

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский технологический университет  
«МИСиС»  
Новотроицкий филиал

Кафедра металлургических технологий и оборудования

В.Н.Табельская

**НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ.  
ИНЖЕНЕРНАЯ ГРАФИКА.  
ЧАСТЬ 1**

Методические указания  
по выполнению домашнего задания/контрольной работы  
для студентов очной и заочной форм обучения, обучающихся по  
направлениям 22.03.02 Металлургия, 15.03.02 Технологические машины и обо-  
рудование, 13.03.01 Теплоэнергетика и теплотехника,  
13.03.02 Электроэнергетика и электротехника,  
18.03.01 Химическая технология, 09.03.03 Прикладная информатика

Новотроицк, 2020

**УДК 744**  
**ББК 30.11**  
**Т 12**

**Рецензенты:**

Ведущий специалист АО «Уральская Сталь», к.т.н.,  
**Кузюев Д.П.**

Заместитель директора по УМР НФ НИТУ «МИСиС», доцент, к.п.н.  
**Нефедов А.В.**

**Табельская В.Н. Начертательная геометрия. Инженерная графика. Часть 1.** Методические указания по выполнению домашнего задания / контрольной работы для студентов очной и заочной форм обучения. - Новотроицк, НФ НИТУ «МИСиС», 2020. – 67с.

В методических указаниях подробно освещаются все вопросы, связанные с выполнением домашнего задания / контрольной работы по учебной дисциплине «Начертательная геометрия». Данное пособие помогает в приобретении знаний для решения позиционных и метрических задач с применением способов преобразования чертежа. Приведен порядок выполнения работы, необходимый справочный материал, а также изложены требования к содержанию и объему.

Методические указания предназначены для студентов, обучающихся по направлениям подготовки 22.03.02 Metallургия, 15.03.02 Технологические машины и оборудование, 13.03.01 Теплоэнергетика и теплотехника, 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника, 18.03.01 Химическая технология, 09.03.03 Прикладная информатика, очной и заочной форм обучения.

*Рекомендовано Методическим советом НФ НИТУ «МИСиС»*

© Новотроицкий филиал ФГАОУ ВО  
«Национальный исследовательский техно-  
логический университет «МИСиС»,  
2020 г.

## Содержание

|  |    |
|--|----|
| Введение.....  | 4  |
| 1 Общие методические рекомендации.....   | 5  |
| 2 Состав и объем домашнего задания / контрольной работы.....   | 7  |
| 3 Рекомендации по выполнению разделов домашнего задания /<br>контрольной работы.....                         | 8  |
| 3.1 Задача 1 «Пересечение треугольных пластин».....  | 8  |
| 3.2 Задача 2 «Построение пирамиды».....  | 11 |
| 3.3 Задача 3 «Двугранный угол».....  | 15 |
| 3.4 Задача 4 «Натуральная величина треугольника».....  | 18 |
| 3.5 Задача 5 «Конус с вырезом».....  | 21 |
| 3.6 Задача 6 «Сфера с вырезом».....  | 30 |
| 3.7 Задача 7 «Пересечение многогранников».....   | 36 |
| 3.8 Задача 8 «Пересечение поверхностей вращения».....  | 40 |
| 3.9 Задача 9 «Построение третьего вида по двум данным.<br>Построение наложенного и вынесенного сечения»..... | 47 |
| 3.10 Задача 10 «Аксонметрическое проектирование».....  | 55 |
| Библиографический список.....  | 58 |
| Приложения.....  | 59 |

## Введение

Одним из распространенных методов познания природы, законов ее развития, исследования явлений и процессов, происходящих в природе, а также выявления их главных свойств является моделирование, в котором человек создает физическую или абстрактную (математическую) модель процесса или объекта.

В инженерной практике мы постоянно встречаемся с геометрическими моделями в виде чертежей, которые и являются средством общения людей в их производственной деятельности.

Математическая наука, занимающаяся изучением графических методов отображения пространства, разработкой научных основ построения и исследования геометрических моделей, проецируемых геометрических объектов (точек, линий, поверхностей) и их отображения на плоскости, называется *начертательной геометрией*.

Наряду с этим начертательная геометрия развивает пространственное воображение, что позволяет решать графические задачи из других областей знаний.

Данное пособие направлено на оказание помощи студентам в изучении основ начертательной геометрии, развитии пространственного воображения, приобретении практических навыков для решения графических задач.

Методические указания предназначены для студентов заочной формы обучения, но могут быть рекомендованы студентам всех форм обучения для выполнения контрольных работ, домашнего задания, при подготовке к зачету и экзамену.

Материал расположен последовательно в соответствии с учебной программой. Приведены варианты заданий, подробно рассмотрено решение каждой типовой задачи, приведены теоретические основы, даны указания по оформлению задач контрольной работы.

## 1 Общие методические рекомендации

Домашнее задание / контрольная работа представляют собой эюры (чертежи), выполненные по индивидуальным заданиям.

Задание выдается преподавателем на одном из практических занятий.

Для студентов заочной формы обучения контрольная работа представляется на рецензию в полном объеме. Представление контрольной работы по частям не разрешается. На контрольную работу преподаватель кафедры составляет рецензию, в которой кратко отмечает её достоинства и недостатки. Контрольную работу вместе с рецензией возвращают студенту-заочнику, и она хранится у него до зачета (или экзамена). Пометки преподавателя на чертежах стирать нельзя. Все замечания и указания преподавателя должны быть приняты студентом к исполнению. Если работа не зачтена, преподаватель в рецензии указывает, какую часть контрольной работы необходимо переделать. На повторную рецензию контрольную работу следует сдавать только после исправления всех указанных ошибок и недочетов.

Для студентов очной формы обучения допускается сдавать задачи, представленные в домашнем задании по отдельности.

Контрольные работы представляются на рецензию в сроки, указанные в учебном графике.

Чертежи выполняются на листах чертежной бумаги формата А3 (297х420 мм). На расстоянии 5 мм, а слева 20 мм от края листа выполняется рамка поля чертежа. В правом нижнем углу формата вплотную к рамке помещается основная надпись, размеры и текст которой приведены в приложении Б.

Задания к эюрам приводятся в таблицах по вариантам. Чертежи заданий вычерчиваются в масштабе 1:1 и размещаются в пределах рамки формата.

Все надписи и отдельные обозначения в виде букв и цифр на эюре выполняются стандартным шрифтом размером 3,5 и 5 в соответствии с ГОСТ 2.304-81 «ЕСКД. Шрифты чертежные». Эюры выполняются карандашом с помощью чертежных инструментов. Рекомендуется выполнять работу в следующей последовательности: сначала решите задачу на листе в клетку для того, чтобы затем правильно разместить эюр на формате, далее выполняют построения в тонких линиях и, убедившись в правильности решения задачи, аккуратно обводят чертеж. На точность построений обращают особое внимание. Небрежно выполненные построения приводят к ошибкам в решении задачи и снижают качество чертежа.

При обводке эюра руководствуются ГОСТ 2.303-68 «ЕСКД. Линии». Все видимые контуры обводят сплошной толстой основной линией толщиной  $s = 0,8 \dots 1,0$  мм. Невидимые контуры чертят штриховой линией толщиной  $s/2$ , длина

штрихов выбирается в промежутке от 2 до 8 мм, расстояние между штрихами составляет 1...2 мм. Штриховые линии начинают и заканчивают чертить штрихом. Осевые и центровые линии выполняют толщиной  $s/3$ , при этом размер длинных штрихов выбирается в пределах от 5 до 30 мм, расстояние между длинными штрихами составляет 3...5 мм, короткий горизонтальный штрих располагают в этом промежутке. Начинаются, заканчиваются и пересекаются осевые линии только длинными штрихами. Разомкнутые линии, определяющие на чертеже положение секущей плоскости, чертят линией толщиной до  $1,5s$ , длиной 8...20 мм. Линии уровня обводят сплошной тонкой линией толщиной  $s/2$ , линии связи – сплошной тонкой линией толщиной  $s/3$  мм.

Рекомендуется искомые геометрические объекты обводить цветным карандашом. Все основные вспомогательные построения должны быть сохранены.

Точки на чертеже желательно вычерчивать в виде окружности диаметром 1,5...2,0 мм с помощью циркуля или трафарета. Рекомендуется отдельные видимые элементы геометрических объектов слегка затушевывать, не затемняя линий построений, надписей и отдельных обозначений.

В верхней части листа указывается номер решенной задачи (название задачи указывается в основной надписи), в нижней части, на свободном поле чертежа, приводится таблица с заданными величинами (координатные таблицы).

Титульный лист домашнего задания / контрольной работы должен быть выполнен шрифтом по ГОСТ 2.304-81 «ЕСКД. Шрифты чертежные» по образцу, приведенному в приложении А.

Все эюры (чертежи) сшиваются в альбом в следующем порядке: титульный лист, эюры по порядку, указанному в задании.

## **2 Состав и объем домашнего задания / контрольной работы**

Домашнее задание / контрольная работа включает в себя 10 типовых задач:

1 «Пересечение треугольных пластин».

2 «Построение пирамиды».

3 «Двугранный угол».

4 «Натуральная величина треугольника».

5 «Конус с вырезом».

6 «Сфера с вырезом».

7 «Пересечение многогранников».

8 «Пересечение поверхностей вращения».

9 «Построение третьего вида по двум данным. Построение наложенного и вынесенного сечения».

10 «АксонOMETрическое проецирование».

Решенные задачи компоуются на листах формата А3 в следующем порядке:

Лист 1: Задача 1, 2

Лист 2: Задача 3, 4

Лист 3: Задача 5, 7

Лист 4: Задача 6, 8

Лист 5: Задача 9

Лист 6: Задача 10.

Примеры выполнения листов приведены в приложениях В, Г, Д, Е, Ж, З.

Пример заполнения штампа приведен в приложении Б. Пример выполнения титульного листа приведен в приложении А.

### 3 Рекомендации по выполнению разделов домашнего задания / контрольной работы

#### 3.1 Задача 1 «Пересечение треугольных пластин»

**Задание.** Построить линию пересечения двух непрозрачных пластин и определить видимость их сторон. Видимые части пластин затушевать, для каждой пластины – свой цвет. Координаты вершин треугольников приведены в таблице 1.

Линией пересечения плоскостей является *прямая*, линией пересечения пластин (пластина – ограниченная часть плоскости) – *отрезок*. Положение прямой в пространстве и на чертеже определяется двумя точками, каждую из которых строят как точку пересечения стороны одной пластины с плоскостью другой. Задача решается методом **секущих плоскостей**. Секущие плоскости должны быть *проецирующими*, т.е. перпендикулярны одной из плоскостей проекций. Если секущая плоскость перпендикулярна горизонтальной плоскости проекций, то на эту плоскость проекций ( $P_1$ ) она проецируется в прямую линию и называется *горизонтально-проецирующей*. Если секущая плоскость перпендикулярна фронтальной плоскости проекций, то на эту плоскость проекций ( $P_2$ ) она проецируется в прямую линию и называется *фронтально-проецирующей*. Если секущая плоскость перпендикулярна профильной плоскости проекций, то на эту плоскость проекций ( $P_3$ ) она проецируется в прямую линию и называется *профильно-проецирующей*.

**Решение.** По максимальным координатам  $x$ ,  $y$  и  $z$  определяют поле чертежа пластин и размещают в левой части формата А3. Наносят оси координат. По заданным координатам строят проекции вершин пластин в плоскостях проекций  $P_1$  и  $P_2$ . Тонкими линиями строят проекции треугольников  $ABC$  и  $DEF$ . Линия пересечения плоскостей треугольников проходит через две точки, каждую из которых строят как точку пересечения стороны одного треугольника с плоскостью другого. Для построения такой точки сторону одного треугольника заключают во вспомогательную проецирующую плоскость, строят проекции линии пересечения этой плоскости с плоскостью второго треугольника и определяют точку пересечения построенной линии со стороной первого треугольника. Аналогично строят вторую точку линии пересечения, на которой выделяют отрезок, принадлежащий обоим треугольникам.

Видимость сторон треугольников определяют методом конкурирующих точек.

Видимые участки сторон пластин обводят сплошной толстой основной линией, невидимые участки – штриховой (тонкой) линией. Линию пересечения ре-

комендуется обводить утолщенной линией. Тонкие линии построений, в т.ч. и линии связи, сохраняют.

Пример решения задачи 1 приведен на рисунке 1.

Пусть пересекаются две непрозрачные пластины, одна из которых имеет форму треугольника  $ABC$ , другая – форму четырехугольника  $DEFK$ . Сторону  $EF$  четырехугольника  $DEFK$  заключают во фронтально-проецирующую плоскость  $Q$ . Плоскость  $Q$  пересечет треугольник  $ABC$  по прямой  $(1, 2)$ . Построив вторую проекцию этой прямой на плоскости  $\Pi_1$ , определяют точку пересечения с проекцией прямой  $EF$  на этой же плоскости проекций. Полученная точка  $R_1$  и будет являться горизонтальной проекцией точки пересечения стороны четырехугольника  $EF$  с плоскостью треугольника  $ABC$ . Точку  $R_2$  строят по линии связи в плоскости проекций  $\Pi_2$  как точку, принадлежащую прямой  $EF$ .

Вторую точку линии пересечения двух пластин строят как точку пересечения стороны  $AC$  треугольника  $ABC$  с плоскостью четырехугольника  $DEFK$ . Для этого сторону  $AC$  треугольника  $ABC$  заключают в горизонтально-проецирующую плоскость  $P$ .

Плоскость  $P$  пересекает четырехугольник  $DEFK$  по прямой  $(3, 4)$ . Построив вторую проекцию этой прямой на плоскости проекций  $\Pi_2$ , определяют точку пересечения с проекцией прямой  $AC$  на этой же плоскости проекций.

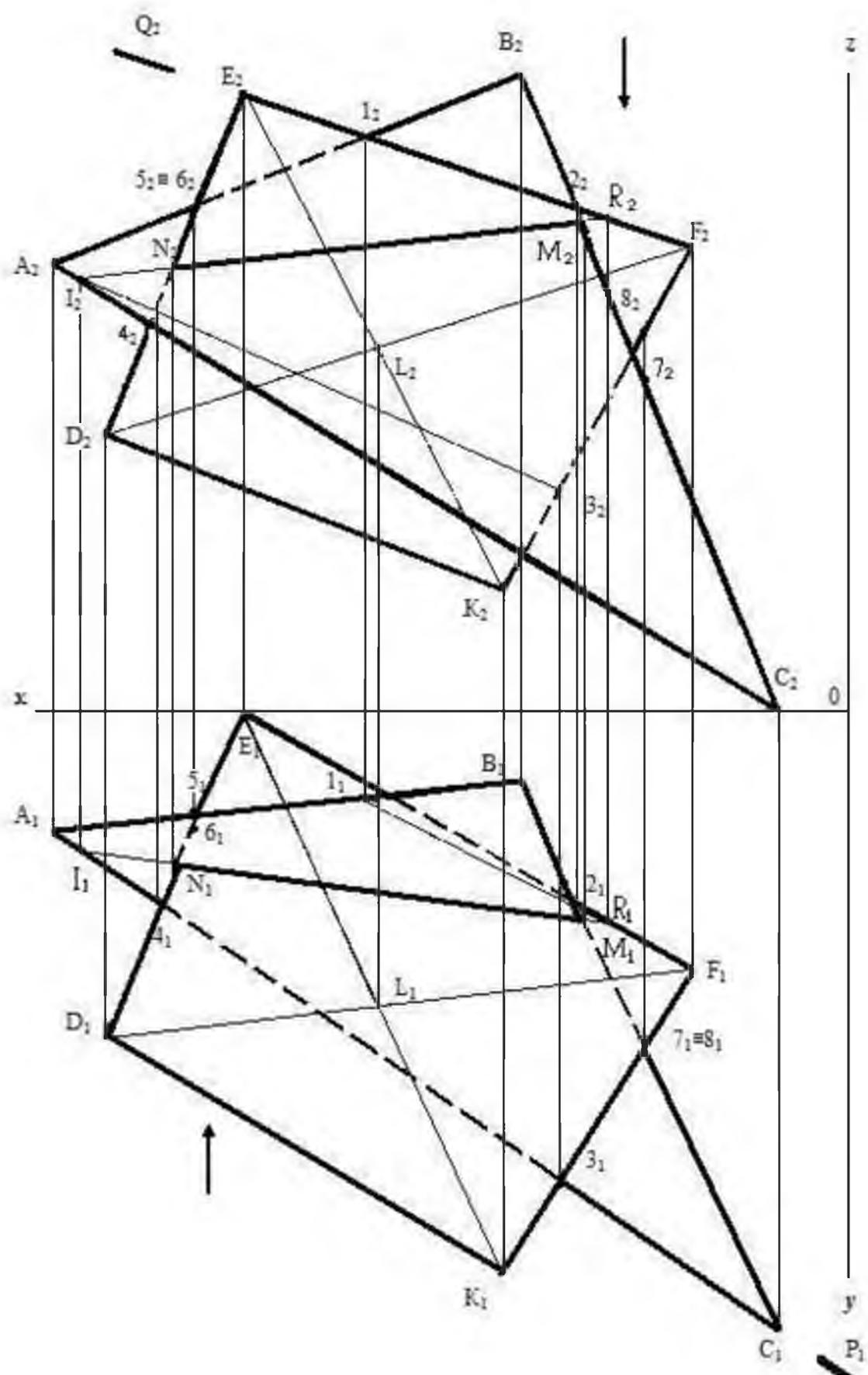


Рисунок 1 – Пример решения задачи 1

Полученная точка  $I_2$  и будет фронтальной проекцией точки пересечения стороны треугольника  $AC$  с плоскостью четырехугольника  $DEFK$ . Точку  $I_1$  строят по линии связи в плоскости проекций  $\Pi_1$  как точку, принадлежащую прямой  $AC$ .

Построив через точки  $R_1$  и  $I_1$ ,  $R_2$  и  $I_2$  прямые, получают проекции линии пересечения плоскостей треугольника  $ABC$  и четырехугольника  $DEFK$ . Для определения проекций линии пересечения заданных пластин на проекциях прямой  $IR$  выделяют проекции отрезка  $MN$ , принадлежащего обеим пластинам.

Для определения видимости сторон пластин используют метод *конкурирующих точек*, который заключается в анализе положения точек, одноименные проекции которых совпадают («конкурирующие точки»). Так, для определения видимости на плоскости проекций  $\Pi_2$  выбирают конкурирующие точки, например 5 и 6. Построив проекции этих точек на плоскости проекций  $\Pi_1$ , определяют их положение по отношению направления взгляда (снизу). Ближе расположена точка  $b_1$ , принадлежащая стороне  $AB$  треугольника  $ABC$ . Следовательно, на плоскости проекций  $\Pi_2$  видимой будет сторона  $AB$  треугольника  $ABC$ . Для определения видимости на плоскости проекций  $\Pi_1$  выбирают конкурирующие точки, например 7 и 8. Построив проекции этих точек на плоскости проекций  $\Pi_2$ , определяют их положение по отношению направления взгляда (сверху). Ближе расположена точка  $\delta_2$ , принадлежащая стороне  $BC$  треугольника  $ABC$ . Следовательно, на плоскости проекций  $\Pi_1$  видимой будет сторона  $BC$  треугольника  $ABC$ .

### 3.2 Задача 2 «Построение пирамиды»

**Задание.** Построить фронтальную и горизонтальную проекции пирамиды, основание которой – треугольник  $ABC$ , а высота – ребро  $SA = 60$  мм. Координаты вершин треугольников даны в таблице 1.

Таблица 1 - Данные к задачам 1 и 2 (координаты в мм)

| Вариант | А   |    |    | В   |     |     | С   |    |    | D   |     |     | E   |     |     | F   |     |     |
|---------|-----|----|----|-----|-----|-----|-----|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
|         | x   | y  | z  | x   | y   | z   | x   | y  | z  | x   | y   | z   | x   | y   | z   | x   | y   | z   |
| 1       | 20  | 50 | 10 | 83  | 120 | 80  | 135 | 58 | 50 | 68  | 30  | 85  | 0   | 120 | 35  | 120 | 90  | 0   |
| 2       | 135 | 50 | 80 | 85  | 80  | 25  | 20  | 10 | 90 | 110 | 80  | 5   | 80  | 20  | 90  | 10  | 80  | 60  |
| 3       | 135 | 80 | 50 | 83  | 25  | 80  | 20  | 90 | 10 | 68  | 110 | 85  | 125 | 55  | 25  | 0   | 90  | 10  |
| 4       | 50  | 80 | 25 | 120 | 8   | 85  | 0   | 50 | 80 | 70  | 85  | 110 | 135 | 35  | 20  | 15  | 0   | 52  |
| 5       | 0   | 50 | 80 | 50  | 80  | 25  | 120 | 10 | 88 | 135 | 35  | 20  | 18  | 0   | 53  | 70  | 85  | 110 |
| 6       | 115 | 8  | 75 | 50  | 105 | 23  | 0   | 50 | 85 | 35  | 50  | 55  | 80  | 85  | 105 | 100 | 0   | 45  |
| 7       | 130 | 50 | 80 | 85  | 80  | 25  | 15  | 10 | 90 | 0   | 30  | 15  | 75  | 85  | 110 | 120 | 0   | 50  |
| 8       | 0   | 80 | 45 | 50  | 25  | 80  | 115 | 90 | 9  | 10  | 50  | 0   | 65  | 105 | 80  | 130 | 20  | 35  |
| 9       | 25  | 50 | 20 | 65  | 115 | 130 | 145 | 20 | 55 | 85  | 130 | 0   | 165 | 115 | 20  | 35  | 0   | 148 |
| 10      | 20  | 65 | 28 | 165 | 120 | 120 | 125 | 0  | 8  | 55  | 120 | 28  | 170 | 45  | 100 | 35  | 45  | 100 |
| 11      | 130 | 40 | 60 | 90  | 90  | 90  | 20  | 30 | 20 | 70  | 20  | 95  | 0   | 100 | 60  | 140 | 65  | 25  |
| 12      | 125 | 90 | 10 | 0   | 85  | 50  | 55  | 20 | 80 | 120 | 60  | 50  | 20  | 30  | 70  | 65  | 105 | 15  |
| 13      | 135 | 45 | 50 | 80  | 80  | 115 | 20  | 10 | 40 | 120 | 0   | 95  | 65  | 85  | 20  | 25  | 45  | 85  |
| 14      | 0   | 55 | 40 | 50  | 110 | 0   | 120 | 40 | 75 | 10  | 80  | 60  | 80  | 20  | 90  | 110 | 80  | 5   |
| 15      | 20  | 12 | 90 | 85  | 80  | 23  | 135 | 50 | 85 | 70  | 85  | 110 | 0   | 35  | 20  | 120 | 0   | 52  |
| 16      | 0   | 50 | 85 | 50  | 105 | 25  | 115 | 8  | 75 | 110 | 65  | 55  | 55  | 0   | 115 | 15  | 70  | 40  |
| 17      | 115 | 90 | 10 | 52  | 25  | 80  | 0   | 80 | 45 | 65  | 105 | 80  | 130 | 20  | 35  | 10  | 50  | 0   |
| 18      | 120 | 40 | 75 | 5   | 50  | 0   | 0   | 55 | 40 | 125 | 20  | 55  | 20  | 10  | 40  | 75  | 110 | 110 |
| 19      | 15  | 10 | 90 | 85  | 80  | 25  | 130 | 50 | 80 | 75  | 85  | 110 | 0   | 30  | 15  | 120 | 0   | 50  |
| 20      | 120 | 10 | 88 | 52  | 80  | 25  | 0   | 50 | 83 | 70  | 85  | 110 | 135 | 35  | 20  | 15  | 0   | 53  |
| 21      | 5   | 50 | 40 | 50  | 105 | 5   | 120 | 40 | 70 | 10  | 80  | 60  | 80  | 20  | 85  | 110 | 80  | 5   |
| 22      | 125 | 40 | 60 | 85  | 90  | 85  | 20  | 25 | 20 | 70  | 20  | 90  | 0   | 100 | 60  | 130 | 60  | 20  |
| 23      | 115 | 10 | 80 | 50  | 100 | 25  | 0   | 50 | 80 | 30  | 50  | 50  | 85  | 80  | 110 | 95  | 0   | 50  |
| 24      | 110 | 5  | 75 | 45  | 95  | 20  | 0   | 45 | 75 | 35  | 55  | 55  | 90  | 85  | 110 | 100 | 5   | 55  |

По условию задачи вершина пирамиды  $S$  принадлежит ее высоте и отстоит от вершины основания, точки  $A$ , на 60 мм. Высота пирамиды – это перпендикуляр к основанию, опущенный из ее вершины.

