного давления.

Выполнить анализ зависимости протяженности зон скольжения, торможения и прилипания от коэффициента трения на контакте с инструментом в интервале  $0,25 < f < 0,5$  и геометрических параметров осаживаемой полосы в диапазоне  $3,0 < (B/H) < 24$ . По полученным результатам подобрать механическое оборудование, необходимое для осадки полосы заданных размеров. Исходные данные к заданию представлены в таблице 4.1.

Таблица 4.1 – Условия деформации

Номер варианта	Размеры сечения, мм		Обжатие $\epsilon$ , %	$V$ , м/с	Марка стали	$t$ , °C	$f$
	$2H$	$2B$					
1	12	80	10	0,1	45	1150	0,25
2	14	80	15	0,1	45	1150	0,25
3	16	80	20	0,1	45	1100	0,30
4	18	80	25	0,1	45	1100	0,30
5	20	80	30	0,1	40X	1000	0,35
6	22	80	30	0,2	40X	1000	0,35
7	24	80	30	0,3	40X	900	0,40
8	26	80	30	0,4	40X	900	0,40
9	30	120	20	0,2	X17H2	1170	0,25
10	35	120	30	0,25	X17H2	1170	0,25
11	40	120	40	0,3	X17H2	1170	0,35
12	45	120	20	0,35	ШХ15	1250	0,45
13	50	180	25	0,4	ШХ15	1170	0,25
14	60	240	30	0,2	ШХ15	1170	0,25
15	25	50	20	1,0	60С2	1100	0,25
16	25	75	20	1,5	60С2	1150	0,50
17	25	100	20	2,0	P18	1050	0,30
18	20	60	20	2,5	P18	1000	0,25
19	20	70	30	3,0	P18	950	0,25
20	20	80	40	3,5	P18	1000	0,30
21	20	100	30	4,0	60С2	1050	0,35
22	20	120	25	5,0	60С2	1100	0,40
23	20	120	25	0,25	45	1250	0,30
24	16	150	25	0,25	40X	1150	0,40
25	24	180	25	0,50	P18	950	0,45
26	32	150	25	0,50	60С2	1100	0,35
27	10	60	25	0,25	45	1250	0,30
28	8	75	25	0,25	60С2	1150	0,40
29	12	90	25	0,25	X17H2	950	0,45
30	16	120	25	0,50	ШХ15	1100	0,35

Сопротивление металла деформации рассчитать методом термомеханических коэффициентов (по методикам А.В. Третьякова, П.Л. Клименко и Л.В. Андреюка). При выполнении домашнего задания можно использовать пакет прикладных программ «OSADKA»).

Объем домашнего задания не должен превышать 15-20 страниц формата А4 в рукописном варианте.

### Примерное содержание работы:

- титульный лист;
- задание с номером варианта и исходными данными;
- содержание;
- краткий обзор существующих аналитических методов определения деформирующих усилий и напряжений с указанием их преимуществ и недостатков;
- изложение сути метода совместного решения приближенных уравнений равновесия и уравнения пластичности (инженерного метода) с указанием его возможностей (не более 1-2 страниц);
- изложение сути метода термомеханических коэффициентов для определения величины сопротивления деформации ( $\sigma_T$ );
- определение  $\sigma_T$  по методикам А.В. Третьякова, П.Л. Клименко и Л.В. Андреюка. Для определения термомеханических коэффициентов использовать приведенные в методических указаниях графики (рисунки В.1-В.6) и обобщенные формулы П.Л. Клименко (2.2-2.6);
- результаты расчетов:
  - \* сопротивления деформации  $\sigma_T^{\cdot}$  и  $\sigma_T^{\ddot{}}$  и величины расхождения  $\Delta\sigma_T = \ln(\sigma_T^{\cdot} / \sigma_T^{\ddot{}})$ , где  $\sigma_T^{\cdot}$  и  $\sigma_T^{\ddot{}}$  соответственно наибольшее и наименьшее значения  $\sigma_T$  среди рассчитанных по предложенным методикам (масштабный коэффициент принять равным единице);
  - \* давления металла на инструмент;
  - \* протяженности зон скольжения, торможения и прилипания;
  - \* таблицы рассчитанных значений нормальных и касательных напряжений и эпюры, построенные по полученным данным для конкретного варианта (если использована ЭВМ, результирующие эпюры распределения  $\sigma_{33}$  и  $\sigma_{13}$  следует построить вручную);
  - \* таблицы рассчитанных значений давления и протяженности зон скольжения, торможения и прилипания и графики их зависимости от параметров  $V/H$  и  $f$ ;
- выбор необходимого оборудования для осадки полосы [13, 14];
- выводы;
- список использованных источников (литературы).



