МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«МИСиС»
НОВОТРОИЦКИЙ ФИЛИАЛ

Кафедра прикладной информатики и
управляющих систем автоматики

Л.Г.Чернова

ПАКЕТЫ ПРИКЛАДНЫХ ПРОГРАММ
MathCad

ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ

Новотроицк, 2012 г

УДК 681.31: 378
ББК 32.97+74.58
Ч-49

Рецензенты:

Зав. кафедрой вычислительной техники и прикладной математики ФГБОУ ВПО «Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова», профессор д.т.н.
Д.Х. Девятов

Доцент кафедры вычислительной техники и прикладной математики ФГБОУ ВПО «Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова», к.т.н.
А.Н. Калитаев

Чернова Л.Г. Пакеты прикладных программ. MathCad. Лабораторный практикум — Новотроицк: НФ НИТУ «МИСиС», 2012. — 43с.

Лабораторный практикум содержит примеры, упражнения и задания, предназначенные для знакомства с возможностями математического процессора MathCad. Пособие предназначено для использования на лабораторных занятиях при изучении дисциплин «Пакеты прикладных программ», «Информатика (часть II)», «Информационные технологии (часть II)» для студентов всех направлений.

Рекомендовано Методическим советом НФ НИТУ МИСиС.

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ 4

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1 5

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2 15

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3 22

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4 30

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК 42

Предисловие

Лабораторные работы являются составной частью дисциплин «Пакеты прикладных программ», «Информатика (часть II)», «Информационные технологии (часть II)». Они позволяют студентам получить основные навыки работы в математическом процессоре MathCad. Полученные навыки будут использоваться при изучении дисциплин, в процессе освоения которых требуется умение работы в MathCad.

Лабораторные работы проводятся в аудитории, оснащенной вычислительной техникой, с установленным программным обеспечением MathCad.

На лабораторных работах студент должен иметь: данный лабораторный практикум и устройство для хранения результатов работы (USB-носитель или CD).

При выполнении лабораторной работы соблюдайте следующий порядок:

1 изучите теоретический материал и выполните упражнения расположенные в разделе «Теоретическое введение и упражнения»;

2 выполните задания для самостоятельной работы в соответствии с номером варианта (вариант определяется по номеру в списке группы);

3 ответьте на контрольные вопросы, приведенные в конце каждой лабораторной работы.

Защита лабораторной работы выполняется на текущем или следующем занятии.

Порядок защиты лабораторной работы:

1 предъявите преподавателю выполненные задания по текущей работе в электронном виде;

2 устно ответьте на контрольные вопросы и вопросы преподавателя.

Лабораторная работа № 1

Тема: **Знакомство с MathCad. Работа в формульном редакторе**

Цель работы: познакомиться с возможностями среды MathCad; приобрести навыки работы в формульном редакторе Mathcad.

Теоретическое введение и упражнения

Под интерфейсом пользователя подразумевается совокупность средств графической оболочки Mathcad, обеспечивающих легкое управление системой как клавиатурой, так и с помощью мыши.

Под управлением понимается набор необходимых символов, формул, текстовых комментариев и т. д., и возможность полной подготовки в среде Mathcad документов и электронных книг с последующим их запуском в реальном времени.

Пользовательский интерфейс системы создан так, что пользователь, имеющий элементарные навыки работы с Windows-приложениями, может сразу начать работу с Mathcad. Интерфейс системы внешне очень напоминает интерфейс широко известного текстового процессора Microsoft Word 97-2003.

Сразу после запуска система Mathcad готова к созданию документа с необходимыми пользователю вычислениями.

Первая же кнопка панели инструментов (с изображением чистого листка бумаги) **New** (**Новый**) позволяет начать подготовку нового документа. Основную часть экрана занимает окно редактирования, первоначально пустое.

Для организации вычислений в MathCad используются панели, вывод которых можно выполнить:

- с помощью команды **View\Toolbars**;

- используя наборную панель. Кнопки вывода наборных панелей занимают третью сверху строку окна системы. Наборные панели появляются в окне редактирования документов при активизации соответствующих пиктограмм — первая линия пиктограмм управления системой. С их помощью можно вводить в документы практически все известные математические символы и операторы.

Для установки с их помощью необходимого шаблона (объекта) достаточно поместить курсор в желаемое место окна редактирования (красный крестик) и затем активизировать пиктограмму нужного шаблона.

Применение панелей для выбора шаблонов математических знаков очень удобно, поскольку не надо запоминать разнообразные сочетания клавиш, используемые для ввода специальных математических символов.