Таким образом решение задачи сводится к построению перпендикуляра к плоскости треугольника  $ABC$  и определению его натуральной величины.

*Прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна двум пересекающимся прямым, принадлежащим этой плоскости.* Для решения задачи удобно, чтобы этими прямыми были *главные линии* плоскости.

К главным линиям плоскости относятся линии, принадлежащие заданной плоскости и параллельные одной из основных плоскостей проекций – *горизонталь*, *фронталь* и *профильная прямая*.

По свойству ортогонального проецирования *прямой угол проецируется без искажения на ту плоскость проекций, которой параллельна одна из его сторон.*

Учитывая свойство ортогонального проецирования прямого угла, одноименные проекции перпендикуляра к плоскости перпендикулярны одноименным проекциям названных выше главных линий плоскости. **Т.о.** *горизонтальная проекция перпендикуляра к плоскости перпендикулярна горизонтальной проекции горизонтали, фронтальная – перпендикулярна фронтальной проекции фронтали.*

*Горизонталь* – прямая, принадлежащая заданной плоскости и параллельная плоскости проекций  $\Pi_1$ . Горизонталей в плоскости можно построить множество. Поскольку *прямая принадлежит плоскости, если две ее точки принадлежат данной плоскости*, то при построении проекций горизонтали, решая данную задачу, можно воспользоваться одной из вершин треугольника  $ABC$ . Вторую точку прямой получают на пересечении ее с одной из сторон заданного треугольника.

**Решение.** По максимальным координатам  $x$ ,  $y$  и  $z$  определяют поле чертежа основания пирамиды – треугольника  $ABC$  и размещают в правой части формата А3. Наносят оси координат. По заданным координатам строят проекции вершин треугольника  $ABC$  в плоскостях проекций  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$ .

Пример решения задачи 2 приведен на рисунке 2.

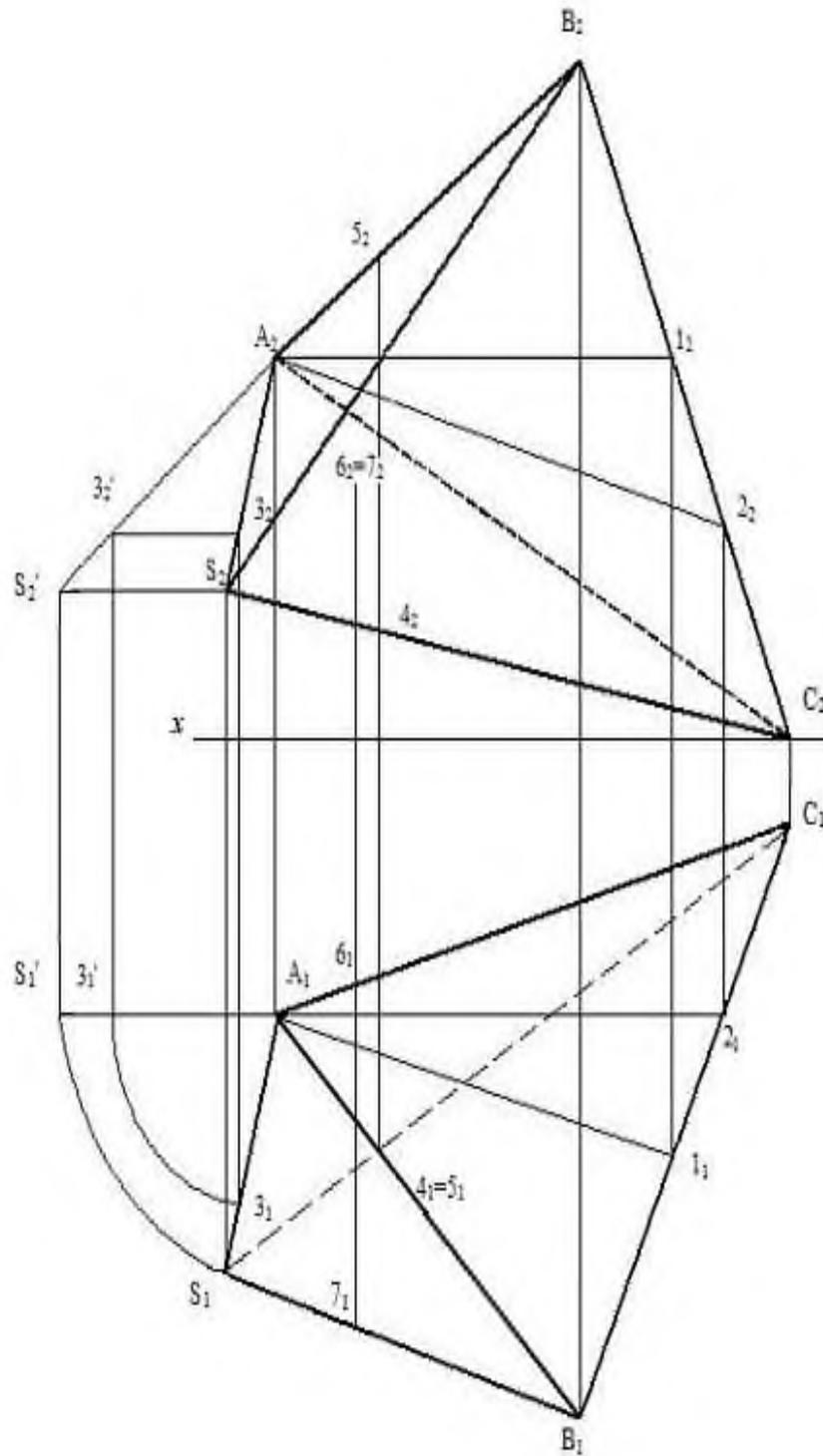


Рисунок 2 – Пример решения задачи 2

В плоскости  $\Pi_2$  строят прямую  $(A_2, I_2)$ , фронтальную проекцию горизонтали, параллельно оси  $Ox$ . В плоскости  $\Pi_1$  строят горизонтальную проекцию горизонтали – прямую  $(A_1, I_1)$  (по двум точкам). Из вершины  $A_1$  проводят перпендикуляр к прямой  $(A_1, I_1)$ . Т.о. будет построена горизонтальная проекция высоты пирамиды.

В плоскости  $\Pi_1$  строят прямую  $(A_1, 2_1)$ , горизонтальную проекцию фронтали, параллельно оси  $Ox$ . В плоскости  $\Pi_2$  строят фронтальную проекцию фронтали – прямую  $(A_2, 2_2)$  (по двум точкам). Из вершины  $A_2$  проводят перпендикуляр к прямой  $(A_2, 2_2)$ . Т.о. будет построена фронтальная проекция высоты пирамиды.

По положению проекций высоты на эпюре определяем, что она занимает в пространстве *общее положение* и, следовательно, ни на одну плоскость проекций в натуральную величину не проецируется. *Отрезок прямой проецируется в натуральную величину только на плоскость, которой он параллелен.* Чтобы построить высоту длиной 60 мм (по условию задачи), необходимо ее привести в положение *линии уровня*, т.е. в положение параллельное одной из плоскостей проекций.

Это действие можно выполнить, решая задачу **методом вращения**. На горизонтальной проекции высоты берут произвольную точку  $3$ . Прямую  $(A, 3)$  поворачивают вокруг оси вращения, проходящую через точку  $A$  и перпендикулярную горизонтальной плоскости

проекций, до положения *фронтальной прямой* (линии, параллельной фронтальной плоскости проекций). При этом на эпюре горизонтальная проекция точки  $3$  переместится по окружности в точку  $3_1'$ , и горизонтальная проекция высоты займет положение параллельно оси  $Ox$ . Фронтальная проекция точки  $3$  переместится параллельно оси  $Ox$  в сторону вращения в точку  $3_2'$ . Прямая  $(A_2, 3_2')$  – натуральная величина высоты пирамиды. От точки  $A_2$  по этой прямой откладывают заданную длину высоты и определяют положение точки  $S_2'$ . Затем по линиям связи строят проекции вершины  $S$  – точки  $S_2$  и  $S_1$ .

Далее достраивают боковые ребра и определяют видимость ребер пирамиды методом конкурирующих точек.

### 3.3 Задача 3 «Двугранный угол»

**Задание.** Построить фронтальную и горизонтальную проекции двугранного угла, гранями которого являются треугольники  $ABC$  и  $ACD$ . Определить величину угла при ребре  $AC$ . Построить проекции прямой  $m$ , удаленной от граней заданного угла на расстояние 15 мм. Координаты вершин треугольников даны в таблице 2.

Чтобы определить натуральную величину двугранного угла необходимо заданный угол привести в положение, при котором грани угла спроецируются в отрезки, при этом общее ребро  $AC$  спроецируется в точку. Таким образом решение задачи сводится к *приведению ребра  $AC$  в проецирующее положение.*

Задача решается методом **перемены плоскостей проекций**. Данный способ решения метрических задач относится к *способам преобразования чертежа.*

Задачи решаются легче, если заданный геометрический объект (отрезок прямой, плоскость) находится в частном положении.

Сущность способа перемены плоскостей проекций заключается в следующем: положение в пространстве заданного геометрического объекта остается неизменным, а заменяют одну или, если необходимо по условию задачи, последовательно две плоскости проекций.

**Решение.** По максимальным координатам  $x$ ,  $y$  и  $z$  определяют поле чертежа треугольников  $ABC$  и  $ACD$  и размещают в левой верхней части формата А3. Наносят оси координат. По заданным координатам строят проекции вершин треугольников в плоскостях проекций  $P_1$  и  $P_2$ .

Пример решения задачи 3 приведен на рисунке 3.

Вводят новую плоскость  $P_4$  перпендикулярно плоскости проекций  $P_1$ , и общее ребро  $AC$  должно быть параллельно этой плоскости. Образовалась новая система плоскостей проекций  $P_1 / P_4$ . Т.о. произошла замена плоскости  $P_2$  на плоскость  $P_4$ , на пересечении этих плоскостей проекций образовалась ось  $Ox_1$ . Чтобы построить проекцию вершины треугольника на плоскости  $P_4$ , необходимо по линии связи данной вершины, проведенной в новой системе плоскостей проекций, от оси проекций  $Ox_1$  отложить расстояние с замененной плоскости, т.е. расстояние от оси  $Ox$  до проекции данной вершины в плоскости проекций  $P_2$ . Спроецировав таким образом на плоскость  $P_4$  двугранный угол, построили *натуральную величину общего ребра* – отрезок  $A_4 C_4$  (*в натуральную величину отрезок прямой проецируется на плоскость, которой он параллелен*).

Чтобы привести двугранный угол в проецирующее положение (общее ребро  $AC$  спроецировано в точку, а грани угла, заданные треугольниками, в отрезки) необходимо произвести вторую перемену плоскостей проекций. Вводят плоскость  $P_5$  перпендикулярно плоскости  $P_4$ , и общее ребро  $AC$  должно быть перпендикулярно этой плоскости. Образовалась новая система плоскостей проекций  $P_4 / P_5$ . Т.о. произошла замена плоскости  $P_1$  на плоскость  $P_5$ , на пересечении этих плоскостей проекций образовалась ось  $Ox_2$ . Чтобы построить проекцию вершины треугольника на плоскости  $P_5$ , необходимо по линии связи данной вершины, проведенной в новой системе плоскостей проекций, от оси проекций  $Ox_2$  отложить расстояние с замененной плоскости, т.е. расстояние от оси  $Ox_1$  до проекции данной вершины в плоскости проекций  $P_1$ . Спроецировав таким образом на плоскость  $P_5$  двугранный угол, построили его *натуральную величину*. Величину двугранного угла  $ABCD$  измеряют транспортиром и указывают на эюре.

Далее по условию задачи необходимо построить проекции прямой  $m$ , параллельной общему ребру  $AC$  и удаленной от граней угла на 15 мм.

*Если прямые параллельны, то их одноименные проекции попарно параллельны.*

На плоскость  $\Pi_5$  ребро  $AC$  спроецировалось в точку, следовательно, по признаку параллельности прямых, прямая  $m$  также спроецируется на эту плоскость проекций в точку.

Строят точку, равноудаленную от сторон угла  $B_5A_5C_5D_5$ . Это и будет проекция прямой  $m_5$ . Проекцию прямой  $m_4$  строят, проведя в плоскость  $\Pi_4$  линию связи от точки  $m_5$ . На прямой  $m_4$  берут произвольную точку  $N_4$  и, путем построения проекций этой точки на плоскостях  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$ , строят проекции прямой  $m_1$  и  $m_2$ . Видимость граней угла и прямой  $m$  определяют методом конкурирующих точек.

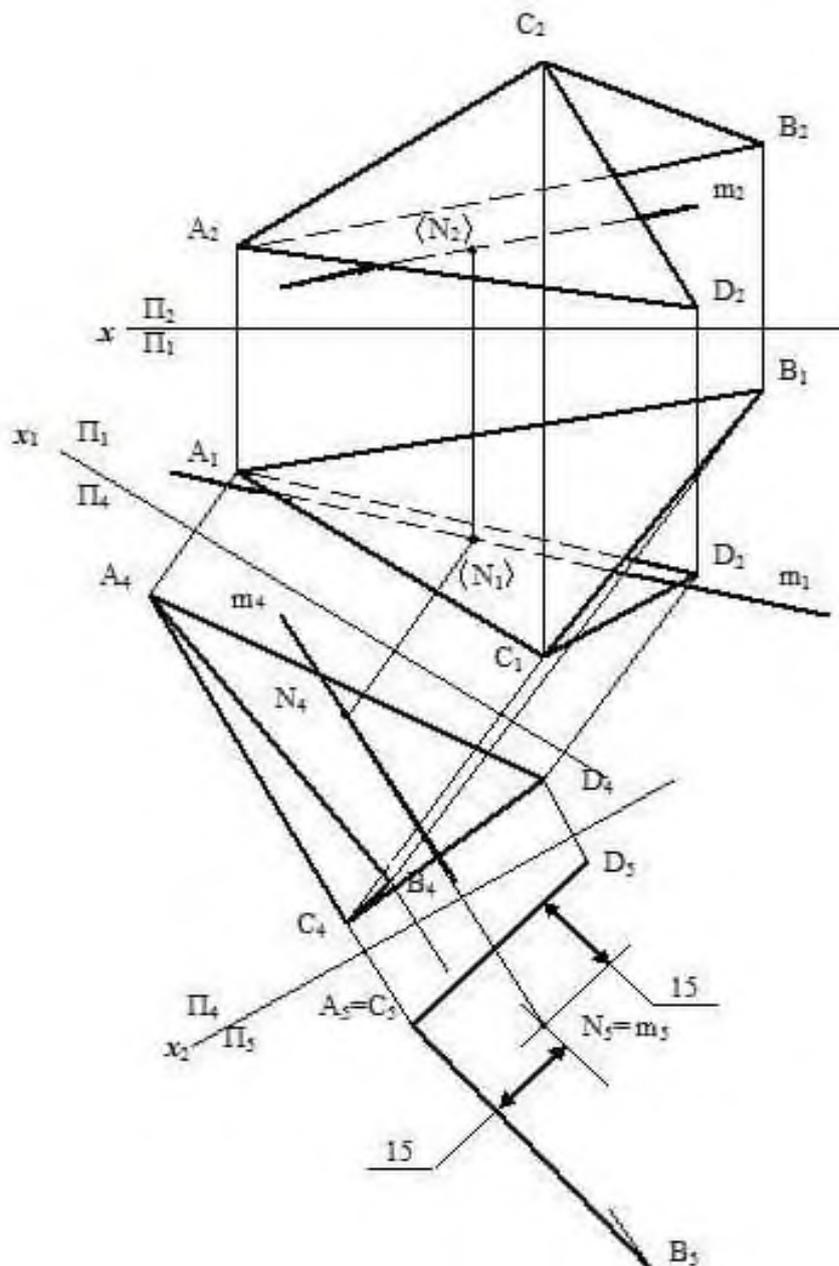


Рисунок 3 – Пример решения задачи

Таблица 2 – Данные к задачам 3 и 4 (координаты, мм)

| Вариант | А   |    |    | В   |    |    | С   |    |    | D  |    |    |
|---------|-----|----|----|-----|----|----|-----|----|----|----|----|----|
|         | x   | y  | z  | x   | y  | z  | x   | y  | z  | x  | y  | z  |
| 1       | 55  | 30 | 64 | 6   | 54 | 18 | 84  | 24 | 6  | 84 | 71 | 59 |
| 2       | 18  | 24 | 30 | 72  | 60 | 12 | 102 | 0  | 72 | 42 | 66 | 60 |
| 3       | 72  | 6  | 66 | 108 | 72 | 45 | 42  | 44 | 0  | 55 | 66 | 50 |
| 4       | 102 | 24 | 30 | 48  | 60 | 12 | 18  | 0  | 72 | 78 | 66 | 60 |
| 5       | 55  | 22 | 72 | 6   | 6  | 24 | 78  | 78 | 57 | 40 | 65 | 65 |
| 6       | 55  | 6  | 66 | 6   | 66 | 12 | 84  | 30 | 0  | 84 | 50 | 43 |
| 7       | 102 | 12 | 24 | 48  | 12 | 60 | 22  | 72 | 0  | 90 | 55 | 60 |
| 8       | 60  | 77 | 35 | 10  | 29 | 11 | 83  | 35 | 89 | 40 | 75 | 70 |
| 9       | 35  | 39 | 17 | 77  | 65 | 17 | 107 | 5  | 77 | 35 | 65 | 60 |
| 10      | 19  | 30 | 24 | 72  | 12 | 80 | 102 | 70 | 0  | 42 | 80 | 6  |
| 11      | 18  | 66 | 40 | 55  | 12 | 72 | 96  | 30 | 18 | 84 | 56 | 66 |
| 12      | 96  | 38 | 18 | 48  | 6  | 78 | 12  | 60 | 48 | 68 | 62 | 62 |
| 13      | 18  | 40 | 14 | 65  | 10 | 74 | 102 | 64 | 44 | 38 | 76 | 68 |
| 14      | 30  | 34 | 12 | 72  | 60 | 12 | 102 | 0  | 72 | 30 | 60 | 55 |
| 15      | 40  | 68 | 16 | 90  | 30 | 70 | 0   | 10 | 45 | 17 | 66 | 80 |
| 16      | 55  | 72 | 30 | 5   | 24 | 6  | 78  | 30 | 84 | 35 | 70 | 65 |
| 17      | 18  | 36 | 18 | 66  | 6  | 78 | 102 | 60 | 48 | 38 | 72 | 72 |
| 18      | 96  | 36 | 72 | 72  | 12 | 24 | 30  | 78 | 48 | 96 | 60 | 40 |
| 19      | 55  | 6  | 66 | 102 | 60 | 12 | 24  | 30 | 0  | 30 | 60 | 55 |
| 20      | 102 | 34 | 12 | 48  | 60 | 12 | 18  | 0  | 72 | 90 | 60 | 55 |
| 21      | 100 | 36 | 15 | 50  | 65 | 10 | 20  | 0  | 70 | 90 | 55 | 60 |
| 22      | 95  | 35 | 70 | 70  | 15 | 25 | 30  | 80 | 50 | 40 | 70 | 70 |
| 23      | 20  | 35 | 20 | 70  | 10 | 80 | 100 | 60 | 50 | 40 | 70 | 70 |
| 24      | 20  | 40 | 15 | 65  | 10 | 75 | 100 | 65 | 45 | 40 | 75 | 70 |

### 3.4 Задача 4 «Натуральная величина треугольника»

**Задание.** Определить натуральную величину треугольника  $ABC$ . Построить проекции точки  $K$  в плоскости треугольника  $ABC$  вне его контура на расстоянии  $n$  от вершин  $A$  и  $C$ :  $n = 0,5 AC + 10$  мм. Данные к задаче приведены таблице 2.

Задачу решают методом **плоско-параллельного перемещения**. Данный метод решения относится к способам преобразования чертежа. Не изменяя форму и размеры плоской фигуры приводят ее в определенное положение в пр

странстве путем поворота и перемещения. При этом система плоскостей проекций не изменяется. В натуральную величину плоская фигура проецируется только на параллельную ей плоскость проекций. Такое положение называют положением плоскости уровня.

*Плоскостью уровня* называют плоскость, параллельную одной из плоскостей проекций. Если заданная плоскость параллельна плоскости проекций  $\Pi_1$ , то она является *горизонтальной плоскостью*, если параллельна  $\Pi_2$ , то ее называют *фронтальной плоскостью*, если параллельна  $\Pi_3$ , то ее называют *профильной плоскостью*.

Т.к. плоская фигура является ограниченной частью плоскости, то все признаки и свойства, относящиеся к плоскости, верны и в отношении и плоской фигуры.

Чтобы фигуру привести в положение плоскости уровня необходимо ее сначала привести в *проецирующее* положение.

*Проецирующей* называют плоскость, перпендикулярную одной из основных плоскостей проекций. Если заданная плоскость перпендикулярна плоскости проекций  $\Pi_1$ , то она является *горизонтально-проецирующей плоскостью*, если перпендикулярна  $\Pi_2$ , то ее называют *фронтально-проецирующей плоскостью*, если перпендикулярна  $\Pi_3$ , то ее называют *профильно-проецирующей плоскостью*.

Если заданная плоскость перпендикулярна плоскости проекций, то на эту плоскость она проецируется в *прямую линию*. Плоская фигура, являясь ограниченной частью плоскости, проецируется на плоскость проекций, которой она перпендикулярна, в *отрезок прямой*.

**Решение.** Для решения задачи 4 можно воспользоваться начерченными в задаче 3 проекциями треугольника  $ABC$

Чертеж преобразовывают дважды: сначала треугольник  $ABC$  приводят в проецирующее положение, а затем в положение плоскости уровня.

Пример решения задачи 4 приведен на рисунке 4.