В работе следует представить иллюстрационный материал (эпюры, графики, распечатки с ЭВМ, таблицы). Список использованных источников (литературы) должен быть оформлен в соответствии с ГОСТ 7.0.100-2018. При оформлении работы отдельные разделы следует обозначать самостоятельными заголовками, соответствующими содержанию, в тексте делают ссылки на иллюстрации и использованную литературу, например, «Эпюра нормальных напряжений приведена на рисунке 5» или «Известны несколько аналитических методов определения усилий при ОМД [1, 2]...». С целью самоконтроля при выполнении домашнего задания следует ответить на контрольные вопросы. Работа должна быть оформлена аккуратно, написана разборчиво, чисто, без помарок, зачеркиваний (возможен компьютерный набор), таблицы и иллюстрации - пронумерованы; в конце работы следует поставить подпись и дату.

### Контрольные вопросы

1. Назовите основные положения, на которых основан метод совместного решения дифференциальных уравнений равновесия и уравнения пластичности. Какие задачи можно решать с помощью этого метода?

2. Напишите уравнения пластичности:

- для объемного напряженного состояния;
- для плоского напряженного состояния;
- для плоского деформированного состояния;
- для осесимметричного напряженного состояния.

3. Что показывают дифференциальные уравнения равновесия?

4. Напишите уравнения равновесия для объемного напряженного состояния и транспонируйте их для условий плоского деформированного (напряженного) состояния.

5. В каком случае частную производную можно заменить дифференциалом, например, в уравнении (1.1)?

6. Перечислите известные законы распределения сил контактного трения и постройте эпюры распределения нормальных и касательных напряжений при осадке полосы согласно этим законам.

7. Что можно определить методом термомеханических коэффициентов?

8. От чего зависит протяженность зон скольжения, торможения и прилипания в эпюрах нормальных и касательных напряжений при решении задачи на осадку?

9. Каким образом определяют координаты границ между выше указанными зонами по ширине осаживаемой заготовки и величину напряжений в граничных точках?

10. Как определить усилие деформирования, если известно распределение нормальных напряжений по поверхности контакта металла с инструментом?

## Список рекомендуемой литературы

1. Громов, Н.П. Теория обработки металлов давлением: учебное пособие. – М.: Металлургия, 1978. – с. 216–269.
2. Сторожев, М.В., Попов, Е.А. Теория обработки металлов давлением: учебное пособие. – М.: Машиностроение, 1977. – с. 172–230.
3. Унксов, Е.П. Инженерные методы расчета усилий при обработке металлов давлением: учебное пособие. – М.: Машгиз, 1955. – 230 с.
4. Унксов, Е.П. Инженерная теория пластичности. Методы расчета усилий деформирования: учебное пособие. – М.: Машгиз, 1959. – 328 с.
5. Охрименко, Я.М., тюрин, А.А. Неравномерность деформации при ковке: учебное пособие. – М.: Машиностроение, 1969. – 184 с.
6. Соколовский, В.В. Теория пластичности: учебное пособие. – М.: Высш. шк., 1969. – 608 с.
7. Третьяков, А.В., Зюзин, В.И. Механические свойства металлов и сплавов при ОМД: Справочник. – М.: Металлургия, 1973. – 224 с.
8. Зюзин, В.И., Бровман, М.Я., Мельников, А.Ф. Сопротивление деформации сталей при горячей прокатке: учебное пособие. – М.: Металлургия, 1964. – 270 с.
9. Клименко, П.Л. Расчет энергосиловых параметров прокатки с применением ЭВМ: учебное пособие. – Днепропетровск: ДМеТИ, 1979. – 79 с.
10. Полухин, П.И., Гун, Г.Я., Галкин, А.М. Сопротивление пластической деформации металлов и сплавов: Справочник. – М.: Металлургия, 1983. – 352 с.
11. Ковка и объемная штамповка стали: Справочник / под ред. М.В. Сторожева. – М.: Машиностроение, 1967. – 435 с.
12. Ковка и штамповка: Справочник / под ред. Е.И. Семенова. – М.: Машиностроение, 1985. – 568 с.
13. Полухин, П.И. Технология процессов обработки металлов давлением : учебное пособие / П.И. Полухин, А. Хензель, В.П. Полухин и др.: под ред. П.И. Полухина. – М.: Металлургия, 1988. – 408 с.
14. Мастеров, В.А., Берковский В.С. Теория пластической деформации и обработка металлов давлением: учебное пособие. – М.: Металлургия, 1989. – 398 с.