1 Состав главного меню

Верхняя строка окна приложения содержит указание на имя приложения или текущего открытого окна. Следующая строка содержит позиции главного меню. Их назначение:

File — работа с файлами, сетью Internet и электронной почтой;

Edit — редактирование документов;

View — изменение средств просмотра;

Insert — установка вставок объектов шаблонов (включая графику);

Format— изменение формата объектов;

Tools — работа с Рабочим листом;

Symbolics — выбор операций символьного процессора;

Window — управление окнами приложения;

Help — работа со справочной базой данных о системе.

2 Простейшие приемы работы

В простейшем случае работа с системой Mathcad сводится к подготовке в окне редактирования задания на вычисления и к установке форматов для их результатов. Для этого используются различные приемы подготовки блоков.

Фактически система Mathcad интегрирует три редактора: формульный, текстовый и графический.

2.1 Формульный редактор

Для запуска формульного редактора достаточно установить курсор мыши в любом свободном месте окна редактирования и щелкнуть левой клавишей. Появится визир в виде маленького красного крестика. Его можно перемещать клавишами перемещения курсора. (Визир не путайте с курсором мыши)

Визир указывает место, с которого можно начинать набор формул — вычислительных блоков. Щелчок левой клавиши мыши устанавливает визир на место, указанное острием стрелки курсора мыши. В зависимости от места расположения визир может менять свою форму.

2.2 Текстовый редактор

Текстовый редактор позволяет задавать текстовые комментарии. Они делают документ с формулами и графиками более понятным. В простейшем случае для открытия текстового редактора достаточно ввести символ ‘ (одиночная кавычка). В появившийся прямоугольник можно начать вводить текст. В текстовом блоке визир имеет вид красной вертикальной черточки и отмечает место ввода. Текст редактируется общепринятыми средствами: перемещением места ввода клавишами управления курсором, установкой режимов вставки и замещения символов (клавиша Insert), стиранием (клавиши Delete и Backspace), выделением, копированием в буфер обмена, вставкой из буфера и т. д.

2.3 Графический редактор

Mathcad имеет достаточно мощную, но простую систему наглядного представления результатов расчета в виде различного рода графиков. Шаблоны для построения графиков можно вызвать с помощью панели Graph.

2.4 Присваивание переменным значений

Обычные переменные отличаются от системных тем, что они должны быть предварительно определены пользователем, т. е. им необходимо хотя бы однажды присвоить значение. В качестве оператора присваивания используется знак $:=$, тогда как знак $=$ отведен для вывода значения константы или переменной.

Попытка использовать неопределенную переменную ведет к выводу сообщения об ошибке — переменная окрашивается в ярко-красный цвет.

Существует также жирный знак равенства, который используется либо как признак неравенства в операциях сравнения, либо как оператор приближенного равенства.

Если переменной присваивается начальное значение с помощью оператора **:=**, такое присваивание называется локальным. До этого присваивания переменная не определена и ее нельзя использовать.

3 Установка формата результата

На результат расчета повлиять нельзя, но можно изменить формат вывода чисел. Обычно Mathcad вычисляет выражения с точностью 20 знаков, но выводит на экран не все значащие цифры.

Операция Format/Result (Формат результата) выводит диалоговое окно, сообщающее о формате числовых данных системы.

Окно формата результата можно так же вызвать, установив указатель мыши на нужном численном результате расчета и дважды щелкнув левой кнопкой мыши.

На вкладке Number format (Формат числа) находятся доступные форматы чисел:

- General (Основной) — (принят по умолчанию) числа отображаются с порядком, при этом число знаков мантиссы определяется параметром Exponential threshold (Порог экспоненциального представления);

- Decimal (Десятичный) — десятичное представление чисел с плавающей точкой (например, 12.2564);

- Scientific (Научный) — числа отображаются только с порядком (например, $1.22*10^5$);

- Engeneering (Инженерный) — числа отображаются только с порядком, кратным 3 (например, $1.22*10^6$);

- Fraction (Дробный) — числа отображаются в виде правильной или неправильной дроби (например 0,5, или $\frac{1}{2}$).

Поле Number of decimal places (Число десятичных знаков), в котором задается количество отображаемых знаков после запятой (по умолчанию - 3).

Опция Show trailing zeroz (Показывать конечные нули). Если установлена эта опция, все числа будут отображаться с тем количеством знаков после запятой, которое указано в поле Number of decimal places, даже если без этого можно обойтись. В этом случае число 5 будет иметь вид 5.000, а число 0 - 0.000.