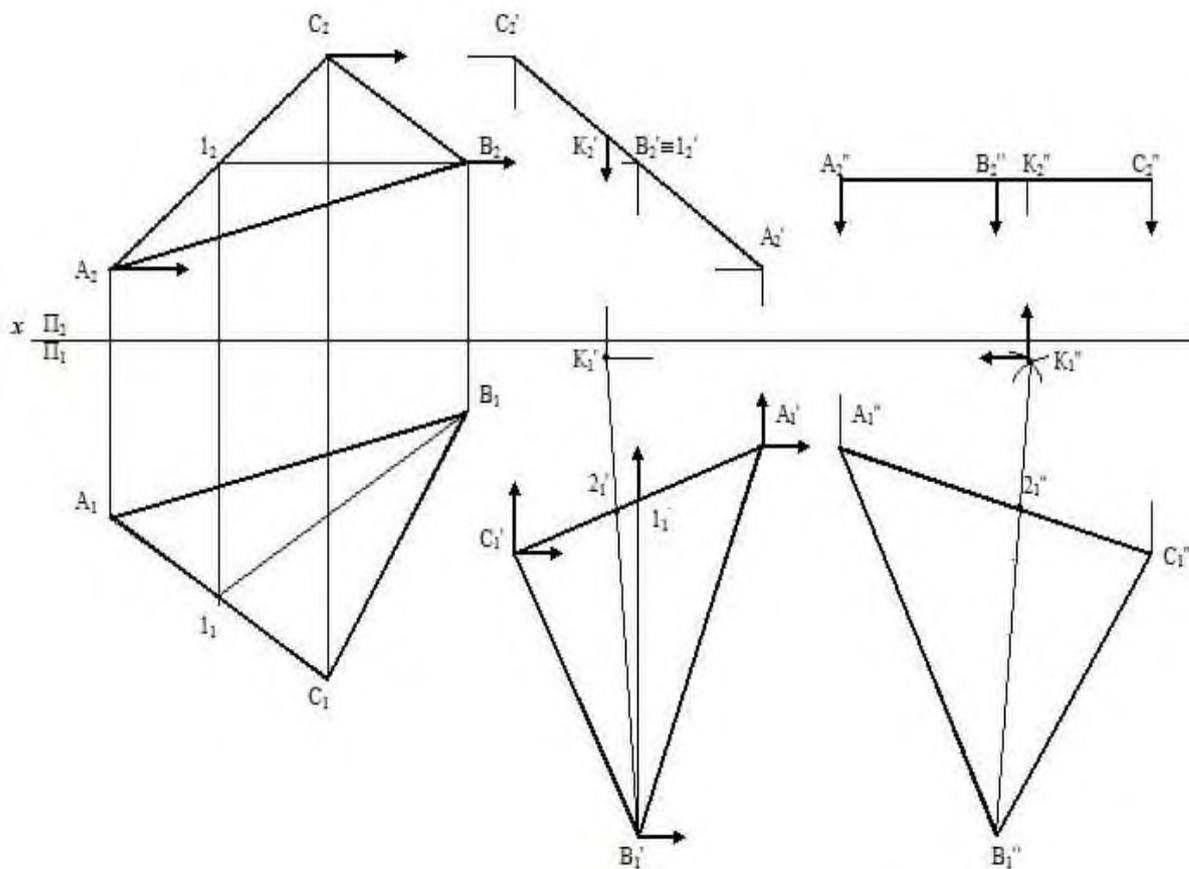


Рисунок 4 – Пример построения задачи 4

Во фронтально-проецирующее положение треугольник приводят с помощью главной линии плоскости - *горизонтали*.

*Горизонталь* – это линия, принадлежащая плоскости и параллельная горизонтальной плоскости проекций. Если треугольник в пространстве расположить так, чтобы горизонталь стала перпендикулярна фронтальной плоскости проекций, то и треугольник будет перпендикулярен этой плоскости проекций.

На эюре чертят проекции горизонтали  $(B, l)$ , воспользовавшись одной из вершин треугольника. В плоскости проекций  $\Pi_2$  проекция горизонтали параллельна оси  $Ox$ , в плоскости проекций  $\Pi_1$  проекцию горизонтали строят по двум точкам (две точки определяют положение прямой; если точка принадлежит прямой, то проекции точки будут принадлежать одноименным проекциям прямой).

Первый поворот и перемещение треугольника производят таким образом, чтобы горизонталь  $(B, l)$  стала перпендикулярна фронтальной плоскости проекций. На эюре перемещают горизонтальную проекцию треугольника  $ABC$  в плоскости  $\Pi_1$ , переместив сначала горизонтальную проекцию горизонтали, прямой  $(B_1, l_1)$  в положение, перпендикулярное оси  $Ox$ . Повернутую (не перевернутую) и перемещенную проекцию треугольника  $A_1'B_1'C_1'$  дочерчивают с помощью

циркуля (форма и размеры треугольника не должны измениться). В плоскости проекций  $P_2$  строят, восстановив линии связи, фронтальную проекцию перемещенного треугольника – отрезок  $A_2'C_2'$ .

Второй поворот и перемещение треугольника производят так, чтобы отрезок  $A_2''C_2''$ , его фронтальная проекция, стал параллелен оси проекций  $Ox$ . Восстановив линии связи, в горизонтальной плоскости проекций строят натуральную величину заданного треугольника. Треугольник  $A_2''B_2''C_2''$  – натуральная величина треугольника  $ABC$ .

Измерив длину стороны  $A_2''C_2''$ , по формуле, приведенной в задании определяют расстояние от вершин  $A$  и  $C$  до точки  $K$  и строят проекцию точки  $K_2''$ . Затем поочередно выстраивают проекции этой точки.

*Если точка принадлежит плоскости, то ее проекции принадлежат одноименным проекциям плоскости.*

*Точка принадлежит плоскости, если она принадлежит прямой, лежащей в этой плоскости. Прямая принадлежит плоскости, если две ее точки принадлежат этой плоскости.*

### 3.5 Задача 5 «Конус с вырезом»

**Задание.** Построить круговой конус со сквозным поперечным вырезом (окном) призматической формы в трех проекциях. Диаметр основания конуса 90 мм, высота 100 мм. Данные к задаче 5 приведены в таблице 3.

В начертательной геометрии поверхность рассматривают как множество последовательных положений движущейся линии или другой поверхности в пространстве. Линию (поверхность), перемещающуюся в пространстве и образующую поверхность, называют *образующей*. Образующие могут быть прямыми и кривыми.

Одна и та же поверхность в ряде случаев может рассматриваться как образованная движением различных образующих.

Образующие поверхность кривые могут быть постоянными и переменными, например закономерно изменяющимися. Образующая поверхности в процессе движения может изменять свою форму и геометрические размеры.

При изображении поверхности на чертеже показывают лишь некоторые из множества положений образующей.

Поверхности можно разбить на классы:

- линейчатые: линейчатые поверхности с одной направляющей (коническая, цилиндрическая, с ребром возврата, торс), линейчатые поверхности с двумя направляющими (цилиндроиd, коноид, гиперболический параболоид (косая плос-

кость), линейчатые поверхности с тремя направляющими (однополостный гиперболоид);

- винтовые: прямая винтовая поверхность (винтовой коноид, прямой геликоид), косая винтовая поверхность (наклонный геликоид);
- циклические: каналовая поверхность, трубчатая поверхность;
- поверхности вращения: цилиндрическая, коническая, сфера, тор.

*Поверхность вращения* – поверхность, получающаяся при вращении некоторой образующей линии вокруг неподвижной прямой – оси поверхности. На чертежах ось изображают штрихпунктирной линией. Образующая может иметь как кривые, так и прямолинейные участки. Поверхность вращения на чертеже задается образующей и положением оси. При вращении каждая точка образующей описывает окружность в плоскости, перпендикулярной оси. Следовательно, *линия пересечения поверхности вращения любой плоскостью, перпендикулярной оси, является окружностью*. Такие окружности называются *параллелями*. Параллель, проходящая через наиболее удаленную от оси точку, называется *экватором*, через самую близкую точку – *горлом*. Линия пересечения поверхности вращения плоскостью, проходящей через ось вращения, называется *меридианом*. Меридиан, лежащий в плоскости, параллельной  $P_2$ , называется *главным*.

Цилиндрическая поверхность образуется вращением прямой (*образующей*) относительно неподвижной оси, параллельной образующей.

Если цилиндрическую поверхность ограничить двумя плоскостями, то получится *круговой цилиндр*. Такие плоскости называют *основаниями* цилиндра. Круговой цилиндр может быть *прямой* и *наклонный*. Прямым называют цилиндр, у которого основание перпендикулярно оси вращения. Если поверхность прямого кругового цилиндра на одну из плоскостей проекций проецируется в линию – окружность (когда основание цилиндра параллельно одной из плоскостей проекций), то такую поверхность называют *проецирующей*. Меридиан прямого кругового цилиндра – прямоугольник). При ортогональном проецировании проекции прямого кругового цилиндра на двух плоскостях проекций – равные прямоугольники (высота равна высоте цилиндра, длина равна диаметру основания цилиндра), на третьей – окружность (диаметр равен диаметру основания конуса).

Коническая поверхность образуется вращением прямой (*образующей*), закрепленной в некоторой точке на неподвижной оси вращения вокруг этой оси.

Если такую поверхность ограничить плоскостью, перпендикулярной оси, то получится прямой круговой конус. Меридиан прямого кругового конуса – равнобедренный треугольник. При ортогональном проецировании проекции прямого кругового конуса на двух плоскостях проекций – равные равнобедренные треугольники (высота равна высоте конуса, длина основания равна диаметру

основания конуса), на третьей – окружность (диаметр равен диаметру основания конуса).

*Сфера* – ограниченная поверхность вращения. Она образуется вращением окружности (образующей) вокруг неподвижной оси, проходящей через центр окружности. Экватор и меридианы сферы – равные между собой окружности (их диаметр равен диаметру сферы). При ортогональном проецировании на все плоскости проекций сфера проецируется в окружности равного диаметра.

*Тор* – поверхность, образуемая при вращении окружности (или ее дуги) вокруг неподвижной оси, лежащей в плоскости окружности, но не проходящей через ее центр. Если ось вращения проходит через образующую-окружность, тор получается *самопересекающийся*, если касательно к ней – *закрытый*, если ось вращения находится вне образующей-окружности – *открытый* (круговое кольцо).

**Решение.** Круговой конус – поверхность второго порядка. Плоскость, не проходящая через его вершину, пересекает конус по окружности, эллипсу или параболе, если она расположена по одну сторону от вершины, и по гиперболе, если она пересекает его по обе стороны от вершины.

Если секущая плоскость проходит через вершину конуса, то линия пересечения – *треугольник*. На рисунке 5 изображены проекции линии пересечения с учетом видимости прямого кругового конуса с плоскостью **A**, проходящей через его вершину.

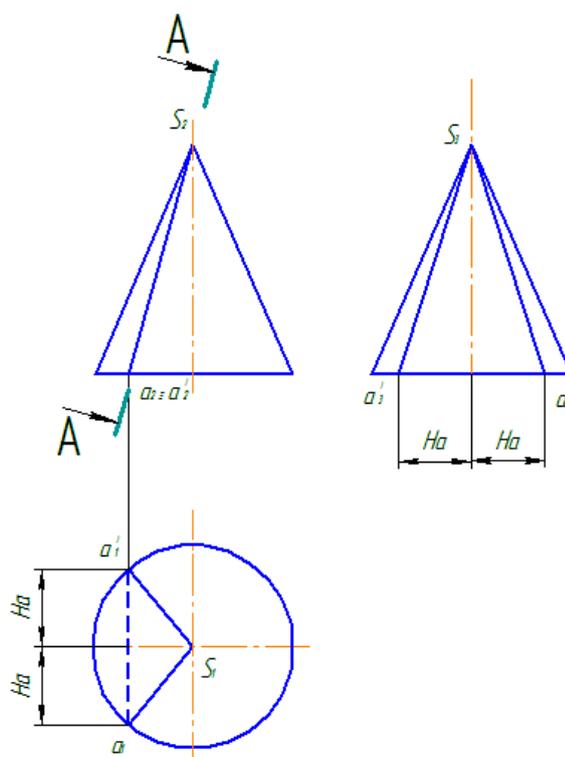


Рисунок 5 – Построение проекций линии пересечения кругового конуса и проецирующей плоскости, проходящей через вершину

Если секущая плоскость параллельна основанию, то линия пересечения с прямым круговым конусом – *окружность*. На рисунке 6 изображены проекции линии пересечения с учетом видимости прямого кругового конуса с плоскостью  $A$ , перпендикулярной оси.

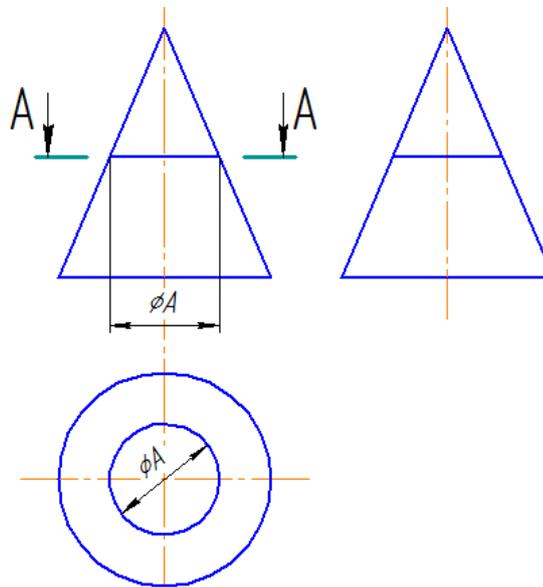


Рисунок 6 – Построение проекций линии пересечения кругового конуса и плоскости, перпендикулярной оси

В остальных случаях линией пересечения является *кривая линия*, построение проекций которой выполняют методом **секущих плоскостей** по ряду точек. Секущие плоскости являются проецирующими и параллельными основанию конуса. Сначала определяют проекции *характерных* точек, которые обозначают строчными латинскими буквами ( $a, b, c$ ), а затем *промежуточных*, которые обозначают арабскими цифрами.

Точки кривой линии произвольно выбирают на проекции линии пересечения на той плоскости проекций, которой перпендикулярна секущая плоскость (в рассматриваемом случае на  $\Pi_2$ ), т.к. на нее кривая проецируется в отрезок. Они будут принадлежать фронтальной проекции линии пересечения секущей плоскости и кругового конуса.

Пример построения проекций промежуточной точки **1** приведен на рисунке 7.

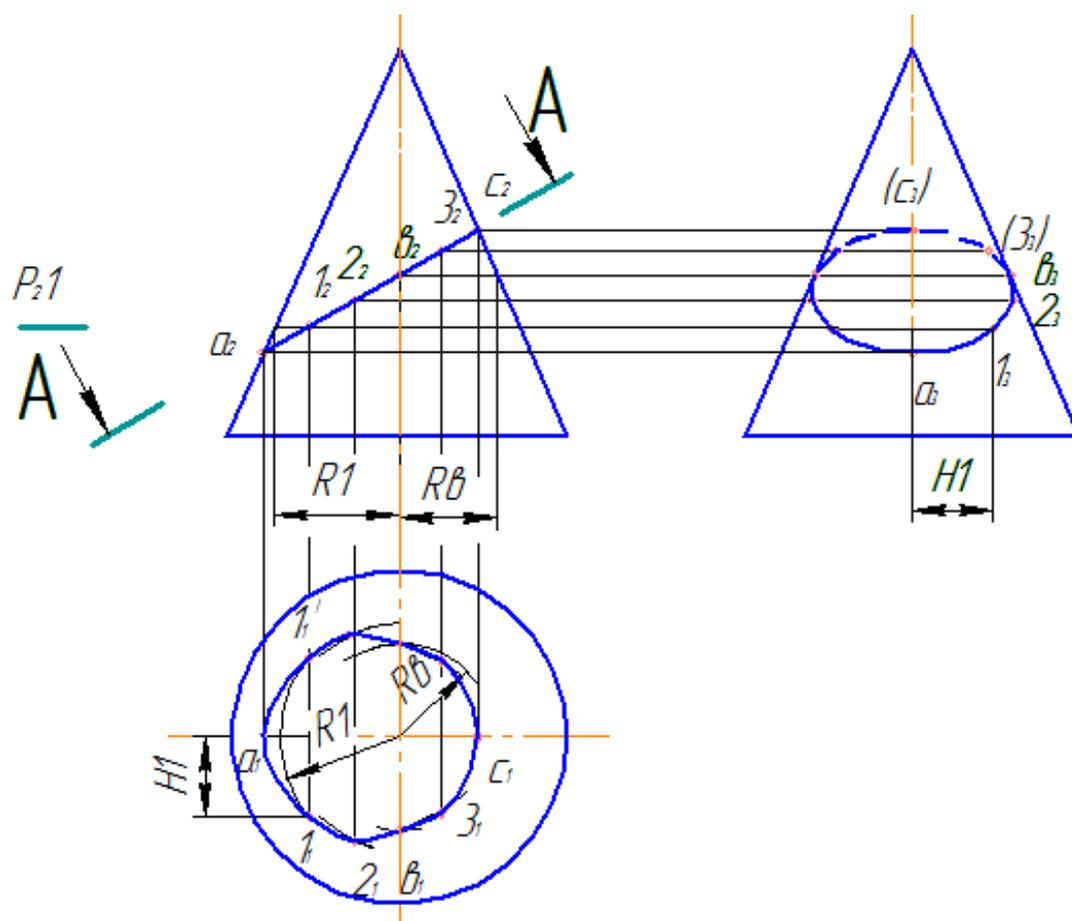


Рисунок 7 – Построение эллипса

На фронтальной проекции линии пересечения секущей плоскости  $A$  и прямого кругового конуса определяют положение промежуточной точки  $I$ . Через нее мысленно проводят вспомогательную секущую плоскость  $P$  (фронтально-проецирующую), параллельную основанию конуса. На чертеже положение секущей плоскости обозначено  $P_2I$ . Эта плоскость рассекает конус по окружности, радиус которой определяют как расстояние от осевой линии конуса до образующей –  $R1$ . Точка  $I$  принадлежит данной окружности. Поэтому для определения горизонтальной проекции точки на плоскости проекций  $\Pi_1$  строят окружность (дугу) радиуса  $R1$  и на нее проецируют точку  $I$ . Поскольку горизонтальная проекция линии пересечения симметрична относительно горизонтальной оси, то проекцию точки  $I_1'$  строят симметрично проекции точки  $I_1$ . Третью проекцию точек строят по двум известным.

Если секущая плоскость, расположена по одну сторону от вершины конической поверхности и пересекает две образующие прямого кругового конуса, линия пересечения – *эллипс*.

Построения начинают с определения проекций характерных точек. Точки  $a_2$  и  $c_2$  являются точками пересечения проекции секущей плоскости  $P_2$  и образующими конуса. На горизонтальную плоскость проекций эти образующие про-

ещируются в горизонтальную осевую линию, следовательно точки  $a_1$  и  $c_1$  будут принадлежать этой осевой. На профильную плоскость проекций данные образующие проектируются в вертикальную осевую линию, следовательно точки  $a_3$  и  $c_3$  будут принадлежать данной осевой. Точка  $b_2$  является точкой пересечения проекции секущей плоскости  $P_2$  и осевой конуса. Горизонтальные проекции точки  $b$  определяют методом секущих плоскостей. Профильные проекции этой точки будут расположены на проекциях образующих.

Затем берут ряд промежуточных точек (более точное построение проекций линии пересечения обеспечивается построением проекций большего числа точек). Проекции промежуточных точек строят методом секущих плоскостей.

Далее определяют видимость проекций линии пересечения. Если рассматривать конус в положении, при котором его основание параллельно горизонтальной плоскости проекций, то боковая поверхность конуса на  $\Pi_1$  полностью видна, следовательно горизонтальная проекция линии пересечения, принадлежащая поверхности конуса будет видимой. Видимость на фронтальной плоскости проекций определяют, глядя на горизонтальную *снизу*. Точки, а следовательно и линия, находящиеся на ближней по направлению взгляда половине изображения конуса будут видимыми. Другими словами, все геометрические элементы, находящиеся до осевой линии по направлению взгляда будут видимыми. А точки  $a_1$  и  $c_1$  являются границей видимости. Определяя видимость на  $\Pi_3$ , смотрят на фронтальную проекцию слева. Все геометрические элементы, находящиеся на ближней по направлению взгляда половине поверхности конуса, будут видимыми. Границей видимости является точка  $b_2$ , принадлежащая осевой линии. Невидимые контуры линии пересечения на чертеже обводят штриховой линией, обозначение невидимых точек заключают в скобки.

Если секущая плоскость, расположена по одну сторону от вершины конической поверхности и пересекает одну образующую прямого кругового конуса, линия пересечения – *парабола*. Пример построения параболы приведен на рисунке 8.

Если секущая плоскость, расположена по обе стороны от вершины конической поверхности и пересекает образующие прямого кругового конуса, линия пересечения – *гипербола*. Проекции точек гиперболы строят методом секущих плоскостей. Видимость определяют по тем же правилам.

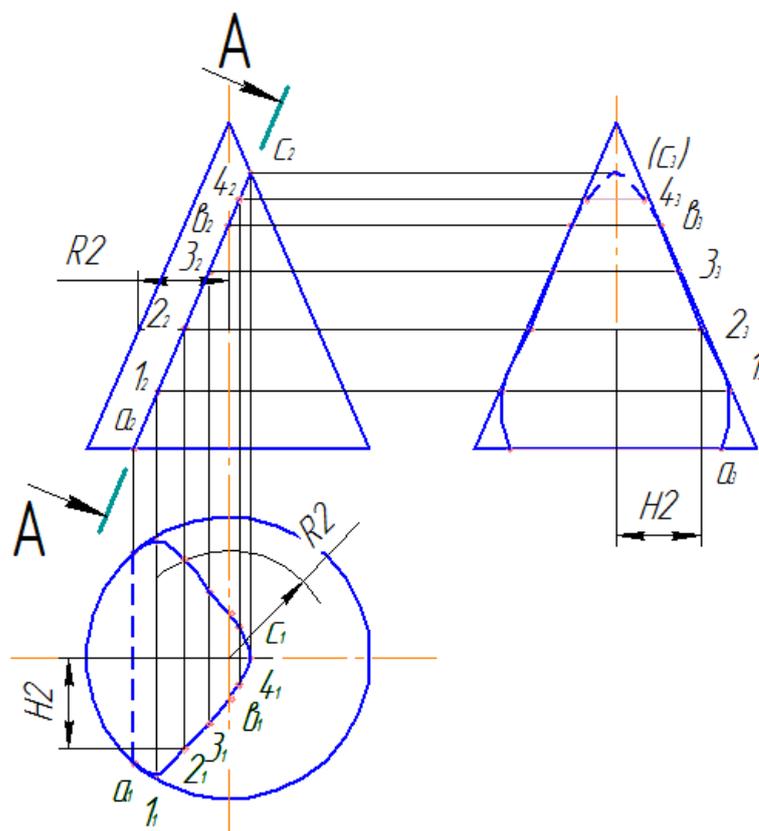


Рисунок 8 – Построение параболы

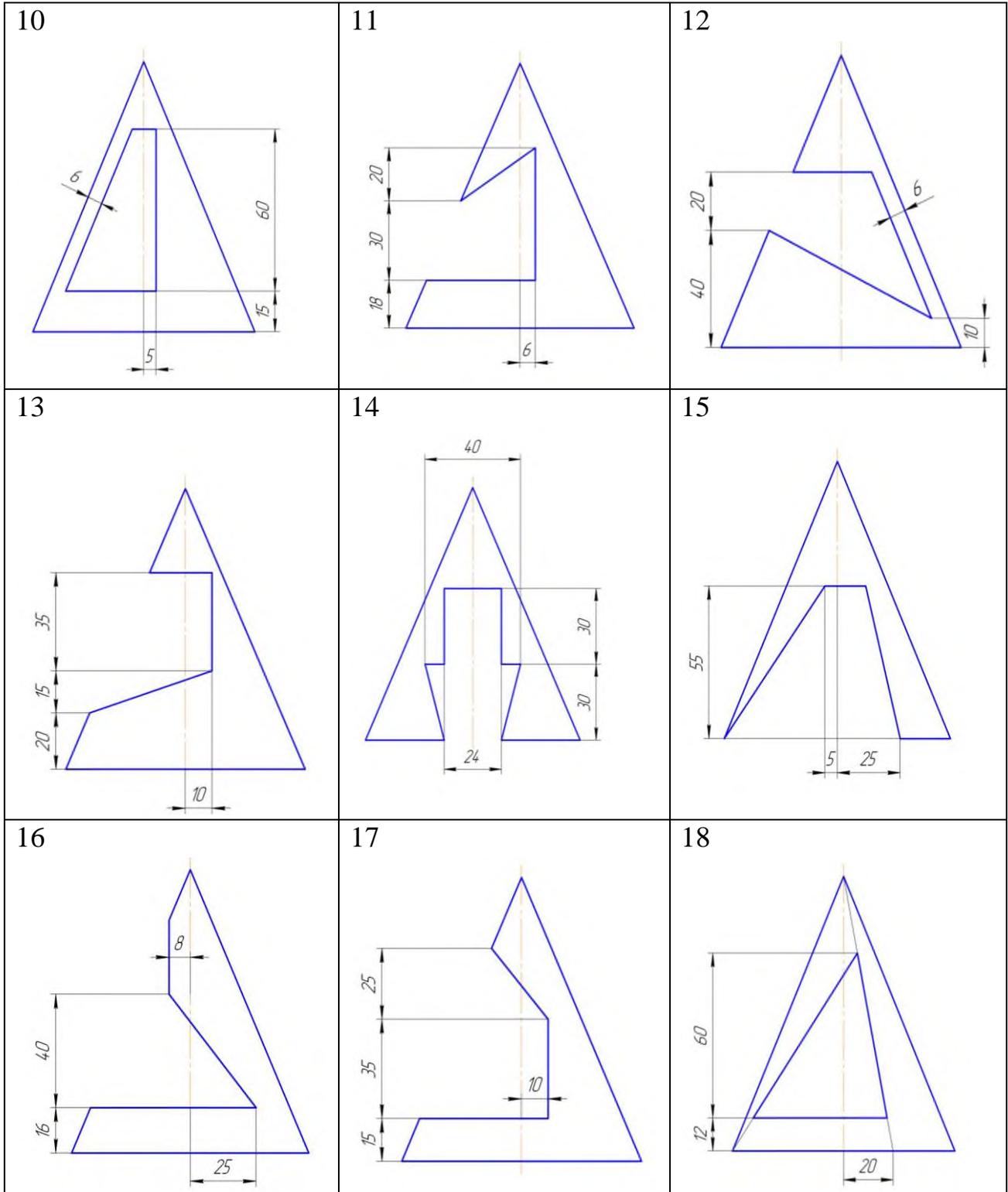
Приступая к решению задачи, в левой части листа намечают осевые линии. По заданным размерам чертят три проекции прямого кругового конуса и по заданию своего варианта фронтальную проекцию сквозного выреза (окна). Далее анализируют положение секущих плоскостей, определяющих форму выреза с целью определения вида линий, получающихся при пересечении конуса с этими плоскостями. Определяют и обозначают латинскими строчными буквами характерные точки линий сквозного отверстия: точки концов большой и малой осей эллипсов, точки касания кривых проекций очерков, точки, лежащие на границе видимости. Чтобы построения проекций кривой линии были точнее, ее строят по ряду точек. Поэтому, кроме характерных, выполняют построения промежуточных точек, которые обозначают арабскими цифрами. При обводке проекций линии выреза (окна) воспользуйтесь лекалом. Обводку производите с учетом видимости линий.