## Приложение А

### Пример расчета контактных напряжений при осадке полосы неограниченной длины

Построить эпюры нормальных и касательных контактных напряжений, используя инженерный метод, если известно:  $f = 0,3$ ;  $B = 100$  мм;  $H = 10$  мм;  $\sigma_T^* = 200$  Н/мм<sup>2</sup> (МПа).

Рассчитываем  $\sigma_{33}$  и  $\sigma_{13}$  по формулам (1.6) и (1.7), используя закон Амонтона-Кулона для зоны скольжения; по формулам (1.9) и (1.10) - закон Зибеля для зоны торможения; (1.11) и (1.12) - условие плавного перехода касательных напряжений через середину полосы - для зоны прилипания. Результаты расчетов сводим в таблицу А.1.

Таблица А.1 – Результаты расчётов

$x_1 / B$	$\sigma_{33}$ , Н/мм <sup>2</sup> (МПа)			$\sigma_{13}$ , Н/мм <sup>2</sup> (МПа)		
	Ам.-Кул.	Зибель	Пл.перех	Ам.-Кул.	Зибель	Пл.пер.
0	4017,1	800,0	500,0	1205,1	60,0	0
0,25	1897,5	650,0	481,2	569,3	60,0	15,0
0,50	896,3	500,0	425,0	268,9	60,0	30,0
0,75	423,4	350,0	331,2	127,0	60,0	45,0
1,0	200,0	200,0	200,0	60,0	60,0	60,0

Граница между зонами скольжения и торможения:

$$x_B = B - H\psi = 100 - 10 \times 1,7 = 82,97 \text{ мм.}$$

На участке I (зона скольжения)  $\sigma_{33}$  и  $\sigma_{13}$  изменяются по экспоненциальному закону. В т.  $x_B$   $\sigma_{33} = -\sigma_T^* / 2f = -200 / (2 \times 0,3) = 333,0$  Н/мм<sup>2</sup>.

$$\text{На краю образца (т. А) } \sigma_{33} = -\sigma_T^* = -200 \text{ Н/мм}^2.$$

На участке от  $x_A$  (т. А:  $x_1=B$ ) = 100 мм до  $x_B = 82,97$  мм.

$$\sigma_{13} \text{ изменяется от } -f\sigma_T^* = 60,0 \text{ до } -(\sigma_T^* / 2) = 100,0 \text{ Н/мм}^2.$$

Границу между зонами торможения и прилипания находим как  $x_c = 2H = 20$  мм.

Нормальные напряжения  $\sigma_{33}$  в т.  $x_c$  :

$$\sigma_{33x_c} = -(\sigma_T^* / 2f) [1 + (f/H)(B - H\psi - x_c)] = -(200/0,6) \{1 + (0,3/10)[100 - (10 \times 1,7) - 20]\} = 963,3 \text{ Н/мм}^2.$$

Таким образом, на участке II от  $x_B$  до  $x_c$  (зона торможения)  $\sigma_{33}$  изменяется по линейному закону от 333,0 Н/мм<sup>2</sup> до 963,3 Н/мм<sup>2</sup>.

При этом  $\sigma_{13}$  остается постоянным и равно наибольшему своему значению  $-(\sigma_T^* / 2) = 100$  Н/мм<sup>2</sup>.

В центре полосы

$$\sigma_{33o} = -\sigma_T^* \left\{ \left[ \frac{(4H^2 - x^2)}{8H^2} \right] + 1 / 2f + (x_B - 2H) / 2H \right\} = -200 \left\{ \left[ \frac{(4 \times 10^2 - 0)}{(8 \times 10^2)} \right] + 1 / 0,6 + (82,97 - 20) / 20 \right\} = 1063,0 \text{ Н/мм}^2.$$

На участке III (зона прилипания)  $\sigma_{33}$  изменяется по параболе от 1063,0 Н/мм<sup>2</sup> в середине полосы до 963,3 Н/мм<sup>2</sup> в т.  $x_c$ . При этом  $\sigma_{13}$  изменяется от -100 Н/мм<sup>2</sup> до +100 Н/мм<sup>2</sup> в т.  $x_c$  с плавным переходом через «ноль» в середине полосы. По результатам расчета построены эпюры распределения нормальных и касательных напряжений на контактной поверхности осаживаемой полосы (рисунок А.1).