Вкладка Display Options содержит следующие поля и опции:

- Matrix display style (Стиль отображения матриц) - выпадающий список позволяет установить отображение матриц в стандартном математическом виде - Matrix, в виде таблицы - Table, либо дает возможность выбрать стиль представления матриц системе MathCad - Automatic. При этом, если матрица содержит менее 10 строк и столбцов, она представляется в стандартном виде матрицы, в противном случае - в виде таблицы в полосами прокрутки. По умолчанию установлена опция Automatic;

- опция Expand nested arrays (Развернуть вложенные массивы) - позволяет явно вывести элементы матрицы, представляющие, в свою очередь, матрицы;

- поле Imaginary value (Мнимая единица) - позволяет определить символ, который будет использоваться для обозначения мнимой единицы (i или j);

- в поле списка Radix (Система) - можно выбрать десятичную, двоичную, восьмеричную или шестнадцатеричную систему счисления.

Вкладка Unit display (Отображение единиц измерения) содержит две опции:

- Format Units (Формат единиц) - включает отображение единиц измерения;

- Simplify units when possible - включает упрощение единиц измерения (если это возможно).

Вкладка Tolerance (Точность) — задает погрешность вычислений в виде показателя степени -n для числа 10 в этой степени. Задаются число отображаемых знаков Точность вывода, границы представления чисел в экспоненциальной форме Диапазон показателя, допустимая граница для комплексных чисел Комплексная точность и допустимая граница для действительных чисел Точность нуля.

Упражнение 1.1. Найдите ребро куба, равновеликого шару, площадь поверхности которого равна площади боковой поверхности прямого кругового конуса, у которого высота вдвое меньше, чем длина образующей. Объем этого конуса равен 1.

Решение. Приведем основные формулы, которые будут использоваться при решении данной задачи. Объем конуса — $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$. Площадь боковой поверхности конуса — S = πrl. Соотношение в конусе между радиусом основания, высотой и длиной образующей — $r^2+h^2=l^2$. Площадь поверхности шара — $V = 4\pi R^2$ Объем шара — $V = \frac{4}{3}\pi r^2$. Объем куба — $V=a^3$.

- Запустите MathCad.
- Для удобства расчета обозначьте каждую из вычисляемых величин отдельной переменной. Объем конуса обозначьте V и присвойте ему значение 1. Оператор присваивания вводится символом «:» или кнопкой Definition на панели инструментов Calculator. На рабочем листе появится полноценный оператор присваивания: V:=1
- Выполните преобразования и получите следующую формулу радиуса основания конуса $r := \sqrt[3]{\frac{V \cdot \sqrt{3}}{\pi}}$

Ввод формулы следует выполнять слева направо. Порядок ввода этой формулы следующий. Сначала введите знак корня произвольной степени: кнопка Nth Root на панели инструментов Calculator. Щелкните на черном квадратике, стоящем на месте показателя степени, и введите цифру 3. Щелкните на квадратике, замещающем подкоренное выражение, нажмите клавиши [V][*]. Введите знак квадратного корня: кнопка Square Root и цифру 3. Затем перейдите в поле для знаменателя и введите π.

На экране появится следующая формула: $r := \sqrt[3]{\dfrac{V \cdot \sqrt{3}}{\pi}}$

- Введите формулы для вычисления длины образующей и площади боковой поверхности конуса: $l := \dfrac{r \cdot 2}{\sqrt{3}}$; $S := \pi \cdot r \cdot l$.

Примечание: указание знака умножения между переменными обязательно, так как иначе MathCad сочтет, что указана одна переменная с именем из нескольких букв и ввод формул следует выполнять сверху вниз, располагая их друг под другом.

- Для вычисления радиуса шара R введите формулу $R := \sqrt{\dfrac{S}{4 \cdot \pi}}$.
- Для вычисления объема шара введите формулу $W := \dfrac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3$.

Примечание: использовать переменную V во второй раз не следует, так как теперь определяется совершенно другой объем.

- Заключительная формула $a := \sqrt[3]{W}$ позволит получить окончательный результат. После этого снова наберите имя переменной a и нажмите клавишу = или щелкните на кнопке Evaluate Numerically (=) на панели инструментов Calculator. После формулы появится знак равенства и вычисленный результат, a=0.7102.

Вычислять можно как действительные, так и комплексные выражения. Обозначение мнимой единицы (i) следует вводить непосредственно после числового коэффициента, который нельзя опускать, даже если он равен единице.

- Вернитесь к самому первому выражению и отредактируйте его. Вместо значения 1 присвойте переменной значение 8. Сразу же перейдите к последней введенной формуле и обратите внимание, что результат расчета сразу же стал отражать новые начальные данные.
- Отформатируйте результат до 2-х знаков после запятой.
- Сохраните полученные расчеты в своей папке.

4 Вычисления суммы и произведения ряда

Оператор суммирования вычисляет сумму выражений по всем значениям индекса. Оператор произведения работает аналогичным образом — вычисляет произведение выражений по всем значениям индекса.