Следы вспомогательных секущих плоскостей следует обозначить, линии построения (сплошные тонкие линии) – сохранить.

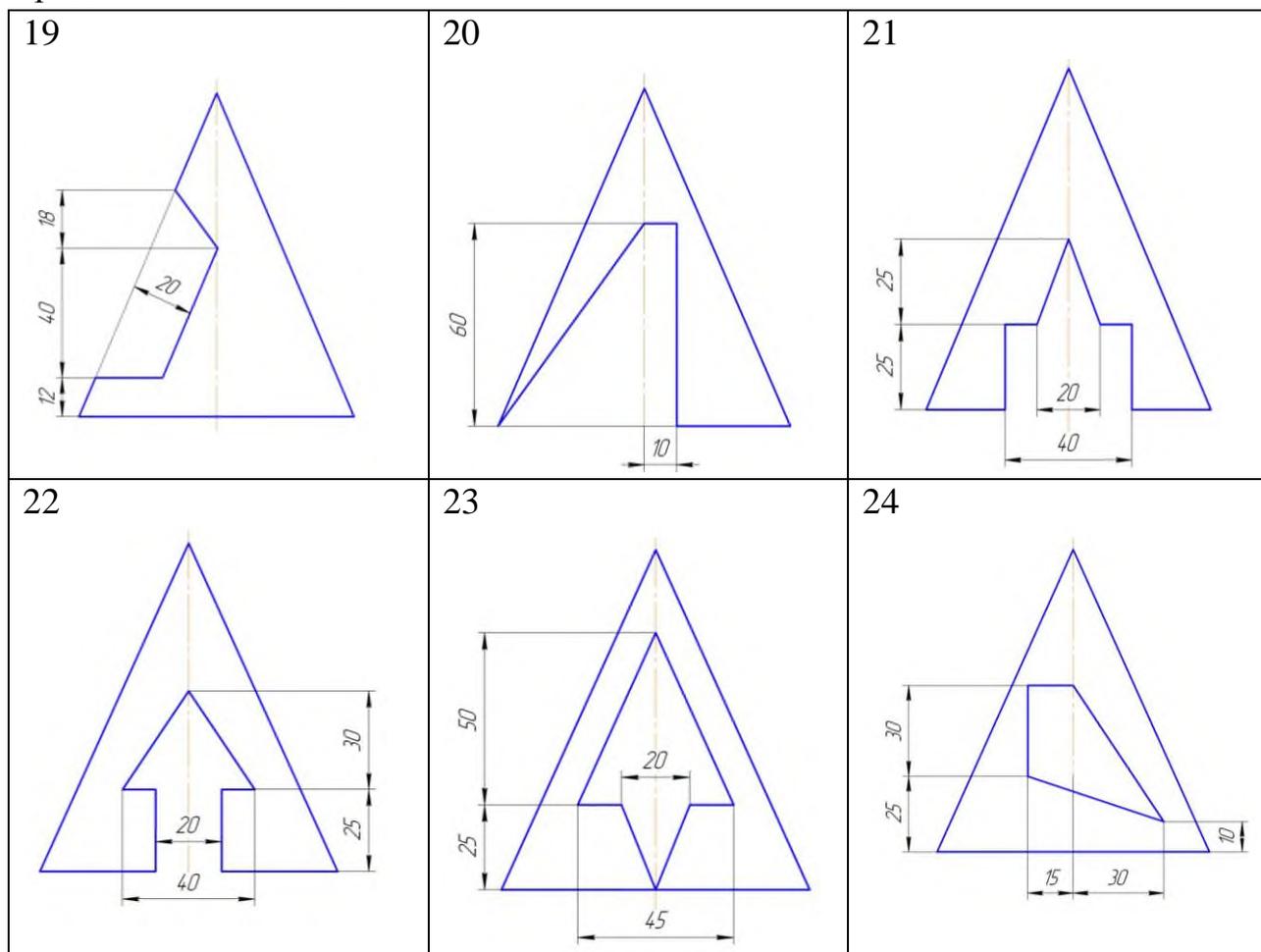
Таблица 3 – Данные к задаче 5

|          |          |          |
|----------|----------|----------|
| <p>1</p> | <p>2</p> | <p>3</p> |
| <p>4</p> | <p>5</p> | <p>6</p> |
| <p>7</p> | <p>8</p> | <p>9</p> |

Продолжение таблицы 3



Продолжение таблицы 3



### 3.6 Задача 6 «Сфера с вырезом»

**Задание.** Построить сферу радиусом  $R = 50$  мм со сквозным поперечным вырезом (окном) призматической формы в трех проекциях. Фронтальная проекция  $A_2B_2C_2D_2$  сквозного окна дана четырехугольником. Данные к задаче приведены в таблице 4.

*Плоскость всегда пересекает сферу по окружности, которая проецируется в виде отрезка прямой, в виде эллипса или в виде окружности в зависимости от положения секущей плоскости по отношению к плоскости проекций.*

На рисунке 9, а изображены проекции линии пересечения сферы и плоскости  $P$ , параллельной горизонтальной плоскости проекций. Плоскость  $P$  пересекает сферу по окружности с радиусом  $R_p$ . Окружность проецируется на горизонтальную плоскость проекций в натуральную величину, на фронтальную и профильную плоскости проекций – в отрезки.

На рисунке 9, б изображены проекции линии пересечения сферы и плоскости  $S$ , параллельной профильной плоскости проекций. Плоскость  $S$  пересекает сферу по окружности с радиусом  $R_s$ . Окружность проецируется на профильную

плоскость проекций в натуральную величину, на фронтальную и горизонтальную плоскости проекций – в отрезки.

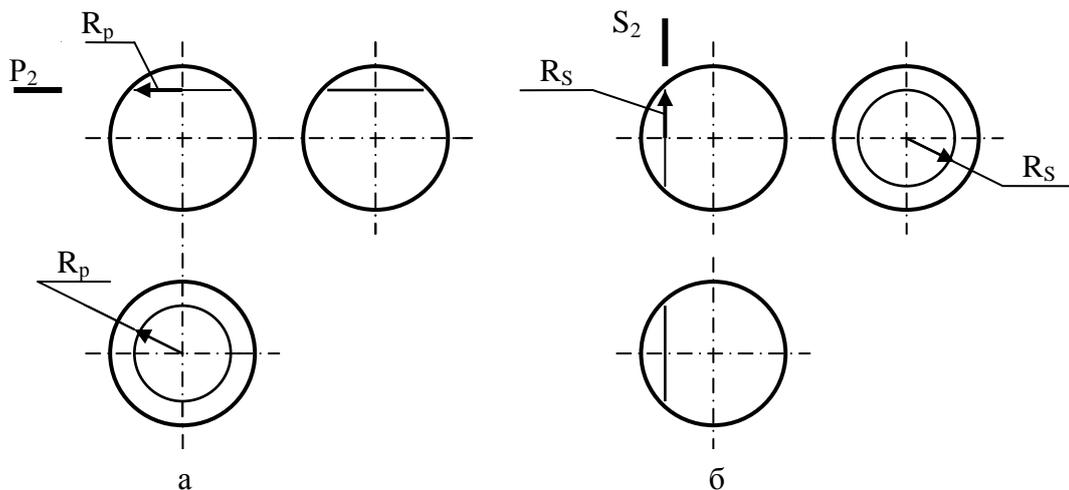


Рисунок 9 – Пересечение сферы плоскостью уровня

На рисунке 10, в изображены проекции линии пересечения сферы и фронтально-проецирующей плоскости  $R$ . Плоскость  $R$  пересекает сферу по окружности, которая проецируется в отрезок на фронтальную плоскость проекций, в эллипс – на горизонтальную и профильную плоскости проекций. Кривую линию (эллипс) строят по ряду точек. Сначала определяют *характерные* точки –  $a, b, c, d$ , а затем *промежуточные* –  $1, 2, 3, 4, 5$ .

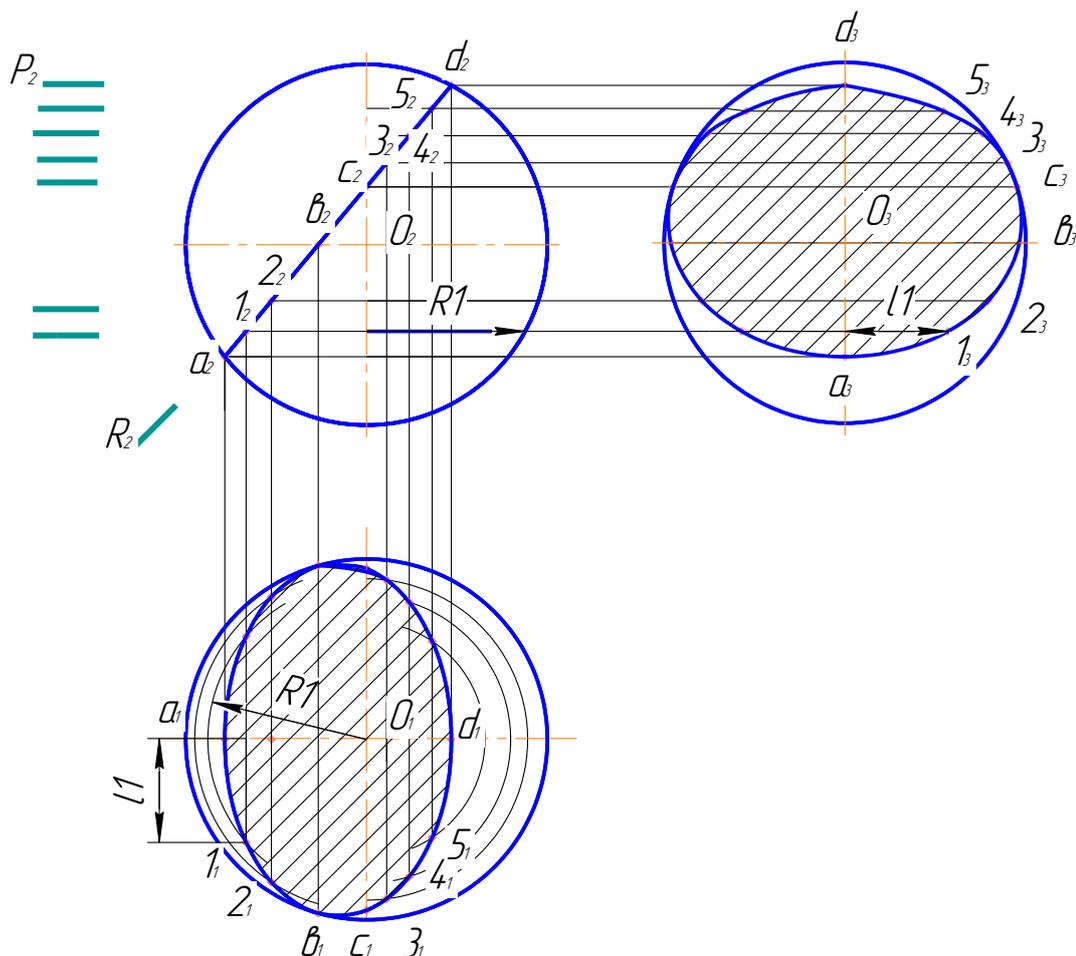


Рисунок 10 – Построение проекций линии пересечения сферы и плоскости

Проекции характерных точек первоначально определяют на той плоскости проекций, которой перпендикулярна секущая плоскость (в рассматриваемом случае на  $P_2$ ). Точки  $a_2$  и  $d_2$  являются точками пересечения проекции плоскости  $P_2$  и образующей сферы (окружности). На горизонтальную плоскость проекций образующая сферы проецируется в горизонтальную осевую линию, следовательно точки  $a_1$  и  $d_1$  будут принадлежать этой осевой. На профильную плоскость проекций образующая сферы проецируется в вертикальную осевую линию, следовательно точки  $a_3$  и  $d_3$  будут принадлежать этой осевой. Точка  $b_2$  является точкой пересечения проекции плоскости  $P_2$  и фронтальной проекции экватора (горизонтальной осевой). На горизонтальной плоскости проекций проекция экватора совпадает с образующей сферы, следовательно горизонтальные проекции точки  $b$  (две точки, расположенных симметрично относительно горизонтальной оси) будут принадлежать образующей сферы (окружности). На профильной плоскости проекций проекция экватора совпадает с горизонтальной осевой линией. Широту точки определяют на горизонтальной плоскости проекций как расстояние от горизонтальной оси до точки  $b_1$  и откладывают на профильной плоскости проекций от вертикальной осевой по линии связи. Так строят про-

фильные проекции точки  $b$  (две точки, расположенных симметрично относительно вертикальной оси). Точка  $c_2$  является точкой пересечения фронтальной проекции секущей плоскости  $P_2$  и вертикальной осевой линией. Чтобы построить точку  $c_1$  мысленно проводят вспомогательную горизонтальную (параллельную плоскости проекций  $\Pi_1$ ) секущую плоскость через точку  $c_2$ . В результате рассеечения получается окружность, радиус которой определяется на плоскости проекций  $\Pi_2$  (измеряют расстояние на уровне секущей плоскости от вертикальной оси до образующей). На плоскости проекций  $\Pi_1$  на линии связи, проведенной из точки  $c_2$  (она совпадает с вертикальной осевой), делают засечки измеренного радиуса из центра проекции сферы. Так строят проекции точки  $c$  (две точки, расположенных симметрично относительно горизонтальной оси) на плоскости проекций  $\Pi_1$ . Построение профильных проекций точки  $c$  (их всего две) выполняют аналогично точке  $b_3$ .

Построения проекций промежуточных точек одинаковы для каждой точки. Чтобы построить проекции точки  $l$  сначала произвольно определяют ее положение на той плоскости проекций, которой перпендикулярна секущая плоскость (в рассматриваемом случае на  $\Pi_2$ ). Чтобы построить точку  $l_1$  мысленно проводят вспомогательную горизонтальную (параллельную плоскости проекций  $\Pi_1$ ) секущую плоскость через точку  $l_2$ . В результате рассеечения получается окружность радиуса  $R_1$ , определяемый на плоскости проекций  $\Pi_2$  (измеряют расстояние на уровне секущей плоскости от вертикальной оси до образующей). На плоскости проекций  $\Pi_1$  на линии связи, проведенной из точки  $l_2$ , делают засечки измеренного радиуса из центра проекции сферы. Так строят проекции точки  $l$  (их всего две) на плоскости проекций  $\Pi_1$ . На профильной плоскости проекций проводят линию связи из точки  $l_2$ . Широту точки определяют на горизонтальной плоскости проекций как расстояние от горизонтальной оси до точки  $l_1$  и откладывают на профильной плоскости проекций от вертикальной осевой по линии связи. Так определяют положение профильных проекций точки  $l$  (их всего две).

При построении линии пересечения сферы с плоскостью необходимо определить видимость этой линии. На рисунке 11 изображены проекции линии пересечения с учетом видимости. На плоскости проекций  $\Pi_2$  линия пересечения – отрезок, который является видимым по всей длине. На плоскости проекций  $\Pi_1$  линия пересечения – эллипс, часть которого является невидимой. *При определении видимости горизонтальной проекции линии пересечения смотрят на ее фронтальную проекцию сверху.* Важно определить границу видимости. При рассмотрении сферы сверху видимыми будут все точки, принадлежащие верхней половине сферы, а на эюре это будут точки, принадлежащие верхней половине фронтальной проекции сферы. Таким образом при определении видимости линии пересечения на горизонтальной плоскости проекций границей видимости

является точка  $b_2$ . Все точки, принадлежащие отрезку  $d_2b_2$ , являются видимыми, т.к. принадлежат части проекции линии пересечения, находящейся в верхней половине фронтальной проекции сферы. Точки, принадлежащие отрезку  $b_2a_2$ , будут невидимыми, следовательно, линия пересечения, проходящая через эти точки, будет невидимой. При определении видимости профильной проекции линии пересечения смотрят на ее фронтальную проекцию слева. Границей видимости будет вертикальная осевая линия, делящая изображение на левую и правую половины. Видимыми на плоскости проекций  $\Pi_3$  будут все точки, принадлежащие левой половине сферы, а на эюре это будут точки, принадлежащие левой половине фронтальной проекции сферы. Границей видимости для линии пересечения будет точка  $c_2$ , принадлежащая вертикальной осевой линии. Все точки, принадлежащие отрезку  $a_2c_2$ , являются видимыми, т.к. принадлежат части проекции линии пересечения, находящейся в левой половине фронтальной проекции сферы. Точки, принадлежащие отрезку  $c_2d_2$ , будут невидимыми, следовательно, линия пересечения, проходящая через эти точки, будет невидимой (невидимые контуры на чертеже обводят штриховой линией, обозначение невидимых точек заключают в скобки).

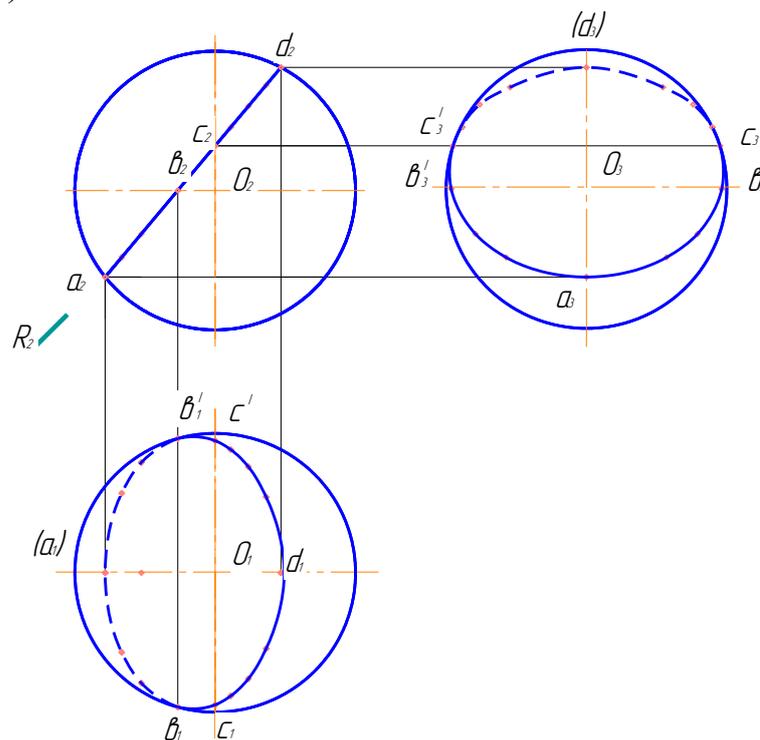


Рисунок 11 – Построение проекций линии пересечения сферы и плоскости с учетом видимости

**Решение.** В левой части листа намечают оси координат. По заданным координатам определяют положение проекций точки  $O$ , центра сферы, и строят проекции сферы диаметром 100 мм. По координатам своего варианта строят фронтальную проекцию сквозного отверстия в сфере. Определяют и обозначают

латинскими строчными буквами характерные точки линий сквозного отверстия: точки на экваторе, главном меридиане, наиболее удаленные и ближайшие точки поверхности сферы к плоскостям проекций, точки концов большой и малой осей эллипсов, точки касания кривых проекций очерков, точки, лежащие на границе видимости. Чтобы построения кривой линии были точнее, ее строят по ряду точек. Поэтому, кроме характерных, выполняют построения промежуточных точек, которые обозначают арабскими цифрами. При обводке учитывают видимость линий.

Следы вспомогательных секущих плоскостей следует обозначить, линии построения (сплошные тонкие линии) – сохранить.

Таблица 4 – Данные к задаче 6 (координаты, мм)

| Вариант | O  |    |    | A   |    | B  |    | C,D |
|---------|----|----|----|-----|----|----|----|-----|
|         | x  | y  | z  | x   | z  | x  | z  | x   |
| 1       | 70 | 60 | 60 | 18  | 35 | 82 | 90 | 90  |
| 2       | 70 | 60 | 58 | 18  | 34 | 82 | 94 | 92  |
| 3       | 72 | 62 | 58 | 20  | 34 | 84 | 94 | 96  |
| 4       | 70 | 62 | 60 | 18  | 32 | 84 | 90 | 96  |
| 5       | 68 | 60 | 60 | 20  | 32 | 86 | 92 | 95  |
| 6       | 72 | 60 | 58 | 116 | 36 | 60 | 92 | 42  |
| 7       | 72 | 62 | 62 | 20  | 35 | 80 | 92 | 92  |
| 8       | 70 | 58 | 62 | 118 | 35 | 56 | 95 | 45  |
| 9       | 70 | 60 | 60 | 118 | 35 | 56 | 95 | 44  |
| 10      | 70 | 60 | 58 | 120 | 35 | 58 | 95 | 44  |
| 11      | 70 | 65 | 58 | 120 | 36 | 56 | 94 | 42  |
| 12      | 96 | 58 | 60 | 116 | 36 | 58 | 94 | 45  |
| 13      | 72 | 60 | 58 | 116 | 36 | 60 | 92 | 42  |
| 14      | 72 | 58 | 60 | 120 | 34 | 60 | 92 | 42  |
| 15      | 72 | 58 | 58 | 122 | 34 | 60 | 90 | 40  |
| 16      | 74 | 62 | 60 | 122 | 34 | 55 | 90 | 40  |
| 17      | 69 | 58 | 60 | 20  | 36 | 81 | 94 | 94  |
| 18      | 74 | 62 | 58 | 20  | 36 | 80 | 92 | 94  |
| 19      | 72 | 62 | 62 | 20  | 35 | 80 | 92 | 92  |
| 20      | 72 | 60 | 62 | 22  | 35 | 82 | 90 | 92  |
| 21      | 70 | 60 | 60 | 20  | 35 | 80 | 90 | 90  |
| 22      | 95 | 60 | 60 | 115 | 35 | 60 | 95 | 45  |
| 23      | 70 | 58 | 62 | 120 | 35 | 55 | 95 | 45  |
| 24      | 70 | 60 | 60 | 20  | 35 | 80 | 90 | 90  |

Значения: для B и C, для A и D – z одинаковы.