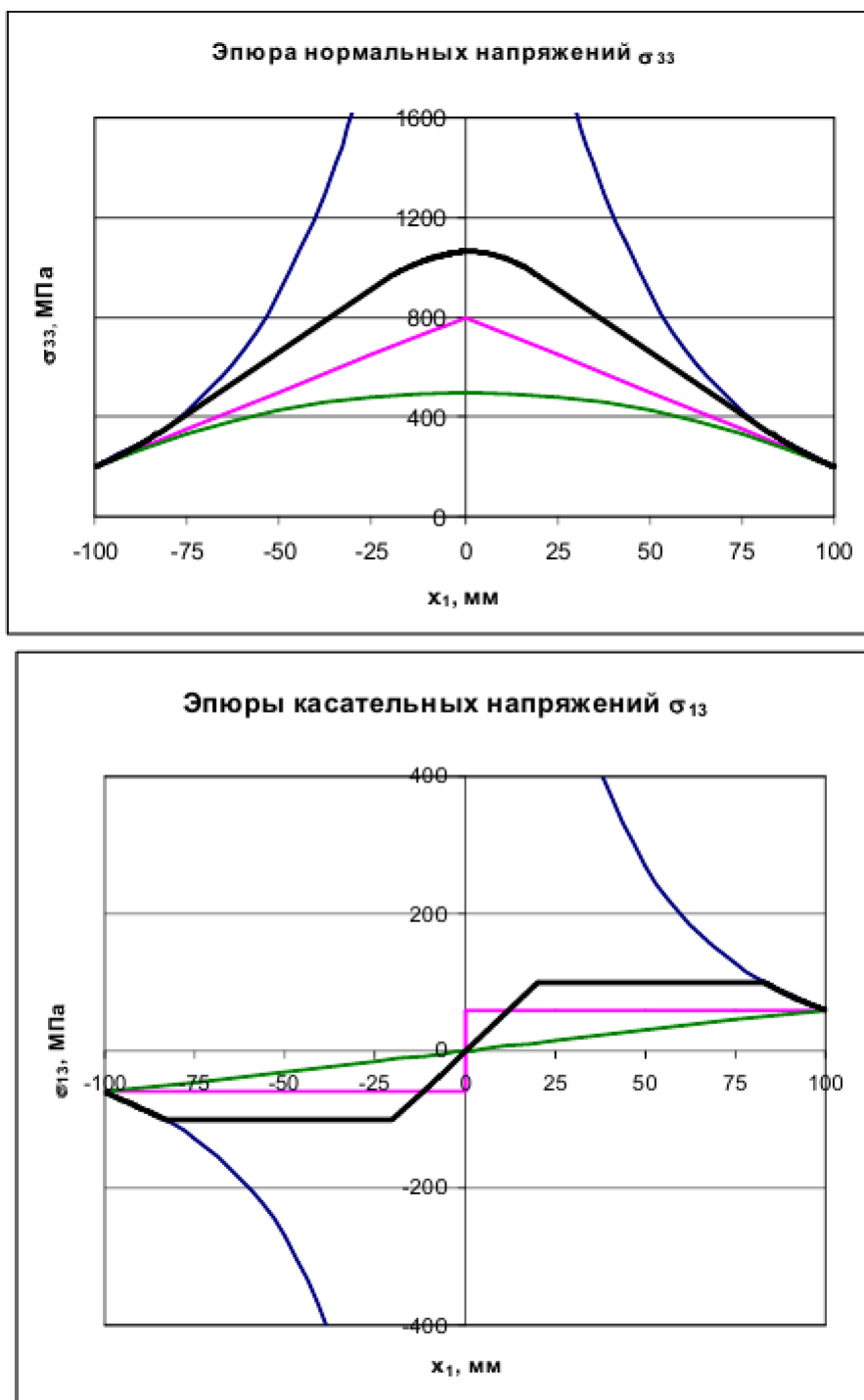


Рисунок А.1 – Эпюры контактных напряжений, построенные по различным законам; жирная линия – результирующая эпюра

## Приложение Б

### Пример расчета сопротивления металла деформации

Для расчёта необходимо воспользоваться методом термомеханических коэффициентов с использованием обобщенных формул П.Л. Клименко.

Рассчитать сопротивление металла деформации при осадке полосы из стали 08кп при температуре  $t = 1100^{\circ}\text{C}$ , скорости деформации  $u = 3 \text{ с}^{-1}$ , степени деформации  $\varepsilon = 30\%$ , массой 10,0 кг.

$$\sigma_T = \sigma_{o.d.} k_t k_\varepsilon k_u \varphi.$$

По таблице 2.1 для стали 08кп находим  $\sigma_{o.d.} = 84,0 \text{ МПа}$ .

По таблице 2.2  $\varphi = 1$ .