### 3.7 Задача 7 «Пересечение многогранников»

**Задание.** Построить фронтальные и горизонтальные проекции прямой призмы с основанием  $DEFG$  заданной высоты  $h$ , пирамиды  $SABC$  и линий их пересечения. Данные к задаче приведены в таблице 5.

*Многогранником* называют геометрическое тело, ограниченное в пространстве *гранями* (многоугольниками). Линию пересечения граней называют ребром, точку пересечения ребер – вершиной.

Образование любой поверхности можно представить, как непрерывный ряд изображений, полученный при движении одной линии (*образующей*) по другой линии (*направляющей*). В том случае, когда образующей является прямая линия, а направляющей ломаная, в пространстве описывается *гранная поверхность*.

Если образующая перемещается параллельно какому-либо направлению, то получается *призматическая поверхность*. Если такую поверхность ограничить двумя параллельными плоскостями, пересекающими образующие, то получится *призма*. Такие плоскости называют *основаниями* призмы. Призма может быть *прямой* и *наклонной*. Прямой называют призму, у которой грани перпендикулярны основанию.

Если образующую (прямую) закрепить в одной точке, то при движении по направляющей (ломаной) она опишет в пространстве *пирамидальную поверхность*. Если такую поверхность ограничить одной плоскостью, то получится *пирамида*. Такую плоскость называют *основанием* пирамиды.

Основания многогранников имеют форму многоугольников, по количеству углов которых называют многогранники (треугольная пирамида, четырехугольная призма). Если основание имеет форму правильного многоугольника, то многогранник называют *правильным*.

Если боковая поверхность многогранника проецируется в *многоугольник* на одну из основных плоскостей проекций, то такую поверхность называют *проецирующей* (это свойство удобно использовать при решении задач на построение линии пересечения поверхностей). Из рассмотренных выше многогранников к такой поверхности можно отнести *прямую призму*.

На эюре изображать многогранник удобно, расположив его основание параллельно плоскости проекций. Основания, грани многогранников, перпендикулярные плоскости проекций, проецируются на эту плоскость в виде отрезков прямых линий. Основания, ребра пирамиды, призмы проецируются в натуральную величину на плоскость проекций, которой они параллельны. Ребро, перпендикулярное плоскости проекций, проецируется на нее в точку.

Линией пересечения многогранников является замкнутая *ломаная* линия, звенья (отрезки прямой линии) которой строят двумя способами:

1. Строят линию пересечения грани одной поверхности с гранью другой.
2. Строят точки пересечения ребра одного многогранника с гранями другого.

В том случае, когда один из многогранников является проецирующей поверхностью (занимает частное положение), линия пересечения на той плоскости проекций, которой перпендикулярна боковая поверхность многогранника, совпадает с контурами основания этого многогранника. Задача сводится к построению недостающих проекций линии пересечения.

Рассмотрим построение линии пересечения отдельных граней и ребер на примере пересечения прямой четырехугольной призмы и треугольной пирамиды (рисунок 12).

Поскольку данная призма является проецирующей (боковая поверхность перпендикулярна  $\Pi_1$ ), то на плоскости проекций  $\Pi_1$  линия пересечения построена. В данной задаче две линии пересечения. Условно определим, что пирамида вершиной  $S$  вошла в призму и, пройдя насквозь, вышла из нее. Так образовались линии «входа» и «выхода». Линии пересечения являются замкнутыми ломаными.

Рассмотрим построение звена линии «выхода» отрезка  $[1, 2]$ , который образуется при пересечении грани призмы  $GF$  и грани пирамиды  $ABS$ . Отрезок задается двумя точками. Проекция этого отрезка на плоскости проекций  $\Pi_1$  уже построена. Она совпадает с проекцией грани  $GF$  ( $[1_1, 2_1] \equiv [G_1, F_1]$ ). Чтобы построить проекции отрезка  $[1, 2]$  на плоскости проекций  $\Pi_2$ , необходимо построить проекции концов отрезка – точек  $1$  и  $2$ . Для этого необходимо воспользоваться свойством ортогонального проецирования: *если точка принадлежит отрезку прямой, то ее проекции принадлежат одноименным проекциям отрезка прямой.*

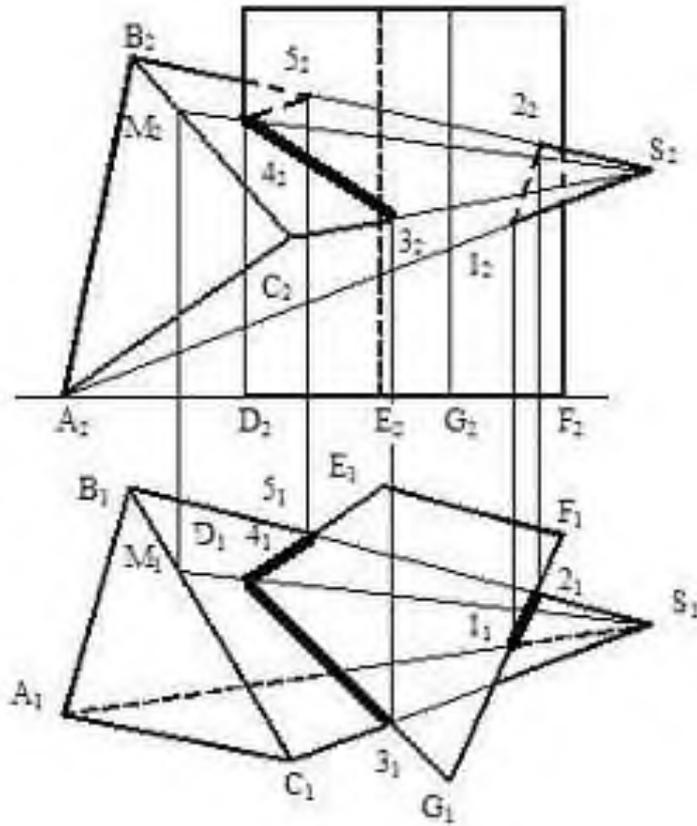


Рисунок 12 – Пример решения задачи 7

Глядя на эпюр (рисунок 12), определяют, что точка  $1$  принадлежит ребру  $AS$ , точка  $2$  принадлежит ребру  $BS$ . По линиям связи строят проекции точек  $1_2$  на проекции ребра  $A_2S_2$  и  $2_2$  на проекции ребра  $B_2S_2$ . Далее определяют видимость проекций отрезка  $[1, 2]$ . На плоскости проекций  $\Pi_1$  проекция отрезка  $[1, 2]$  совпадает с проекцией грани призмы  $GF$  и показывается на эпюре видимой. При определении видимости проекции отрезка  $[1, 2]$  на плоскости проекций  $\Pi_2$  рассматривают этот отрезок как принадлежащий грани  $GF$  призмы и грани  $ABS$  пирамиды. Если проекция отрезка принадлежит видимой проекции грани, то проекция отрезка будет видимой. Если проекция отрезка принадлежит невидимой проекции грани, то проекция отрезка будет невидимой. На плоскости проекций  $\Pi_2$  грань пирамиды  $ABS$  является невидимой, следовательно отрезок  $[1_2, 2_2]$ , принадлежащий этой грани, будет невидимым.

Рассмотрим построение линии пересечения грани  $BCS$  пирамиды с гранями призмы (части линии «входа»). В данном случае две грани призмы  $GD$  и  $DE$  пересекают одну грань пирамиды. Линия пересечения будет представлять собой ломаную линию, состоящую из двух отрезков. Поскольку призма является проецирующей, проекция этой линии на плоскости  $\Pi_1$  очевидна – это отрезки  $[3_1, 4_1]$  (линия пересечения грани пирамиды  $BCS$  и грани призмы  $GD$ ) и  $[4_1, 5_1]$  (линия пересечения грани пирамиды  $BCS$  и грани призмы  $DE$ ). На эпюре  $[3_1, 4_1] \equiv$

$[G_1, D_1]$  и  $[4_1, 5_1] \equiv [D_1, F_1]$ . Чтобы построить проекцию линии пересечения на плоскости проекций  $\Pi_2$  определяют, что точка 3 принадлежит ребру пирамиды  $SC$ , точка 5 - ребру  $BS$ , точка 4 является точкой пересечения ребра  $D$  призмы с гранью  $BCS$  пирамиды. Проекции этих точек на плоскости проекций  $\Pi_2$  строят согласно свойству ортогонального проецирования *о принадлежности точки прямой*. Ребро  $D$  призмы является горизонтально-проецирующим (перпендикулярно плоскости проекций  $\Pi_1$ ). Проекции ребра  $D$  и точки пересечения этого ребра с гранью  $BCS$  пирамиды, точки 4, на плоскости проекций  $\Pi_1$  совпадают. Точку 4 рассматривают как точку, принадлежащую плоскости (грани пирамиды  $BCS$ ). Согласно свойству ортогонального проецирования:

1) *точка принадлежит плоскости, если она принадлежит прямой, лежащей в этой плоскости;* 2) *прямая принадлежит плоскости, если две ее точки принадлежат этой плоскости.*

Чтобы построить проекцию точки 4 на плоскости проекций  $\Pi_2$ , необходимо через эту точку построить прямую, принадлежащую грани  $BCS$  пирамиды. Одной точкой этой прямой может быть одна из вершин грани  $BCS$ . На рисунке 8 такой прямой является прямая  $SM$ . Через точки  $4_1$  и  $S_1$  строят прямую ( $S_1M_1$ ). На плоскости проекций  $\Pi_2$  строят фронтальную проекцию этой прямой и на нее проецируют точку  $4_2$ . Через точки  $3_2, 4_2$  и  $5_2$  строят отрезки линии пересечения и определяют их видимость на плоскости проекций  $\Pi_2$ . Определяя видимость, каждый из отрезков рассматривают как принадлежащий граням и пирамиды, и призмы. Отрезок  $[3, 4]$  принадлежит грани призмы  $GD$ , которая на плоскости проекций  $\Pi_2$  является видимой, и грани пирамиды  $BCS$ , которая на плоскости проекций  $\Pi_2$  также является видимой. Следовательно, отрезок  $[3, 4]$  на плоскости проекций  $\Pi_2$  будет видимым. Отрезок  $[4, 5]$  принадлежит грани призмы  $DE$ , которая на плоскости проекций  $\Pi_2$  является невидимой. Следовательно, отрезок  $[4, 5]$  на плоскости проекций  $\Pi_2$  будет невидимым.

**Решение.** В правой половине листа по координатам своего варианта строят фронтальную и горизонтальную проекции прямой четырехугольной призмы и треугольной пирамиды.

Линию пересечения строят по точкам пересечения ребер пирамиды с гранями призмы и ребер призмы с гранями пирамиды. Их горизонтальные проекции определяются и обозначаются арабскими цифрами на эпюре и строят их фронтальные проекции. Построенные проекции точек соединяют отрезками прямых и определяют их видимость. *Видимые* ребра призмы и пирамиды и отрезки линии пересечения обводят *сплошной толстой основной линией*, *невидимые* – *тонкой штриховой линией*, части ребер, *находящиеся внутри* другого многогранника обводят **сплошной тонкой линией**.

Таблица 5 – Данные к задаче 7 (координаты, мм)

| Вариант   | A        |          | B        |          | C        |          | S        |          | D         | E         | F         | G         |
|-----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
|           | x        | y        | x        | y        | x        | y        | x        | y        | x         | x         | x         | x         |
| <b>1</b>  | <b>2</b> | <b>3</b> | <b>4</b> | <b>5</b> | <b>6</b> | <b>7</b> | <b>8</b> | <b>9</b> | <b>10</b> | <b>11</b> | <b>12</b> | <b>13</b> |
| <b>1</b>  | 140      | 85       | 122      | 24       | 87       | 115      | 0        | 60       | 100       | 74        | 16        | 55        |
| <b>2</b>  | 140      | 90       | 122      | 29       | 87       | 120      | 0        | 65       | 100       | 74        | 16        | 55        |
| <b>3</b>  | 135      | 75       | 116      | 14       | 81       | 100      | 0        | 50       | 100       | 74        | 16        | 55        |
| <b>4</b>  | 145      | 75       | 126      | 14       | 91       | 100      | 0        | 50       | 100       | 74        | 16        | 55        |
| <b>5</b>  | 0        | 70       | 20       | 7        | 53       | 93       | 140      | 143      | 40        | 67        | 125       | 86        |
| <b>6</b>  | 0        | 80       | 20       | 21       | 53       | 112      | 140      | 57       | 49        | 67        | 125       | 86        |
| <b>7</b>  | 140      | 75       | 122      | 14       | 87       | 100      | 0        | 50       | 100       | 74        | 16        | 55        |
| <b>8</b>  | 0        | 70       | 20       | 9        | 53       | 95       | 140      | 45       | 40        | 67        | 125       | 86        |
| <b>9</b>  | 0        | 80       | 20       | 19       | 53       | 110      | 140      | 55       | 40        | 67        | 125       | 86        |
| <b>10</b> | 0        | 68       | 20       | 7        | 53       | 93       | 140      | 143      | 40        | 67        | 125       | 86        |
| <b>11</b> | 0        | 68       | 20       | 7        | 53       | 93       | 140      | 143      | 40        | 67        | 125       | 86        |
| <b>12</b> | 0        | 75       | 20       | 14       | 53       | 100      | 140      | 50       | 40        | 67        | 125       | 86        |
| <b>13</b> | 0        | 82       | 20       | 21       | 53       | 112      | 140      | 57       | 49        | 67        | 125       | 86        |
| <b>14</b> | 0        | 85       | 20       | 24       | 53       | 115      | 140      | 60       | 40        | 67        | 125       | 86        |
| <b>15</b> | 0        | 90       | 20       | 29       | 53       | 120      | 140      | 65       | 49        | 67        | 125       | 86        |
| <b>16</b> | 0        | 85       | 15       | 30       | 55       | 120      | 140      | 60       | 40        | 67        | 125       | 86        |
| <b>17</b> | 140      | 70       | 122      | 9        | 87       | 95       | 0        | 45       | 100       | 74        | 16        | 55        |
| <b>18</b> | 140      | 80       | 122      | 19       | 87       | 110      | 0        | 55       | 100       | 74        | 16        | 55        |
| <b>19</b> | 140      | 68       | 122      | 7        | 87       | 93       | 0        | 43       | 100       | 74        | 16        | 55        |
| <b>20</b> | 140      | 82       | 122      | 21       | 87       | 112      | 0        | 57       | 100       | 74        | 16        | 55        |
| <b>21</b> | 0        | 80       | 20       | 20       | 55       | 110      | 140      | 55       | 50        | 67        | 125       | 85        |
| <b>22</b> | 0        | 75       | 20       | 15       | 55       | 100      | 140      | 50       | 40        | 65        | 125       | 85        |
| <b>23</b> | 140      | 75       | 120      | 15       | 85       | 100      | 0        | 50       | 100       | 75        | 15        | 55        |
| <b>24</b> | 140      | 70       | 120      | 10       | 90       | 95       | 0        | 45       | 100       | 75        | 15        | 55        |

Значения: A(z=0); B(z=77); C(z=40); S(z=40); D(y=50, z=0); E(y=20, z=0); F(y=20, z=0); G(y=95, z=0); h=85.

### 3.8 Задача 8 «Пересечение поверхностей вращения»

**Задание.** Построить линию пересечения заданных непрозрачных поверхностей (геометрических тел). Данные к задаче 8 приведены в таблице 6.

Для построения проекций линии пересечения поверхностей вращения часто используют метод вспомогательных секущих плоскостей. В качестве вспомогательных секущих плоскостей выбирают проецирующие плоскости, перпендикулярные осям тел вращения. Тела вращения на чертеже располагают так, чтобы их основания были параллельны одной из плоскостей проекций. Предложенные варианты заданий содержат два типа задач.

- *Одна из поверхностей является проецирующей*, т.е. на одну из плоскостей проекций проецируется в линию. К проецирующим относится прямой круговой цилиндр, т.к. его боковая поверхность перпендикулярна основанию и проецируется на одну из плоскостей проекций в окружность. В этом случае одна проекция линии пересечения поверхностей уже построена, и ее изображение совпадает с проекцией цилиндра. Пример решения такой задачи приведен на рисунке 13.

Пусть заданы пересекающиеся поверхности прямого кругового цилиндра и полусферы. Боковая поверхность цилиндра спроецировалась в линию (окружность) на плоскость проекций  $\Pi_1$ . Так горизонтальная проекция линии пересечения совпала с горизонтальной проекцией цилиндра. Задача сводится к построению фронтальной проекции линии пересечения. На известной (горизонтальной) проекции линии пересечения определяют положение характерных точек:  $a$  и  $b$  лежат на основании полусферы,  $c$  принадлежит образующей цилиндра,  $d$  – образующей конуса (образующие цилиндра и конуса на плоскость проекций  $\Pi_1$  спроецировались в горизонтальную осевую линию). Затем между характерными точками на горизонтальной проекции линии пересечения берут ряд промежуточных точек (для более точного построения проекций линии пересечения берут большее количество точек). Определилась горизонтальная проекция линии пересечения  $a_1l_12_1c_1d_1... b_1$ . Каждая из точек этой линии принадлежит как поверхности цилиндра, так и поверхности полусферы. Фронтальные проекции точек строят, рассматривая точки как принадлежащие полусфере.

Пример построения фронтальных проекций точек приведен на рисунке 13, а. Сначала определяют окружность поверхности полусферы, которой принадлежит точка. Затем проецируют эту окружность на плоскость проекций  $\Pi_2$  – получают отрезок, параллельный проекции основания полусферы. На этот отрезок проецируют точку поверхности сферы. Если одна из пересекающихся поверхностей сфера или часть сферы, то фронтальные проекции точек можно построить другим способом. Пример построения линии пересечения приведен на рисунке 13, б. Через каждую точку мысленно проводят вспомогательную секущую плоскость  $F$ , параллельную плоскости проекций  $\Pi_2$ . Линия пересечения полусферы с секущей плоскостью  $F$  проецируется на плоскость проекций  $\Pi_1$  в часть окружно-

сти, на которую затем проецируют точку. На рисунке 14 приведен пример построения проекций промежуточных точек линии пересечения.

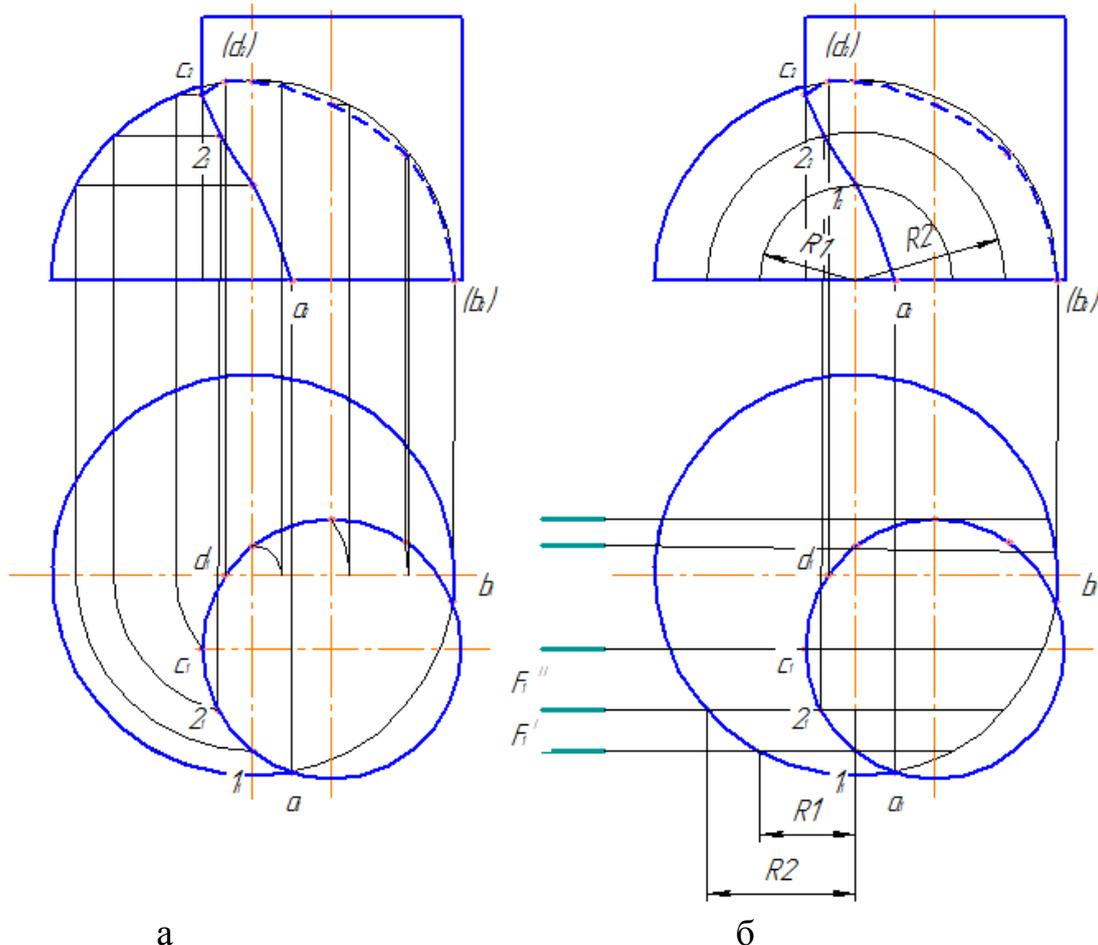


Рисунок 13 – Построение проекций линии пересечения цилиндра и полусферы

- *Оси пересекающихся поверхностей вращения параллельны, т.е. поверхности являются соосными.* Пример решения такой задачи приведен на рисунке 14. При построении линии пересечения двух соосных конусов, большого (с вершиной  $S$  и диаметром  $D$ ) и малого (с вершиной  $s$  и диаметром  $d$ ), вспомогательные секущие плоскости вводят перпендикулярно осям конусов. Секущие плоскости должны быть проецирующими. В результате рассечения обеих поверхностей введенной секущей плоскостью получают линию пересечения, которая на плоскость проекций  $\Pi_2$  проецируется в отрезок, а на плоскость проекций  $\Pi_1$  – в окружности радиусами  $R$  (большого конуса) и  $r$  (малого конуса). Точки пересечения окружностей, образованных рассечением одной секущей плоскостью, являются точками линии пересечения конусов. Вторую проекцию точки строят, спроецировав ее на отрезок (проекцию линии пересечения) в плоскости  $\Pi_2$ . Затем определяют видимость проекций точек. На плоскости проекций  $\Pi_1$  боковая поверхность конусов является видимой, следовательно все геометрические вели-

чины (точки, линии), находящиеся на ней, будут видимыми. Чтобы определить видимость на плоскости проекций  $\Pi_2$  смотрят на изображение на плоскости проекций  $\Pi_1$  снизу. Видимой является ближняя по направлению взгляда половина боковой поверхности конуса.

Таким образом, границей видимости является горизонтальная осевая линия проекции конуса. Все геометрические величины, проекции которых находятся в нижней половине горизонтальной проекции конуса (круга), на плоскости проекций  $\Pi_2$  будут видимыми. При определении видимости проекций точек линии пересечения, видимость каждой точки рассматривают относительно обеих поверхностей. Точка является видимой, если она видимая относительно каждой поверхности. Видимость самой линии пересечения определяют по видимости точек, через которые она проводится.

Приступая к решению задачи, сначала определяют характерные точки. Ими являются самые низкие и высокая точки линии пересечения. Проекции низких точек *a* и *b* определяют по пересечению проекций оснований большого и малого конусов (окружности диаметрами *D* и *d*). Проекция высокой точки *c* строят на пересечении соответствующих проекций образующих большого (отрезок [*S*, 2]) и малого (отрезок [*s*, 3]) конусов. Для построения проекций промежуточных точек секущие плоскости вводят в пределах высокой и низких точек линии пересечения. Для более точного построения линии пересечения строят несколько промежуточных точек, для чего вводят ряд секущих плоскостей. Пример построения проекций промежуточной точки *1* приведен на рисунке 14. Далее определяют видимость точек и строят линию пересечения с учетом видимости.

Приступая к решению задачи 8 анализируют характер заданных поверхностей с целью определения способа решения задачи. Определяют и обозначают латинскими строчными буквами характерные точки линии пересечения поверхностей – высокую и низкие точки. Далее, введя дополнительные секущие плоскости, выполняют построения проекций ряда промежуточных точек, которые обозначают арабскими цифрами. При обводке проекций линии выреза (окна) воспользуйтесь лекалом. Обводку линии производите с учетом видимости. Рекомендуется линию пересечения обводить цветным карандашом.

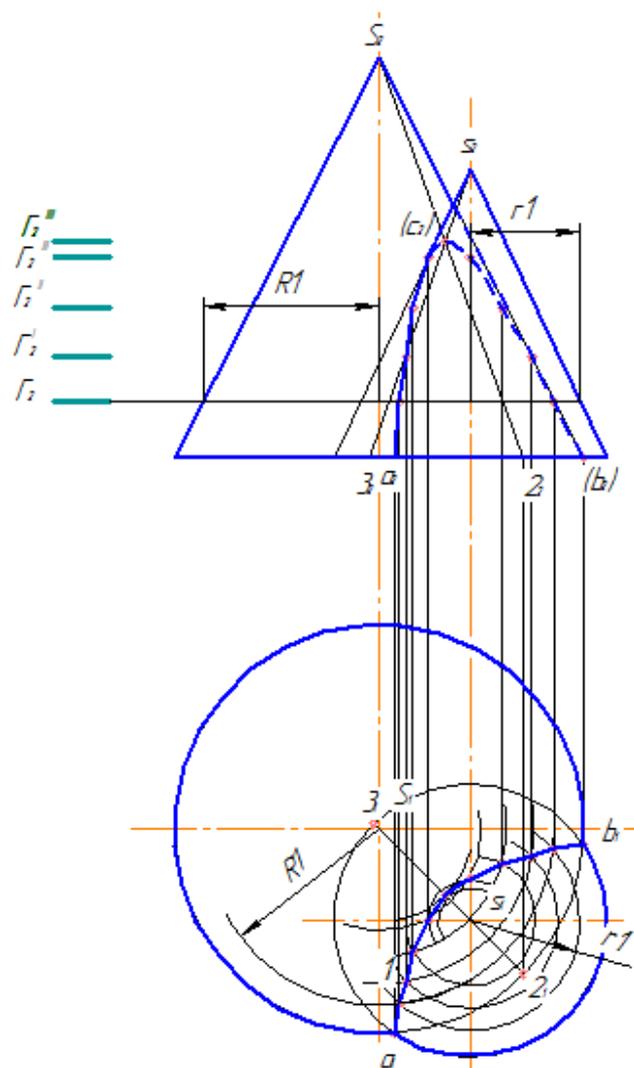


Рисунок 14 – Построение линии пересечения соосных поверхностей

Следы вспомогательных секущих плоскостей следует обозначить, линии построения (сплошные тонкие линии) – сохранить.

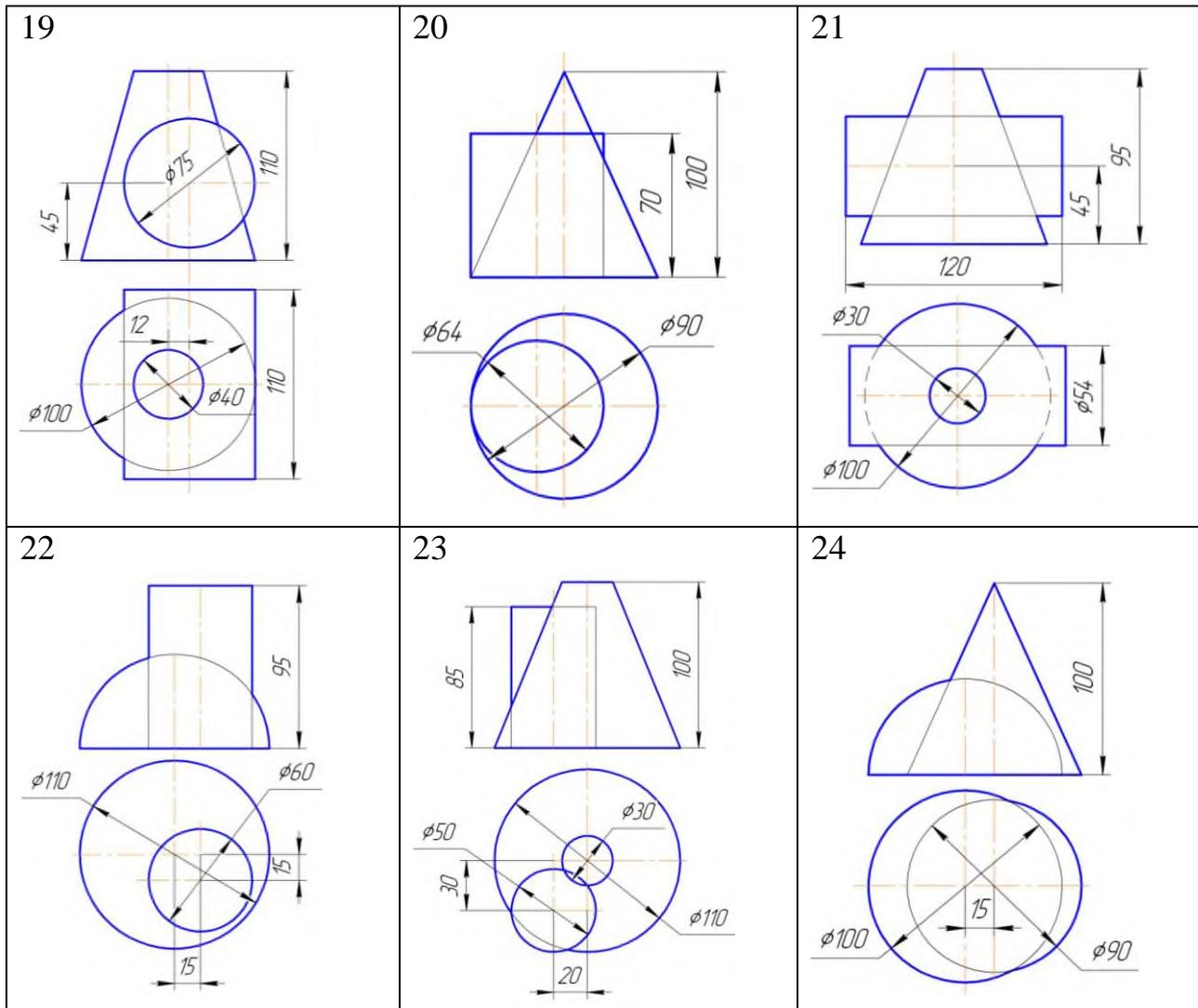
Таблица 6 – Данные к задаче 8

|          |          |          |
|----------|----------|----------|
| <p>1</p> | <p>2</p> | <p>3</p> |
| <p>4</p> | <p>5</p> | <p>6</p> |
| <p>7</p> | <p>8</p> | <p>9</p> |

Продолжение таблицы 6

|           |           |           |
|-----------|-----------|-----------|
| <p>10</p> | <p>11</p> | <p>12</p> |
| <p>13</p> | <p>14</p> | <p>15</p> |
| <p>16</p> | <p>17</p> | <p>18</p> |

Продолжение таблицы 6



**3.9 Задача 9 «Построение третьего вида по двум данным. Построение наложенного и вынесенного сечения»**

**Задание:** Построить третье изображение детали по двум данным, выполнить полезные разрезы. Построить натуральную величину наклонного сечения, предварительно выполнив наложенное сечение. Данные к заданию приведены в таблице 7. Пример выполнения задания приведен в приложении Ж.

**Решение:** В данном задании применяют сложные ступенчатые и ломаные разрезы и сечения наклонной плоскостью. Они регламентированы ГОСТ 2.305-68. Разрез – изображение предмета мысленно рассеченного одной или несколькими плоскостями, при этом мысленное рассечение предмета относится только к данному разрезу и не влечет за собой изменения других изображений того же предмета.

На разрезе показывают то, что получается в секущей плоскости и что расположено за ней. Плоскости мысленного рассечения предмета называют секу-

щими плоскостями. Секущую плоскость выбирают, чтобы можно было наиболее полно показать внутренние формы предмета.

На чертежах положение секущей плоскости разреза обозначают разомкнутой линией со стрелками и прописными буквами русского алфавита. Стрелки указывают направление взгляда при проецировании. Над изображением – разрезом делают надпись по типу А-А.

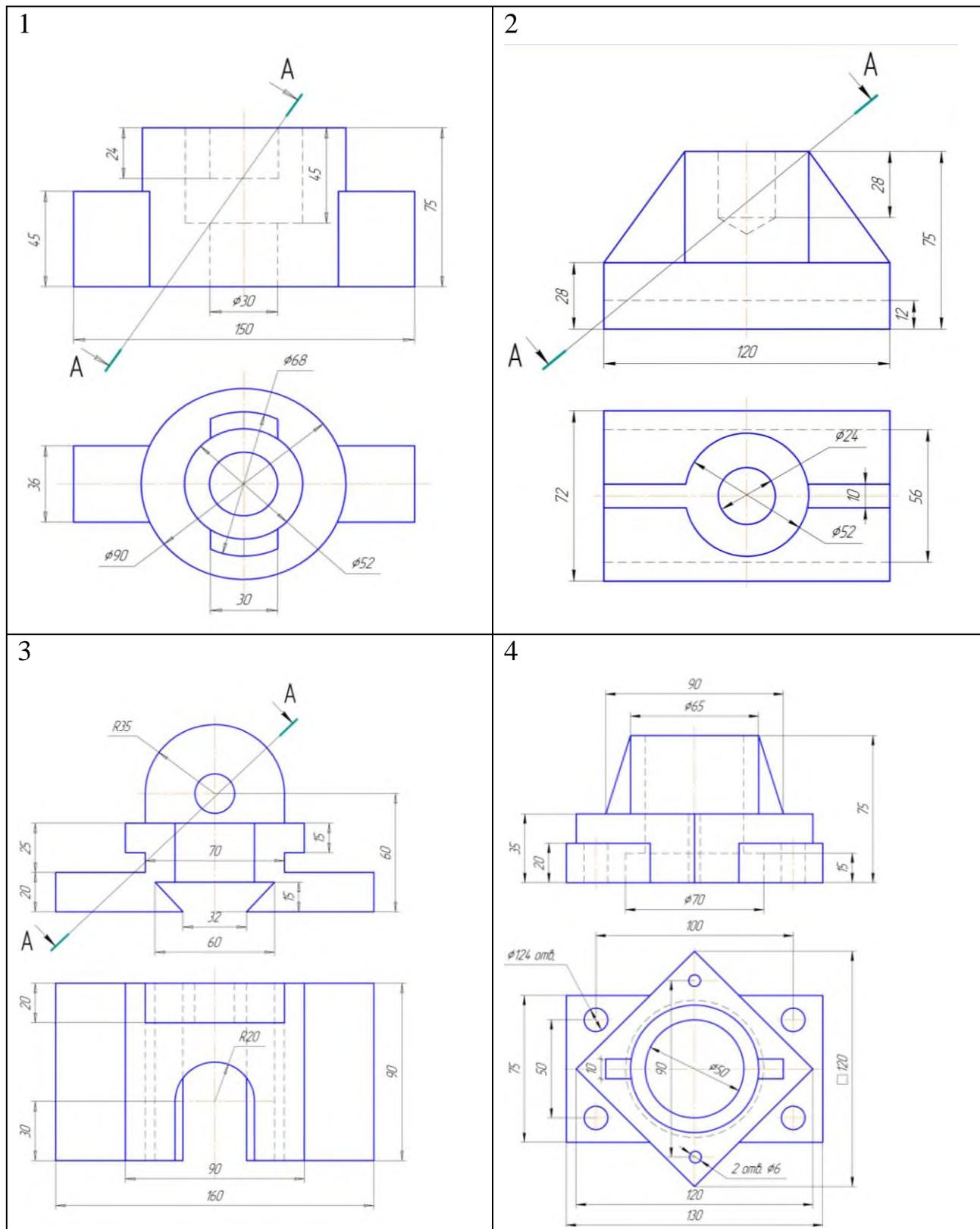
Если секущая плоскость разреза – горизонтальная, фронтальная или профильная – совпадает с плоскостью симметрии предмета, а соответствующие изображения расположены на одном и том же листе в непосредственной связи и не разделены другими изображениями, то положение секущей плоскости не обозначают и разрез не подписывают.

Сечение – изображение предмета мысленно рассеченного плоскостью, при этом в сечении показывают только то, что попадает непосредственно в секущую плоскость, следовательно разрез включает в себя сечение.

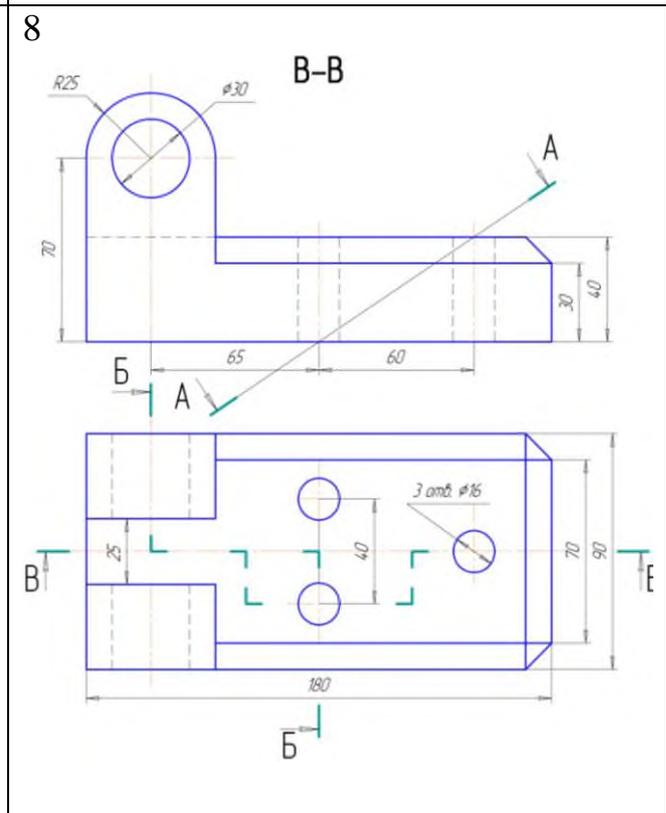
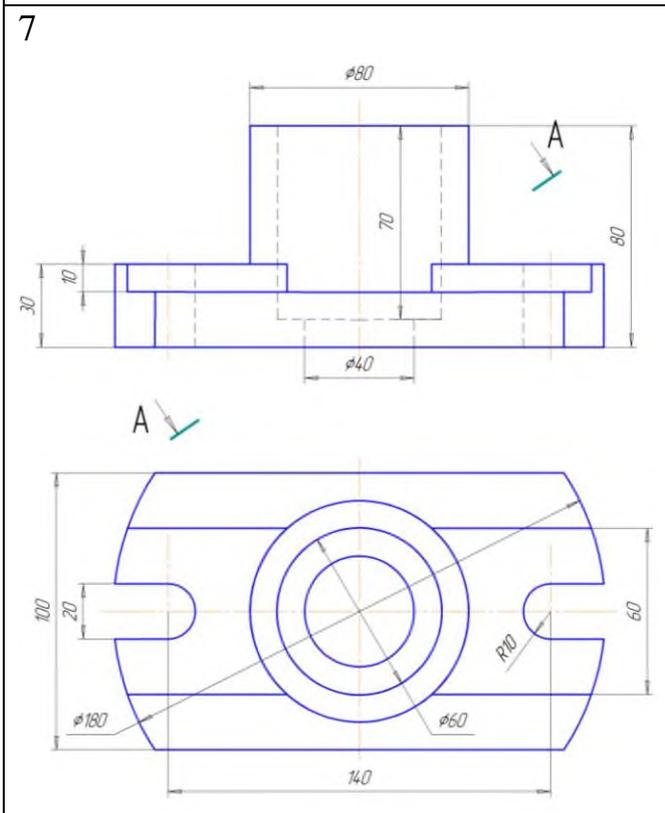
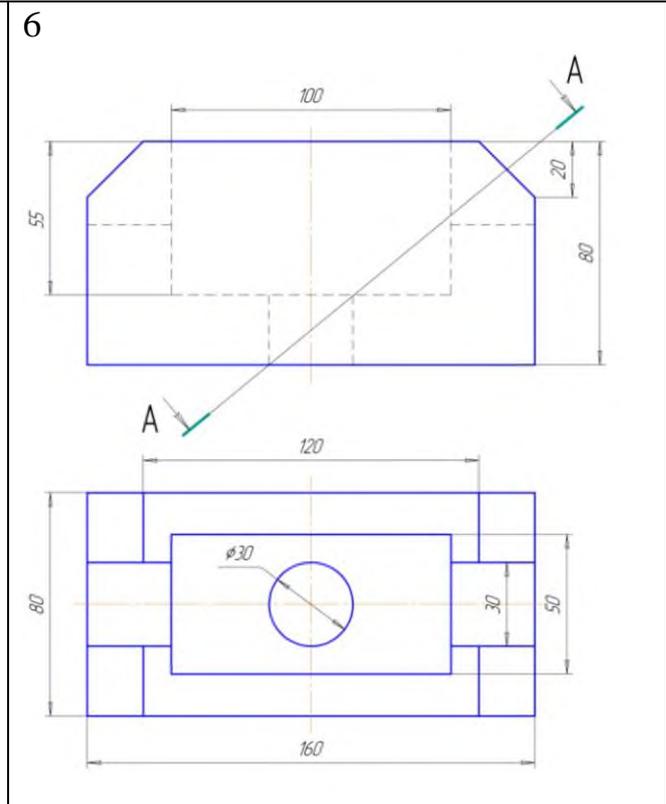
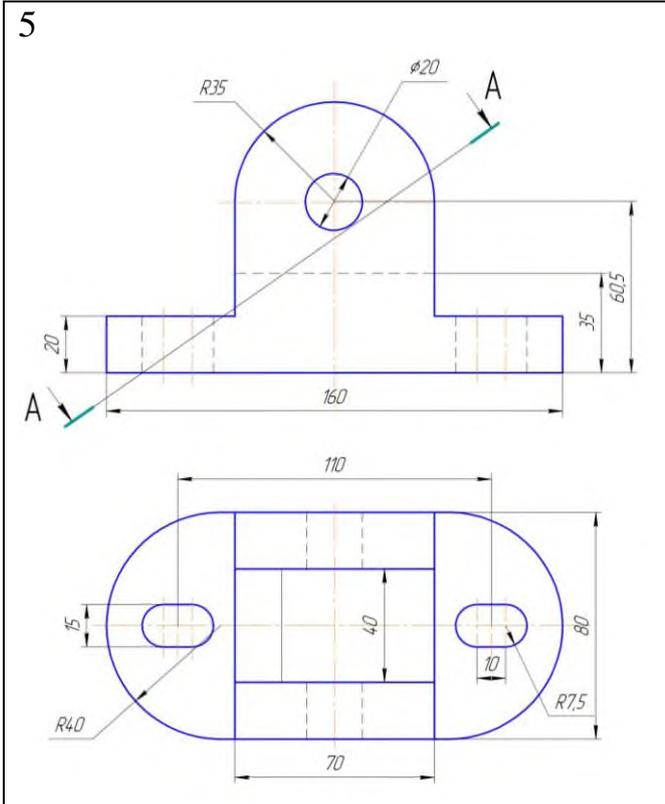
Сечения в зависимости от расположения их на чертеже делятся на наложенные и вынесенные. Наложённые сечения изображаются непосредственно на изображении предмета. Вынесенные сечения могут располагаться на свободном поле чертежа или в разрыве изображения предмета.

Контур вынесенного сечения изображается сплошными основными линиями. Контур наложенного сечения выполняется сплошными тонкими линиями, причем контур изображения предмета в месте расположения сечения не прерывается. Сечения по построению и расположению должны соответствовать направлению, указанному стрелками.