По формуле (2.2):

$$k_t = 0,57 + 0,0045 (1200 - 1100) \sqrt{(1200 - 1100) / 1100} = 0,71;$$

по формуле (2.4):

$$k_\varepsilon = 0,82 + 0,082 \sqrt{30} = 1,27;$$

по формуле (2.5):

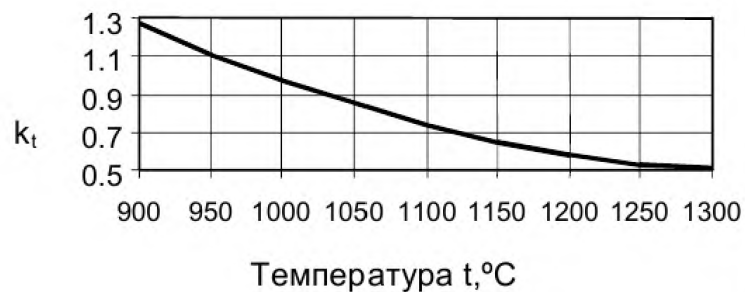
$$k_u = 0,80 + 0,065 \sqrt{3} = 0,91;$$

$$\sigma_T = 84 \times 0,71 \times 1,27 \times 0,91 \times 1 = 68,93 \text{ МПа}.$$

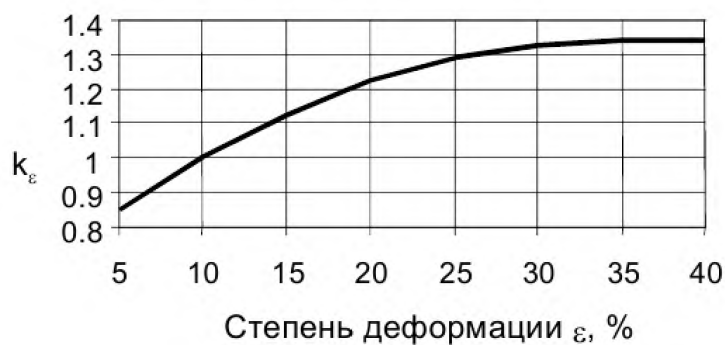
## Приложение В

### Значения термомеханических коэффициентов

Температурный коэффициент  $k_t$   
для стали 45



Степенной коэффициент  $k_\varepsilon$  для стали 45



Скоростной коэффициент  $k_u$  для стали 45

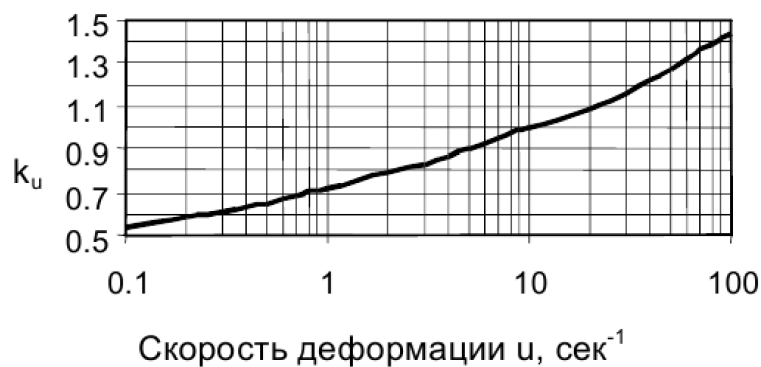
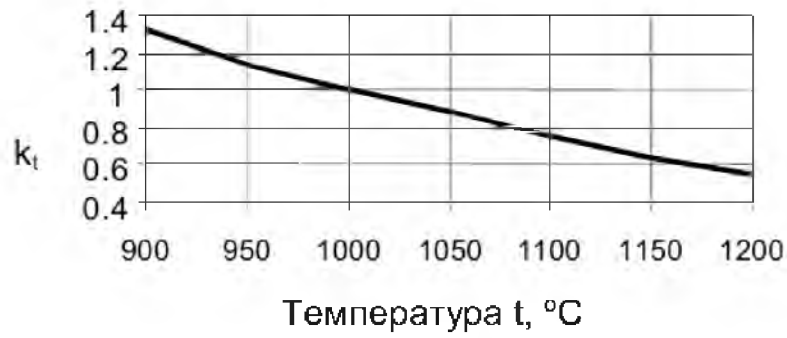
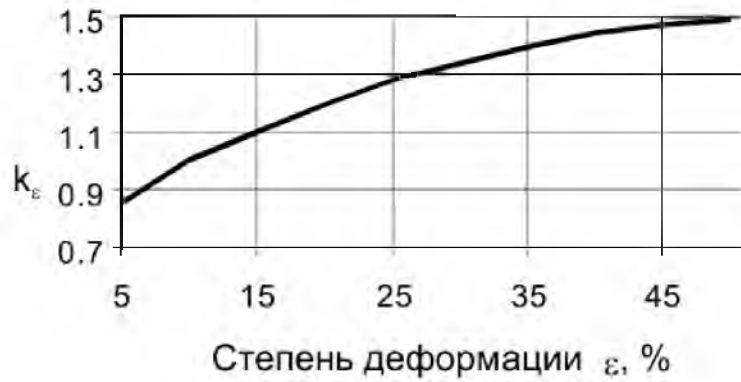