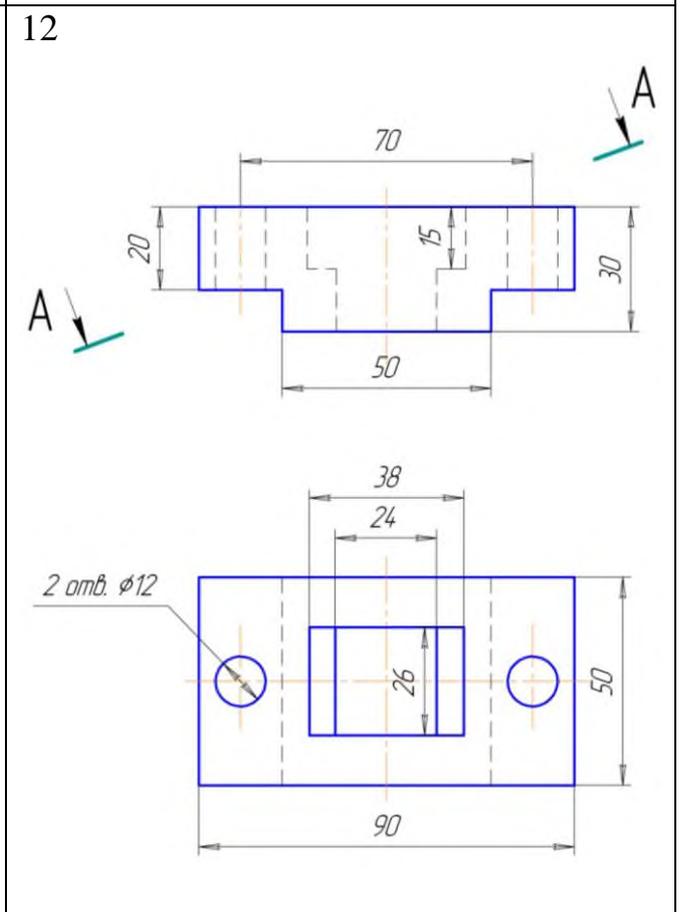
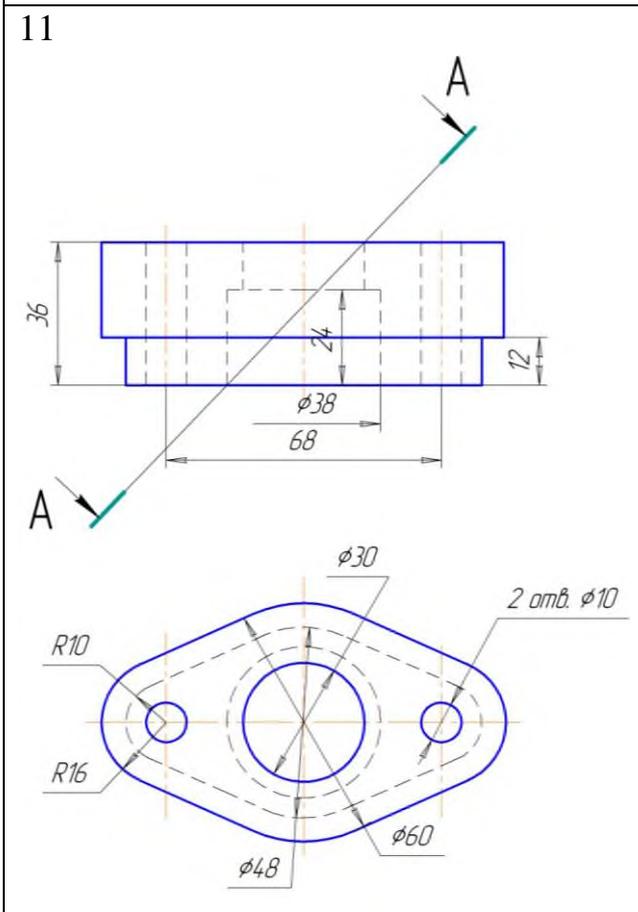
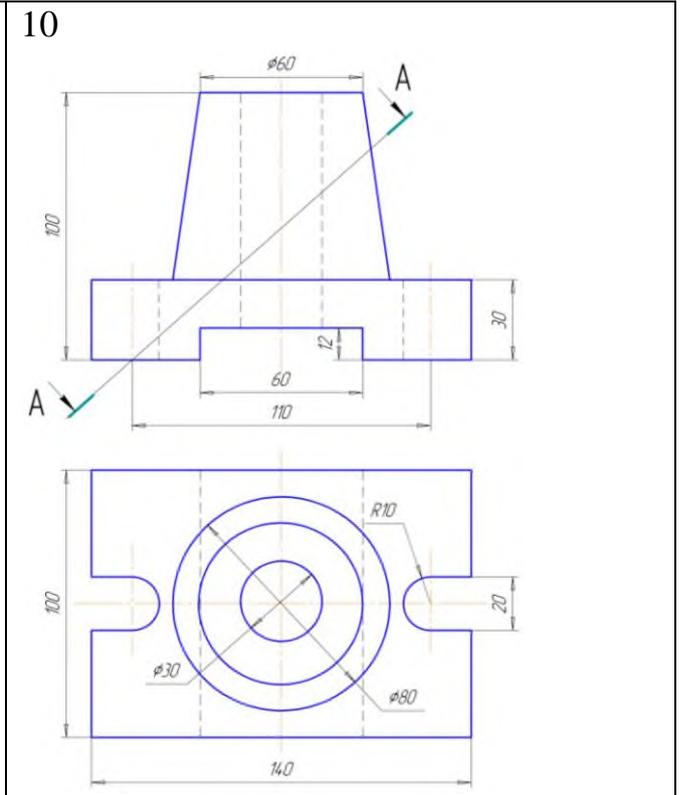
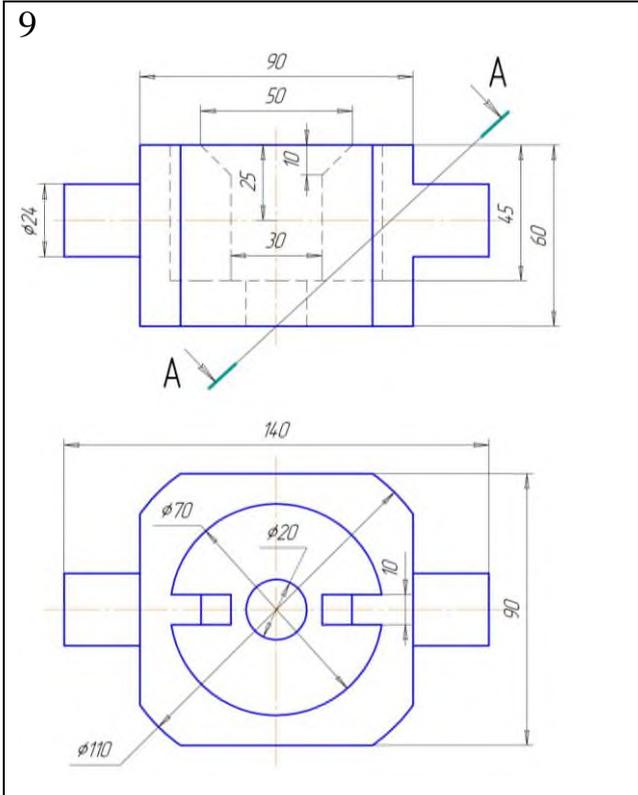
Таблица 7 – Данные к задачам 9 и 10



Продолжение таблицы 7

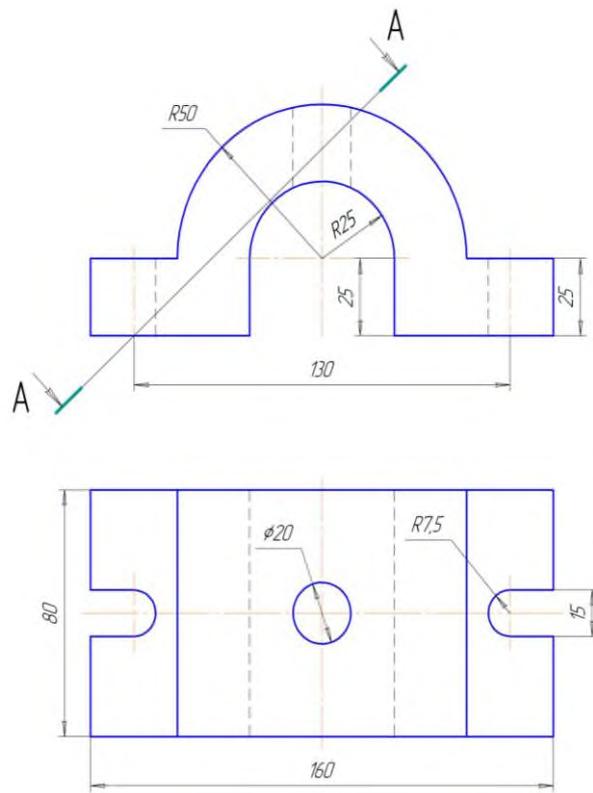


Продолжение таблицы 7

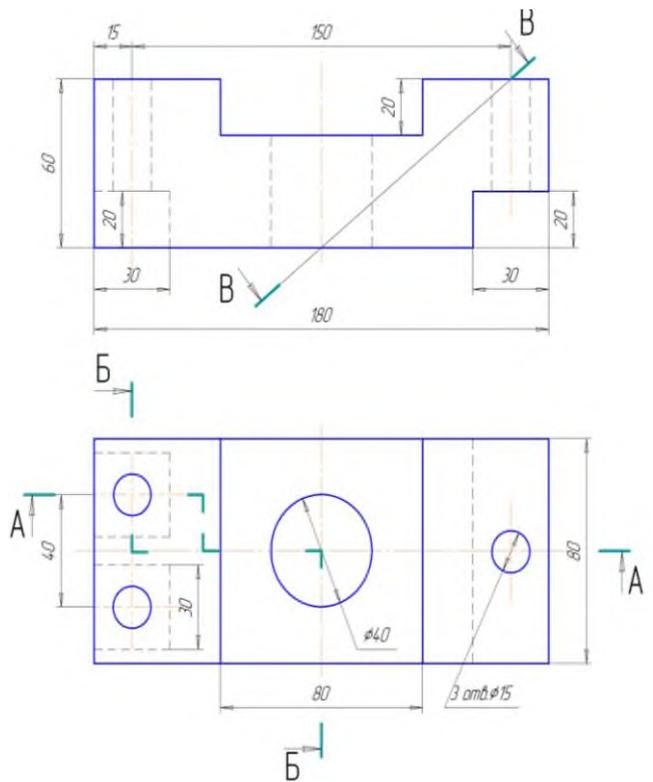


Продолжение таблицы 7

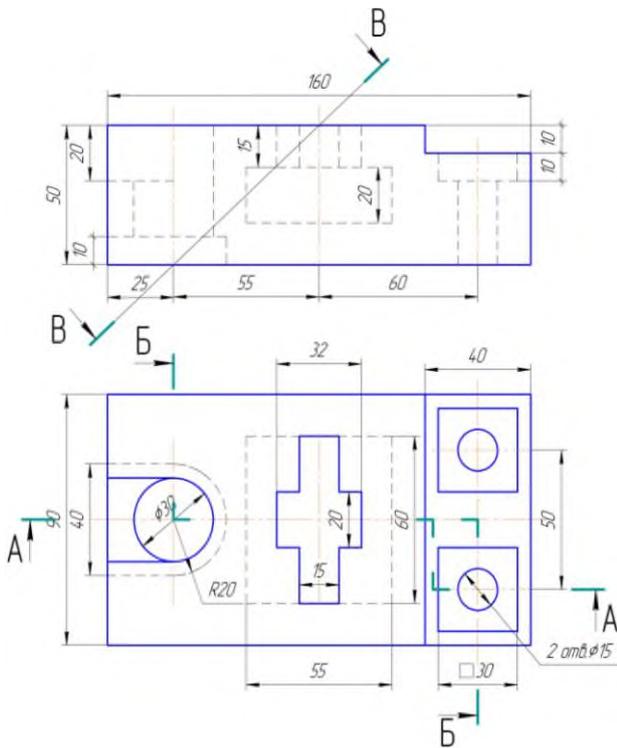
13



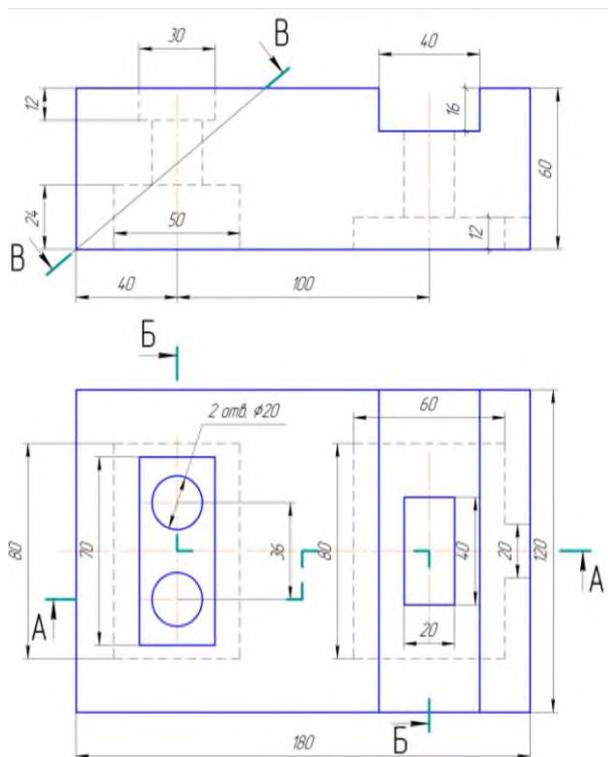
14



15

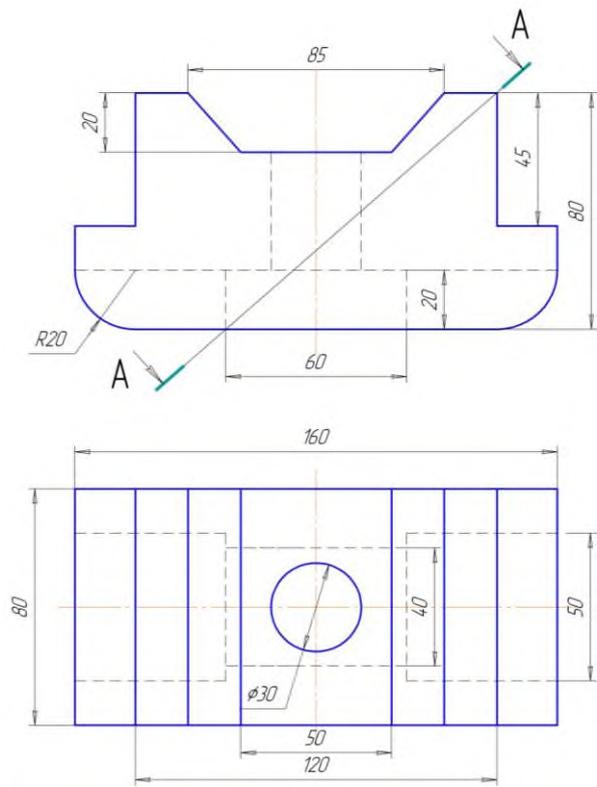


16

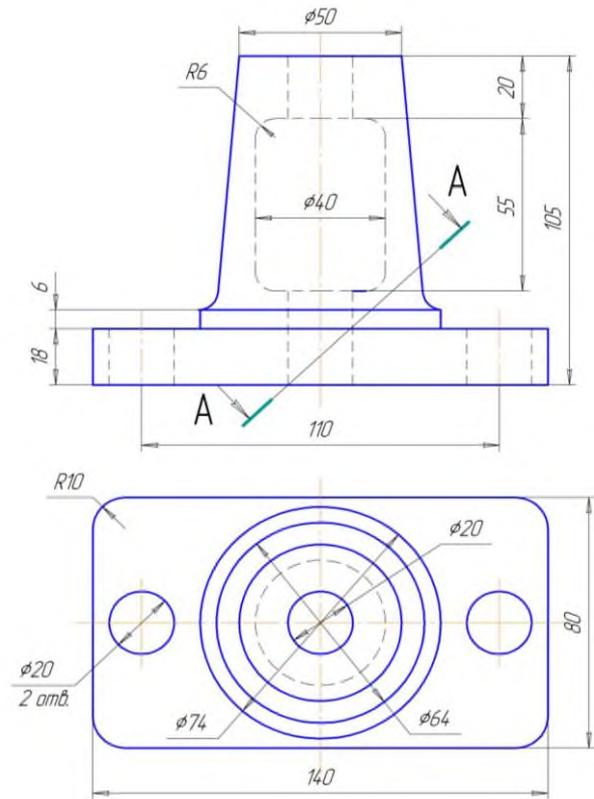


Продолжение таблицы 7

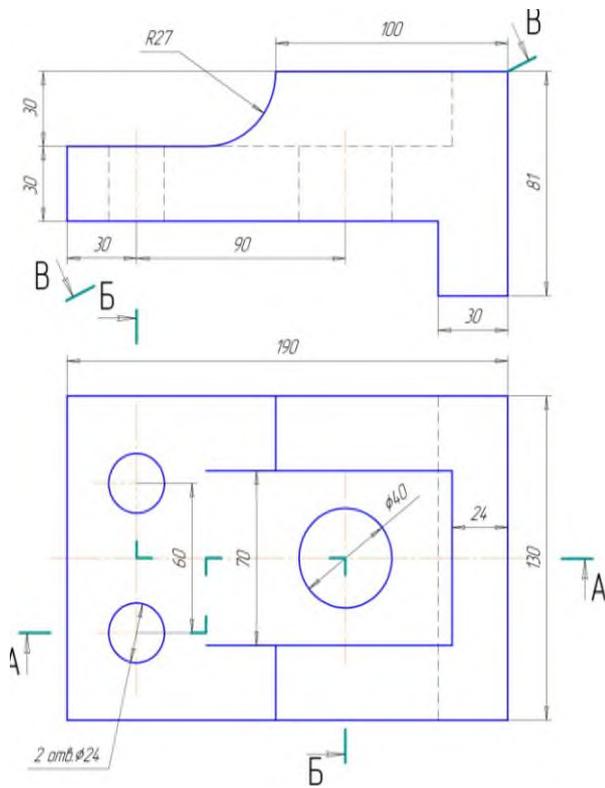
17



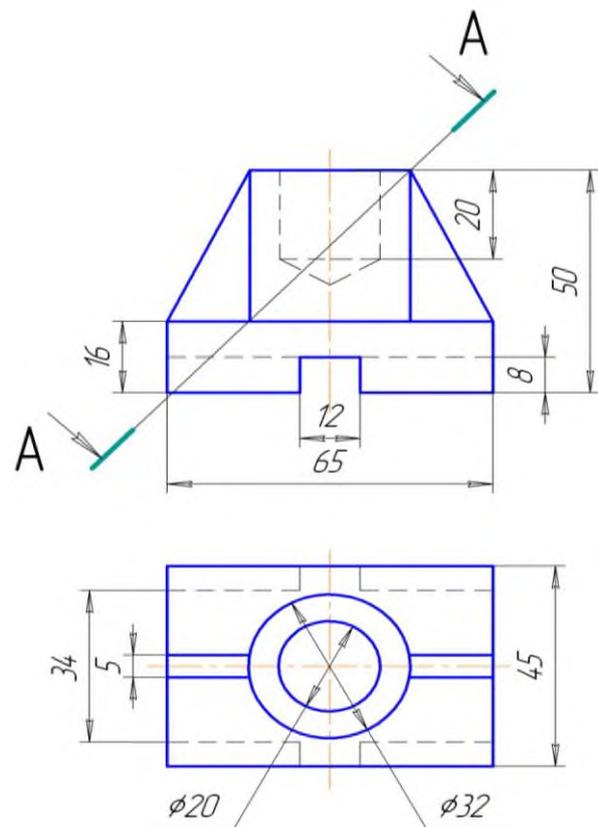
18



19



20





### 3.10 Задача 10 «АксонOMETрическое проецирование»

**Задание:** Построить наглядное изображение детали в аксонометрической проекции. Выполнить вырез четверти. Данные к заданию приведены в таблице 7. Пример выполнения задания приведен в приложении 3.

**Решение:** Комплексный чертеж не создает достаточно полного представления о предмете, то в дополнение к нему выполняется более наглядное изображение – *аксонометрия предмета*. Слово «аксонометрия», в переводе с греческого, означает измерение по осям.

Сущность метода аксонометрического проецирования состоит в следующем: предмет в пространстве относят к прямоугольной системе координатных осей (декартовой системе координат), а затем вместе с осями проецируют на некоторую плоскость, плоскость аксонометрических проекций. Направление проецирования при этом выбирают непараллельное координатным осям. Полученный в плоскости чертеж называется *аксонометрическим*. Полученная проекция отражает три измерения предмета и является обратимым чертежом.

На практике используют аксонометрические проекции, которые кроме наглядности изображения обеспечивают простоту построения. К ним относятся *прямоугольные аксонометрические проекции: изометрия и диметрия*, а также *косоугольные аксонометрические проекции: фронтальная диметрия и горизонтальная изометрия*.

Наиболее распространенной и простой в исполнении считается *прямоугольная изометрическая проекция*.

В прямоугольной аксонометрической проекции коэффициенты искажения по всем трем осям одинаковы и считаются равными 1. Каждый отрезок, направленный по осям  $OX$ ,  $OY$ ,  $OZ$ , или параллельно им, сохраняет свою величину. Расположение осей показано на рисунке 15.

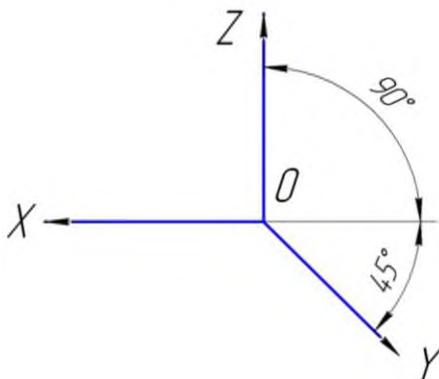


Рисунок 15 – Расположение осей в прямоугольной изометрической проекции

При построении аксонометрических проекций машиностроительных деталей часто приходится иметь дело с построением аксонометрических проекций окружностей. В большинстве случаев окружности лежат в плоскостях, параллельных какой-либо из координатных плоскостей. Рассмотрим примеры построения окружностей в прямоугольной изометрической проекции.

Представим себе окружности, вписанные в грани куба. На рисунке 16 представлены проекции куба в изометрии.

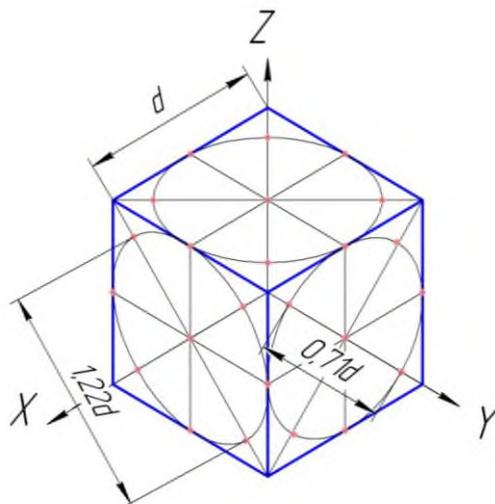


Рисунок 16 – Изображение окружностей в изометрической проекции

Окружность, вписанная в грани куба, касается его ребер в их середине. Из свойств параллельного проецирования известно, что если точка на отрезке делит его длину в заданном отношении, то и проекция точки делит одноименную проекцию отрезка в том же отношении. Значит, в аксонометрических проекциях точки касания эллипсов, в которые преобразуются окружности, будут находиться также в середине ребер куба. Кроме этих четырех точек можно указать еще четыре. В прямоугольных проекциях направления большой оси эллипсов перпендикулярны свободным аксонометрическим осям, а малые оси совпадают с ними по направлениям.

Для изометрии величина большого диаметра эллипса равна  $1,22d$  окружности, малого диаметра –  $0,71d$ .

При построении аксонометрических изображений в изометрической проекции эллипсы можно заменить овалами.

Построение аксонометрических проекций необходимо выполнять с использованием рациональных приемов построения, чтобы избежать лишней работы. Обычно изображение начинают строить с характерной части предмета, а затем последовательно пополняют его недостающими элементами. Если деталь или изделие показывают с разрезом, то во многих случаях целесообразно начинать построение с вычерчивания всех контурных линий сечения детали в плос-

кости разреза. При этом отпадает необходимость изображения «вырезанной» части предмета.

Наклон линий штриховки в разрезах принимается для изометрической проекции согласно схеме, представленной на рисунке 17.

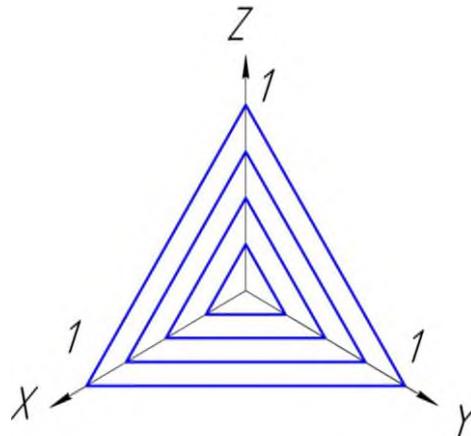


Рисунок 17 – Схема штриховки разрезов в изометрии.