Рисунок В.1 – Термомеханические коэффициенты для стали 45

**Температурный коэффициент  $k_t$   
для стали 40X**



**Степенной коэффициент  $k_\varepsilon$  для стали 40X**

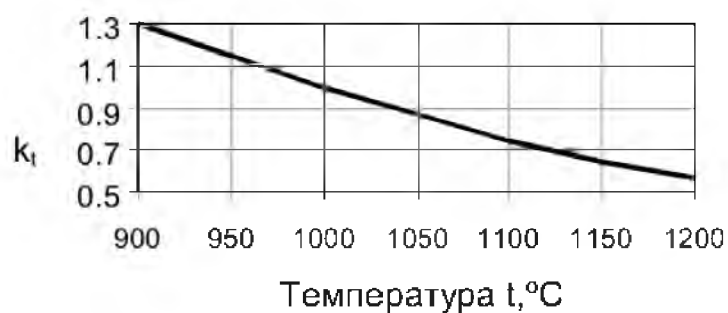


**Скоростной коэффициент  $k_u$  для стали 40X**

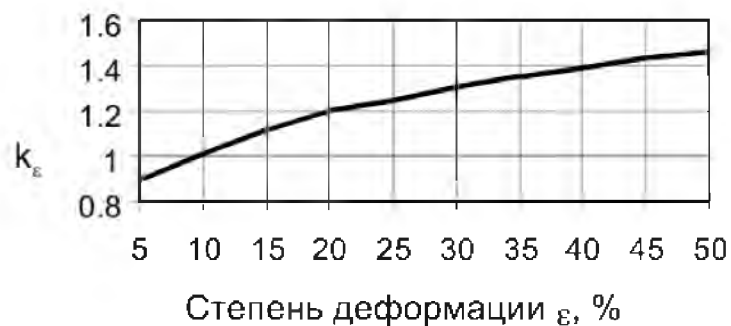


Рисунок В.2 – Термомеханические коэффициенты для стали 40X

**Температурный коэффициент  $k_t$   
для стали P18**



**Степенной коэффициент  $k_\varepsilon$  для стали P18**



**Скоростной коэффициент  $k_u$  для стали P18**

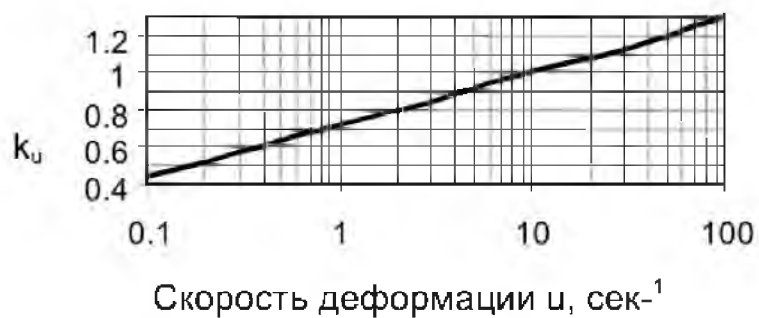
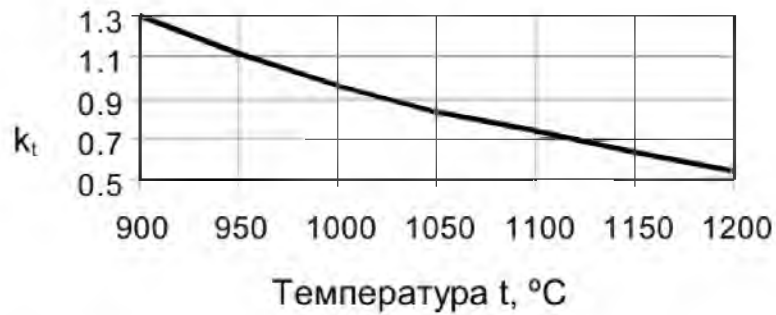


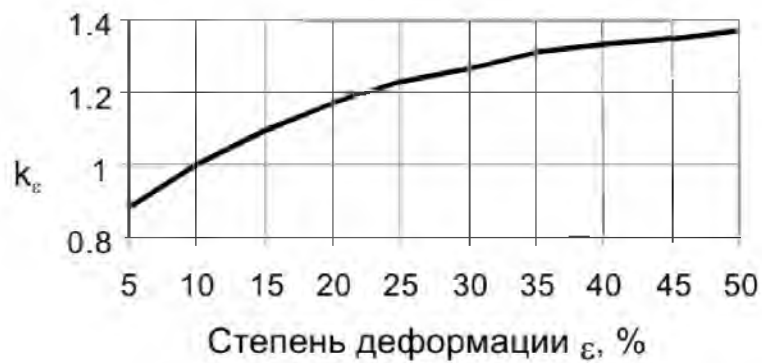
Рисунок В.3 – Термомеханические коэффициенты для стали марки P18



**Температурный коэффициент  $k_t$   
для стали 60С2**



**Степенной коэффициент  $k_\epsilon$  для стали 60С2**



**Скоростной коэффициент  $k_u$  для стали 60С2**

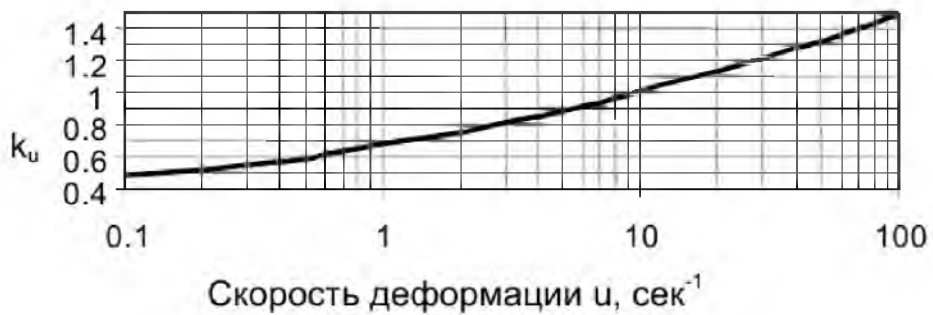
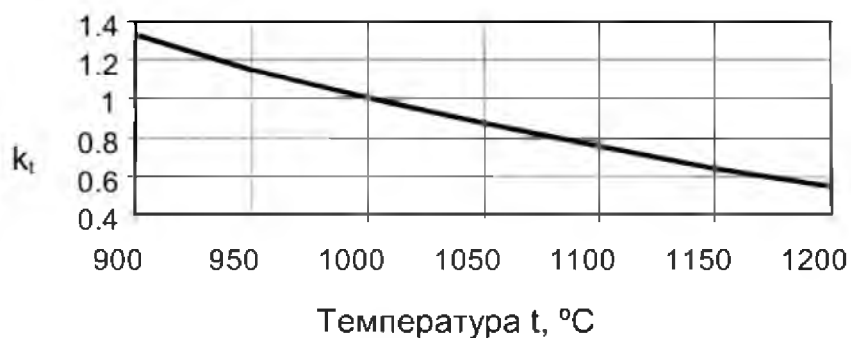
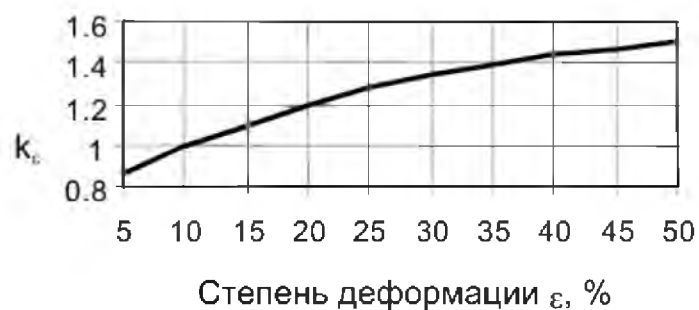