## Библиографический список

- 1 Начертательная геометрия. Задачи и решения: Учебное пособие/ А.Н. Лызлов, М.В. Ракитская, Д.Е. Тихонов – Бугров СПб.: Лань, 2011
- 2 Начертательная геометрия: Решение задач: Учебное пособие/ Ю.А. Зайцев, М.: Дашков и К, 2009
- 3 Начертательная геометрия и черчение: Учебник/ А.А. Чекмарев. – М.: Высшее образование, 2006. – 471 с.
- 4 Справочник по машиностроительному черчению/ А.А. Чекмарев, В.К. Осипов. – 8-е изд., стер. – М.: Высшая школа, 2008. – 493 с.
- 5 Начертательная геометрия: Учебник/ К.Н. Соломонов, Е.Б. Бусыгина, О.Н. Чиченева. – М. «МИСИС»: ИНФРА-М, 2004. – 160 с.
- 6 Единая система конструкторской документации. Общие правила выполнения чертежей, сборник ГОСТов. – М.: Издательство стандартов, 1991.
- 7 КОМПАС 3D V8. Руководство пользователя, в 3х томах – Санкт-Петербург: АО АСКОН, 2005.
- 8 КОМПАС-ГРАФИК 5.X. Практическое руководство, в 2х частях, часть 1.- Санкт-Петербург: АО АСКОН, 2000.

**Приложение А**  
**Пример оформления титульного листа**

*МИНИСТЕРСТВО НАУКИ и ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ  
Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
"Национальный исследовательский технологический  
университет "МИСиС"  
Новотроицкий филиал*

*Факультет заочного обучения  
Кафедра МТнО  
Направление: 22.03.02 "Металлургия"*

**КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА**

*по дисциплине: "Начертательная геометрия и инженерная графика".*

*Вариант: 02  
Группа: БМТ-19з  
Выполнил: А.П. Петров  
Проверил: В.Н. Табельская*

*Новотроицк, 2019г.*

## Приложение Б

### Пример заполнения основной надписи

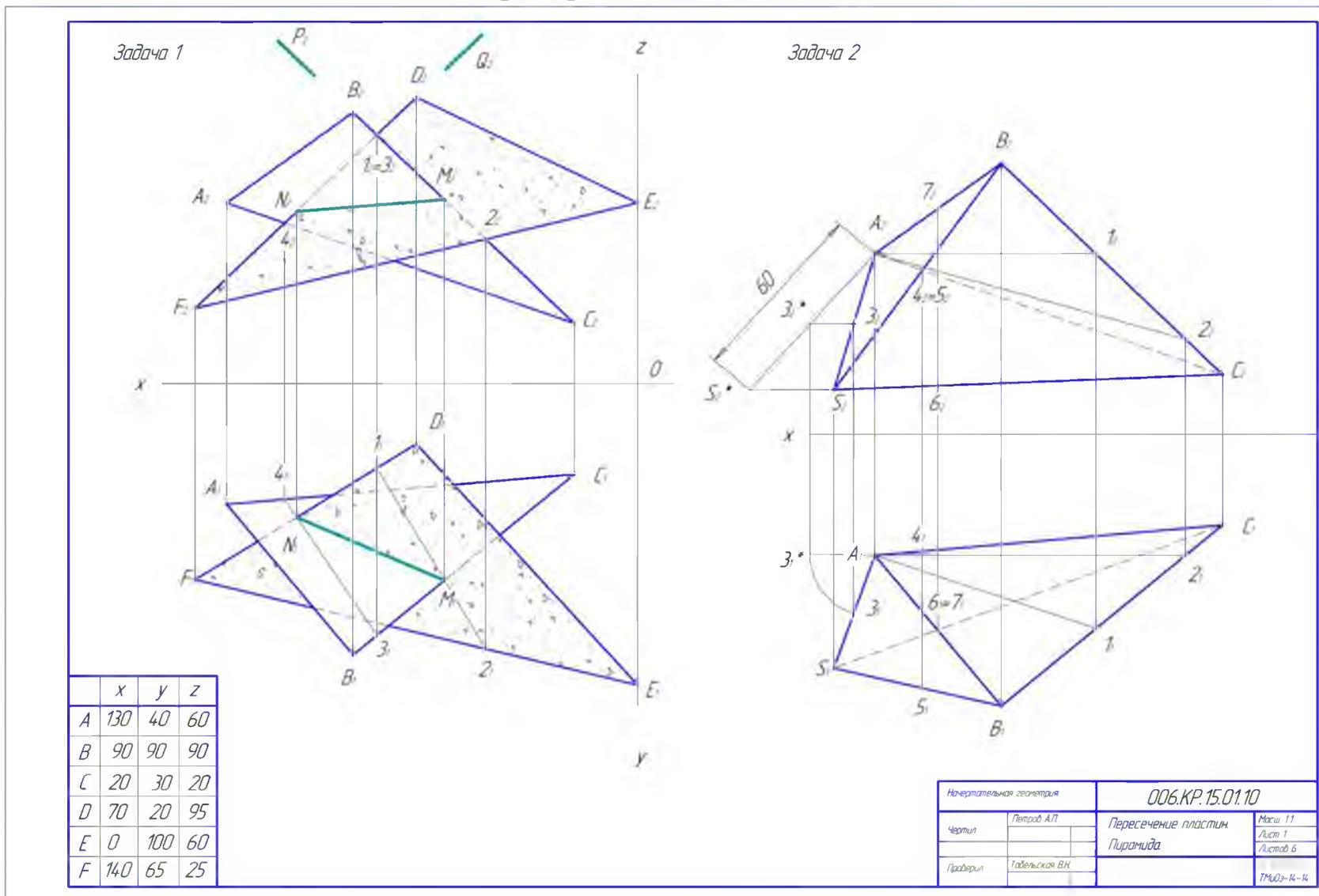
|                            |                         |                                 |  |                          |
|----------------------------|-------------------------|---------------------------------|--|--------------------------|
| <i>Название дисциплины</i> |                         | <i>XXX. XX. XX. XX. XX</i>      |  |                          |
| <i>Чертил</i>              | <i>Фамилия студента</i> | <i>Название задачи</i>          |  | <i>Масштаб</i>           |
|                            |                         |                                 |  | <i>Лист (по порядку)</i> |
| <i>Проверил</i>            | <i>Фамилия препод.</i>  | <i>Уч. заведение<br/>Группа</i> |  | <i>Листов (всего)</i>    |
|                            |                         |                                 |  | <i>40</i>                |
| <i>22</i>                  |                         | <i>20</i>                       |  | <i>40</i>                |
| <i>50</i>                  |                         | <i>120</i>                      |  |                          |

*Код кафедры*      *Вид работы*      *Год выполнения работы*      *Номер задания*      *Номер варианта*

|                                 |                        |   |  |                  |
|---------------------------------|------------------------|---|--|------------------|
| <i>Начертательная геометрия</i> |                        | <i>006.Кр.15.01.10</i>                    |  |                  |
| <i>Чертил</i>                   | <i>Петров А.П.</i>     | <i>Пересечение пластин.<br/>Пирамида.</i> |  | <i>Масш. 1:1</i> |
|                                 |                        |   |  | <i>Лист 1</i>    |
| <i>Проверил</i>                 | <i>Табельская В.Н.</i> | <i>НФ НИТУ "МИСИС"<br/>ТМУОЗ-14-14</i>    |  | <i>Листов 6</i>  |
|                                 |                        |   |  |                  |

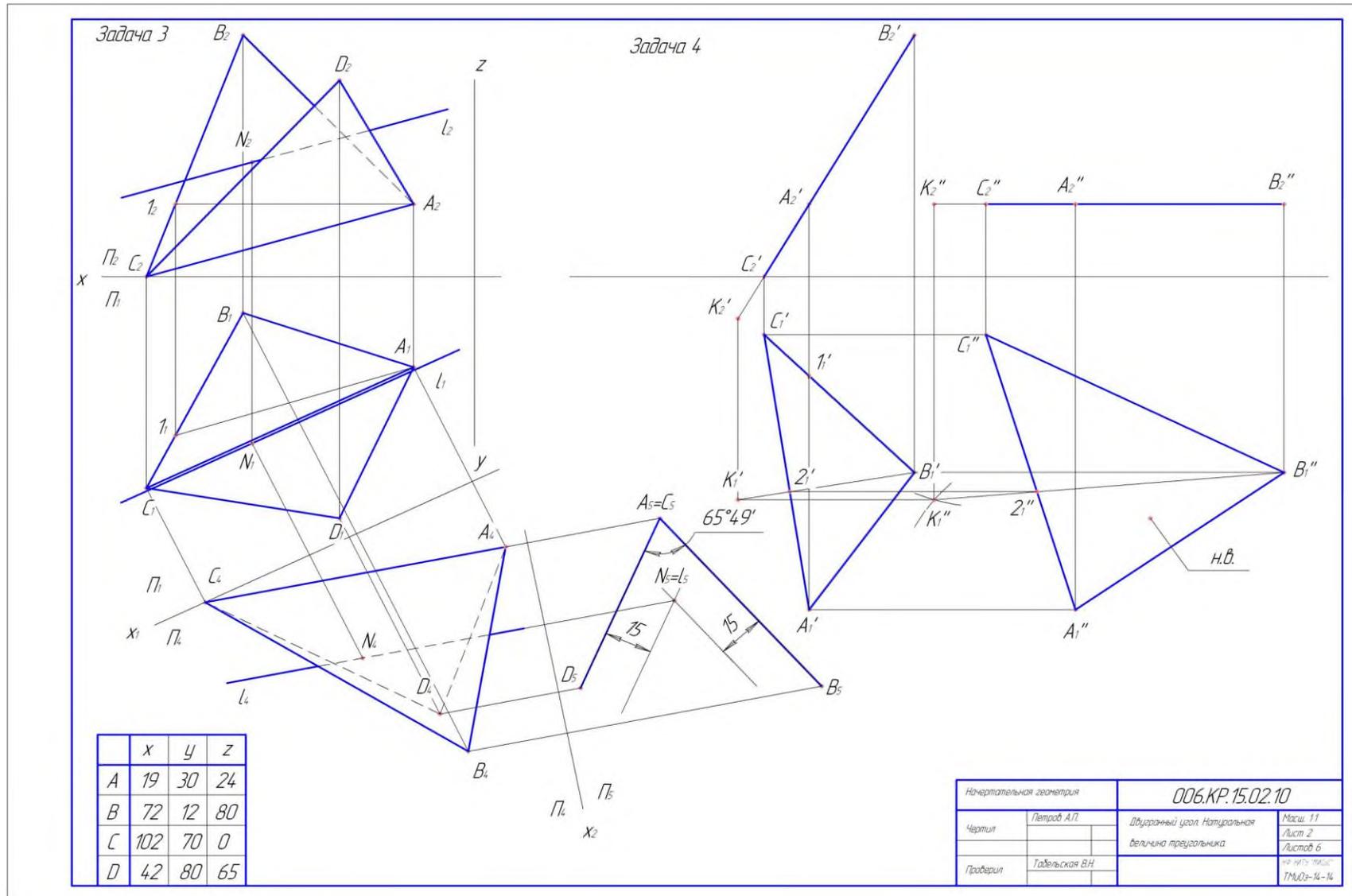
## Приложение В

### Пример выполнения листа 1

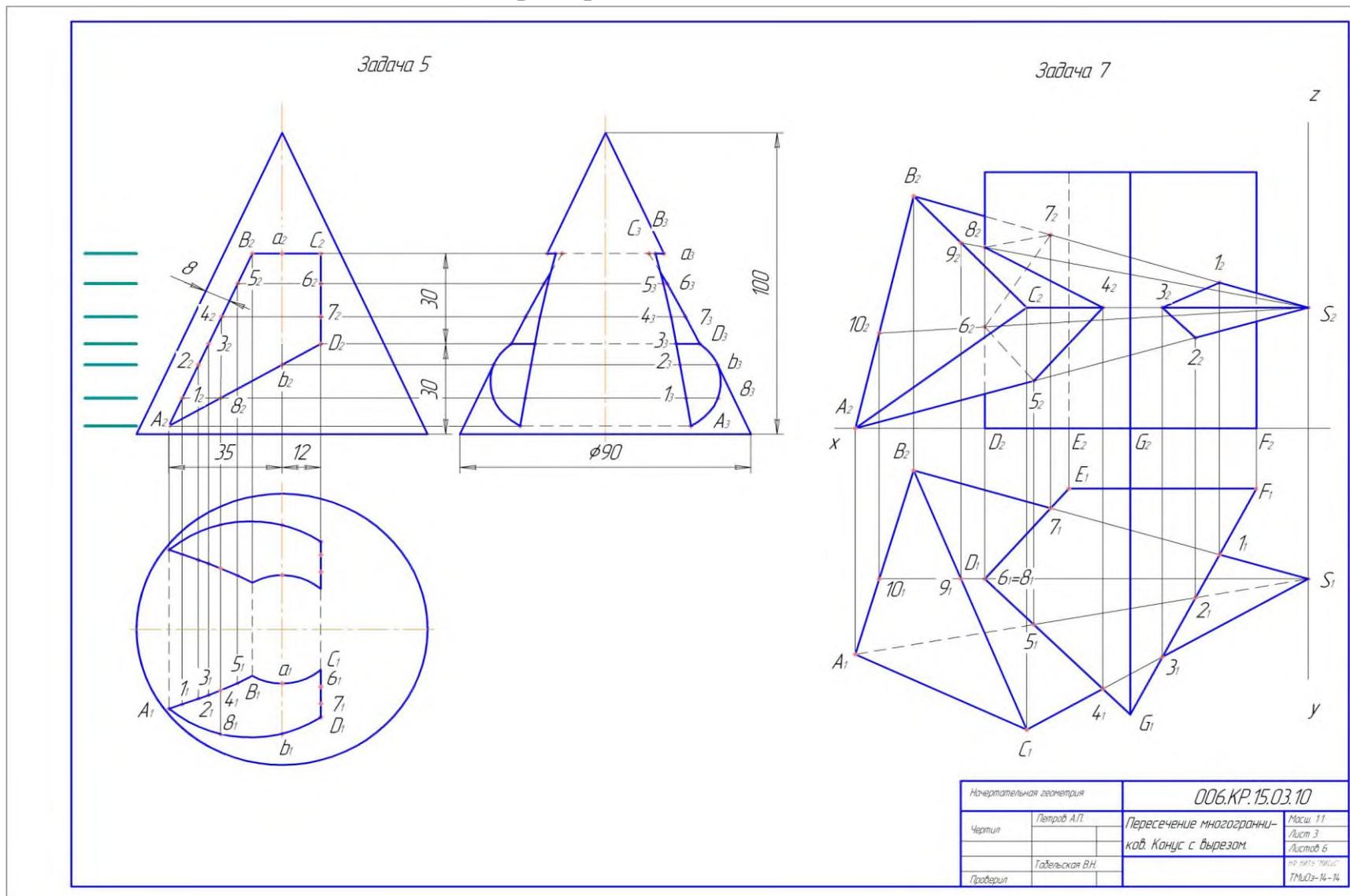


## Приложение Г

### Пример выполнения листа 2

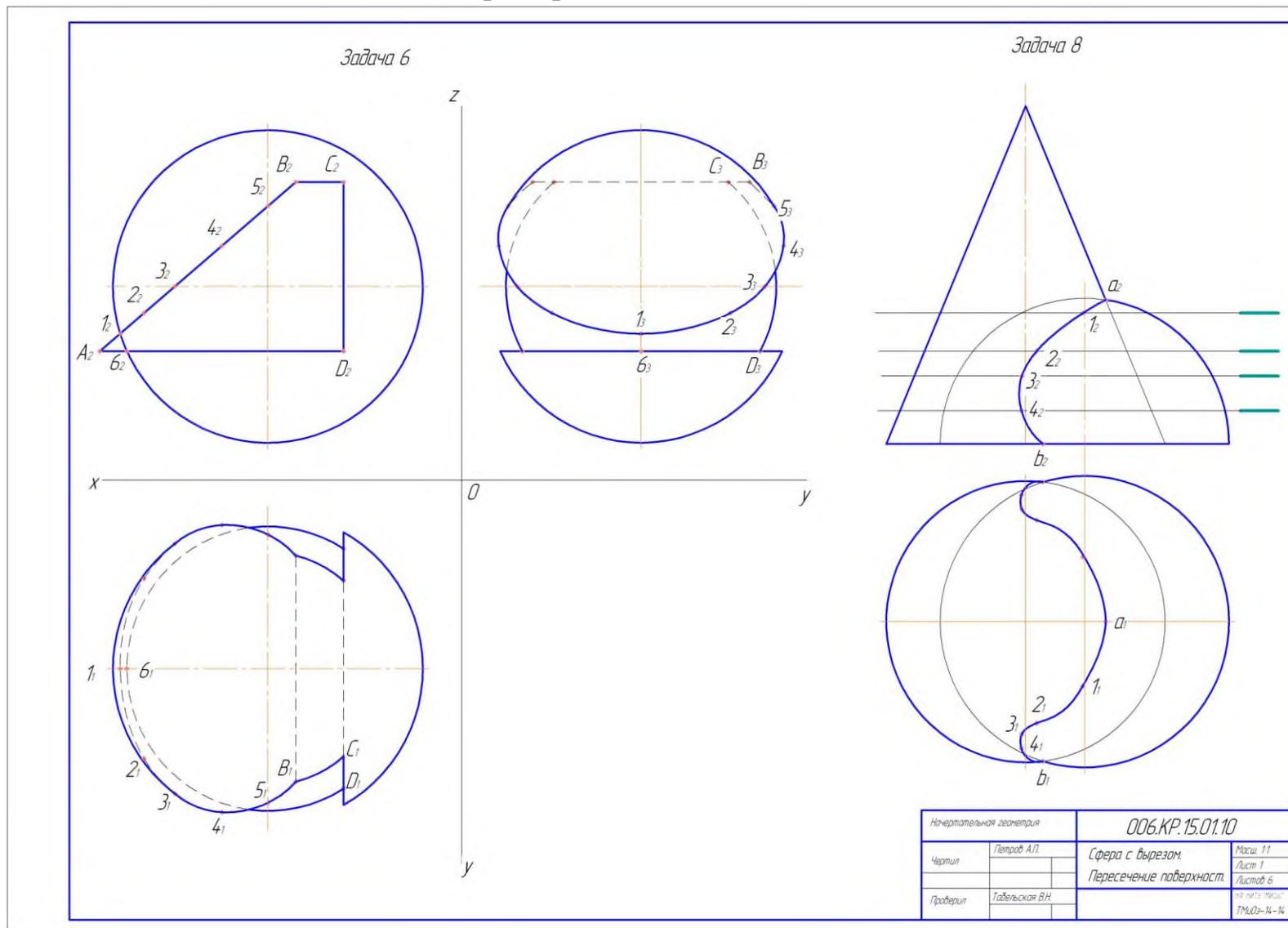


## Приложение Д Пример выполнения листа 3

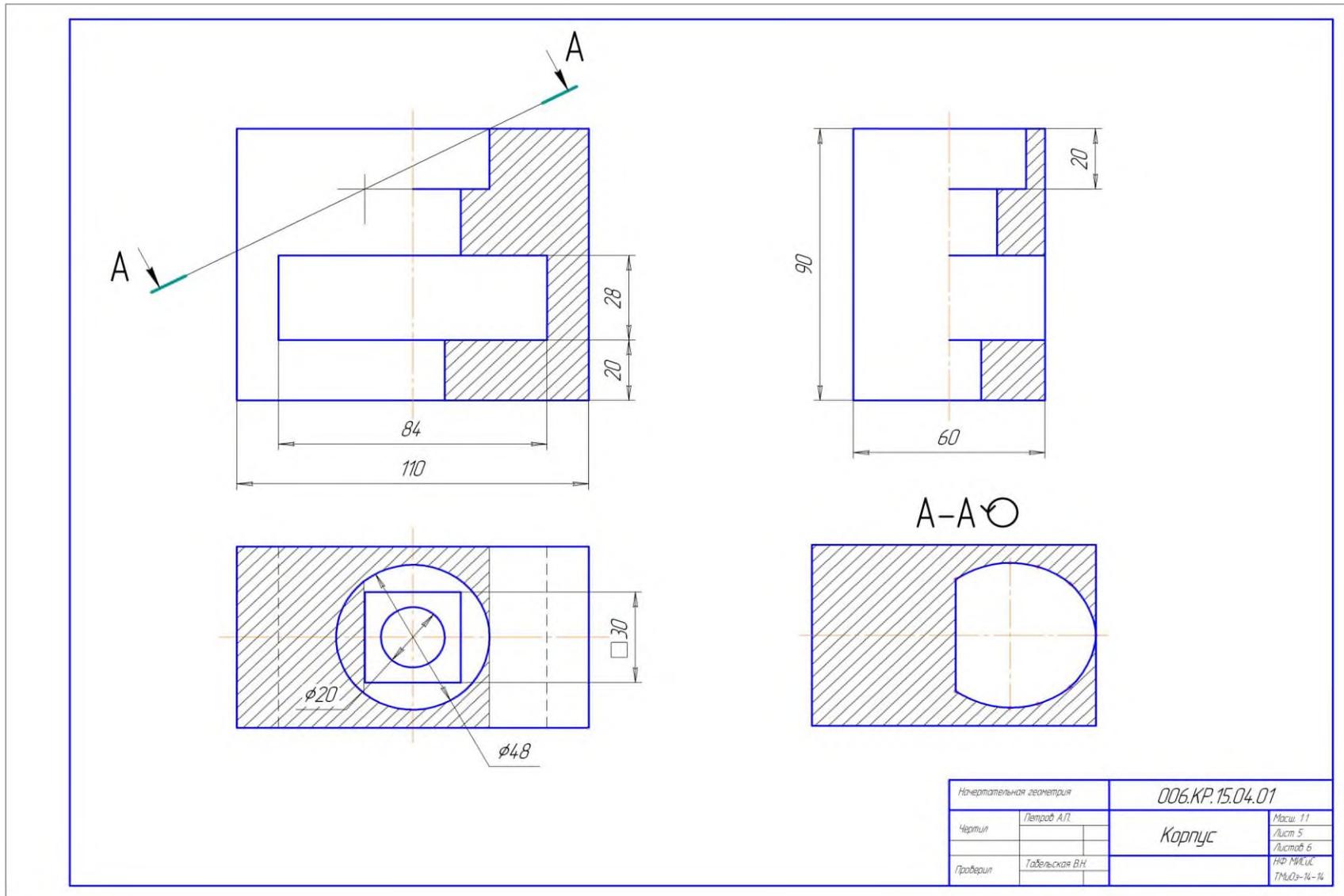


## Приложение Е

### Пример выполнения листа 4



**Приложение Ж**  
**Пример выполнения листа 5**



### Приложение 3 Пример выполнения листа 6

|                          |                 |                 |                          |
|--------------------------|-----------------|-----------------|--------------------------|
| Нечертательная геометрия |                 | 006.КР.15.06.01 |                          |
| Чертил                   | Петров А.П.     | <i>Карпус</i>   | Масш. 1:1                |
|                          |                 |                 | Лист 6                   |
| Проверил                 | Табельская В.Н. |                 | ИР НИИ.С.<br>ТМ.03-14-14 |

ТАБЕЛЬСКАЯ ВЕРА НИКОЛАЕВНА

**НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ. ИНЖЕНЕРНАЯ ГРАФИКА.  
ЧАСТЬ 1.**

Методические указания

для студентов, обучающихся по направлениям 22.03.02 Metallургия, 15.03.02 Технологические машины и оборудование, 13.03.01 Теплоэнергетика и теплотехника, 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника, 18.03.01 Химическая технология, 09.03.03 Прикладная информатика, очной и заочной формы обучения.

|   |                                  |                 |
|---|----------------------------------|-----------------|
| Подписано в печать<br>21.10.2020 г.       |                                  |                 |
| Формат 60x90 $\frac{1}{16}$<br>Рег. № 160 | Печать цифровая<br>Тираж 10 экз. | Уч.-изд.л. 4,19 |

ФГАОУ ВО

Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС»

Новотроицкий филиал

462359, Оренбургская обл., г. Новотроицк, ул. Фрунзе, 8.

E-mail: [nfmisis@yandex.ru](mailto:nfmisis@yandex.ru)

Контактный тел. 8 (3537) 679729.