Рисунок В.4 – Термомеханические коэффициенты для стали марки 60С2

**Температурный коэффициент  $k_t$   
для стали ШХ15**



**Степенной коэффициент  $k_\epsilon$  для стали ШХ15**



**Скоростной коэффициент  $k_u$  для стали ШХ15**

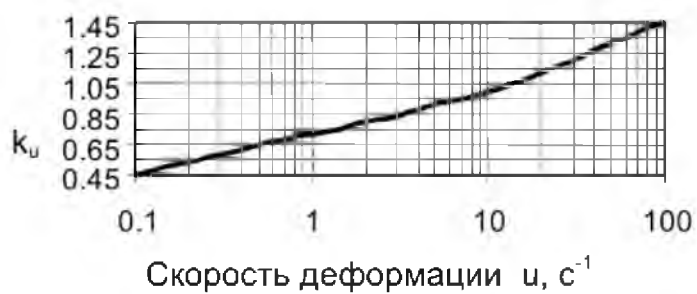
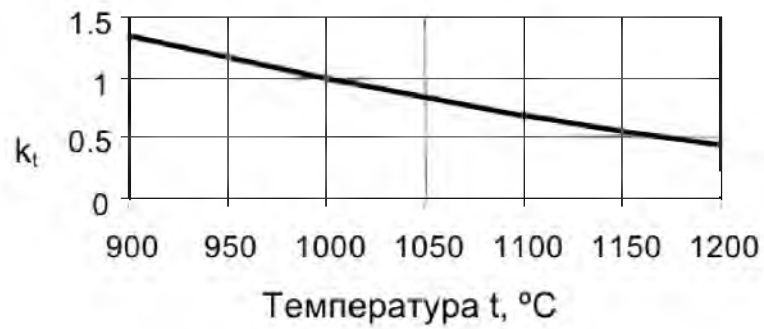
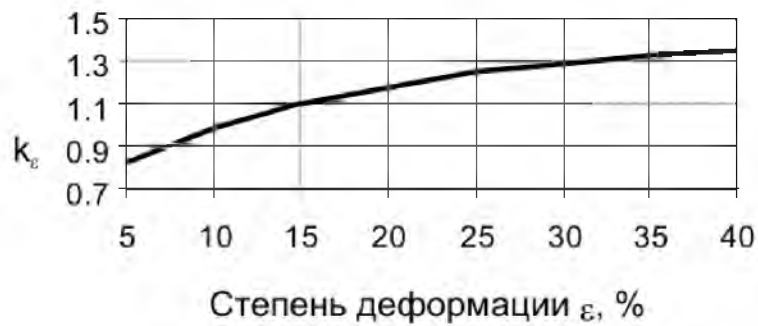


Рисунок В.5 – Термомеханические коэффициенты для стали марки ШХ15

**Температурный коэффициент  $k_t$   
для стали X17H2**



**Степенной коэффициент  $k_\epsilon$  для стали X17H2**



**Скоростной коэффициент  $k_u$   
для стали X17H2**

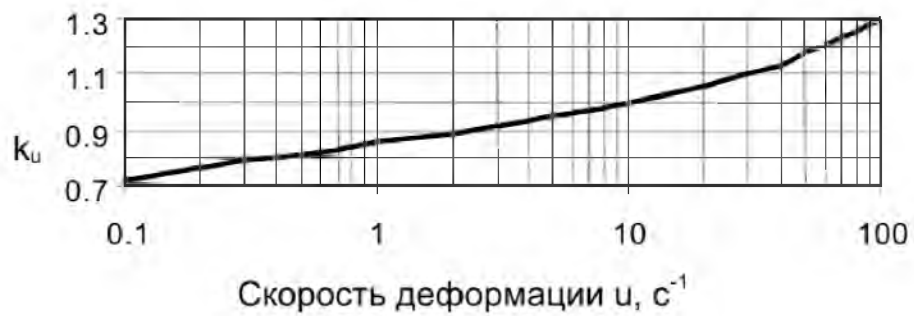


Рисунок В.6 – Термомеханические коэффициенты для стали марки X17H2

ШЕМШУРОВА НИНА ГЕОРГИЕВНА  
ЧИКИШЕВ ДЕНИС НИКОЛАЕВИЧ  
БИРЮКОВА ОЛЕСЯ ДМИТРИЕВНА

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИНЖЕНЕРНОГО МЕТОДА РАСЧЕТА КОНТАКТНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ ОСАДКЕ

Методические указания

по выполнению домашнего задания / контрольной работы по дисциплинам «Теория обработки металлов давлением», «Основы теории обработки металлов давлением» для студентов, обучающихся по направлению подготовки 22.03.02 Metallurgy, Profile – Processing of metals under pressure, all forms of education

Подписано в печать 23.11.2023 г.		
Формат 60x90 $\frac{1}{16}$ Рег. № 256	Печать цифровая Тираж 10 экз.	Уч.-изд.л. 2,25

ФГАОУ ВО

Национальный исследовательский технологический университет «МИСИС»

Новотроицкий филиал

462359, Оренбургская обл., г. Новотроицк, ул. Фрунзе, 8.

E-mail: [nf@misis.ru](mailto:nf@misis.ru)

Контактный тел. 8 (3537) 679729