Чтобы создать оператор суммирования в рабочем документе, щёлкните в свободном месте. Затем нажмите кнопку с изображением значка $\int \frac{dy}{dx}$. На экране появится вспомогательная панель Calculus для вызова операторов суммирования, интегрирования и так далее.

Выберите знак суммирования с пустыми полями $\sum_{\bullet=\bullet}^{\bullet} \bullet$: поле индекса, поле начального значения индекса, поле конечного значения индекса, поле выражения.

В поле имени индекса введите имя переменной, которая является индексом суммирования. Она определена только внутри оператора суммирования. Вне оператора может существовать другая переменная с тем же именем.

В поле начального значения индекса введите целое число или любое выражение, принимающее целое значение. В поле конечного значения индекса введите целое число или любое выражение, принимающее целое значение $\sum_{n=1}^{10} \bullet$. В поле выражения введите выражение, которое необходимо просуммировать. Обычно это выражение включает индекс суммирования $\sum_{n=1}^{10} n^2$.

Для группировки элементов выражения их заключают в скобки. Используйте апостроф ('), чтобы создать пару круглых скобок вокруг поля.

Аналогично создается оператор произведения. Для этого на вспомогательной панели выберите кнопку со значком $\prod$ и заполните поля, как описано выше. На рисунке 1.1 приведены некоторые примеры использования операторов суммы и произведения.

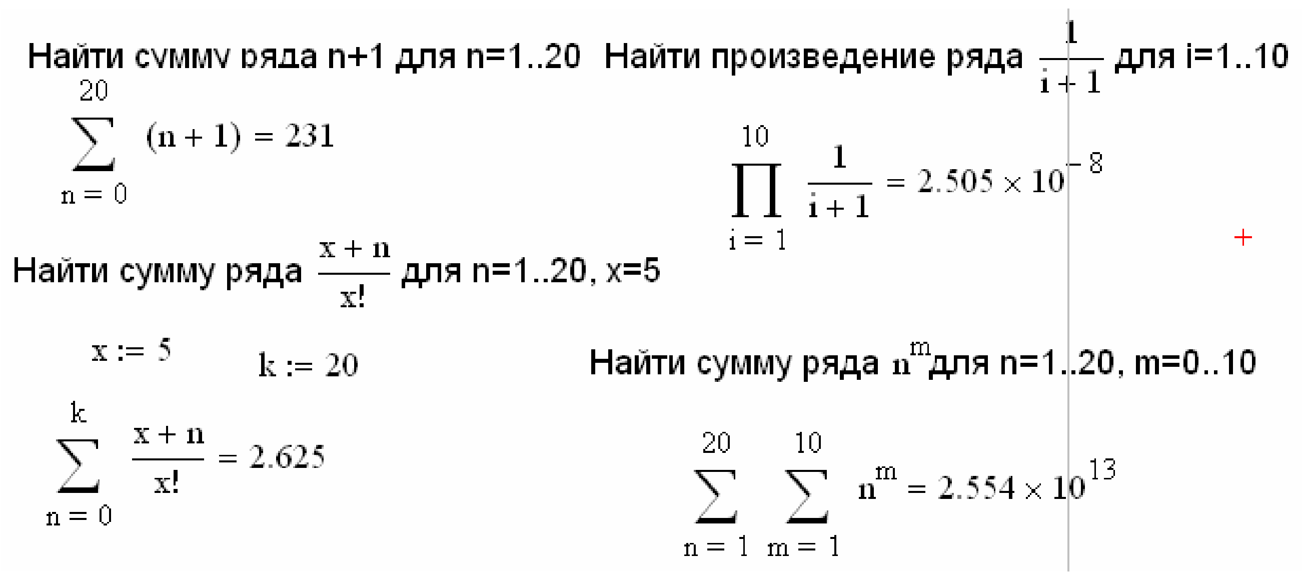


Рисунок 1.1 - Примеры использования операторов суммы и произведения

Их можно использовать, как любое другое выражение. Чтобы вычислить кратную сумму, поместите второй оператор суммы в поле выражения первого оператора суммы. Пример приведен в нижней части рисунка 1.1.

Задания к лабораторной работе

Задание 1. Вычислите значения суммы и произведения ряда. Задание выбирается из таблицы 1.1 в соответствии с вариантом. В текстовом комментарии приведите номер варианта и формулировку задания, как представлено на рисунке 1.1.

Задание 2. Вычислите значения сумм и произведений. В для n=10 и x = 5. После вычислений измените значение x = – 0.5. Результат должен содержать два знака после десятичной точки.

Контрольные вопросы

1 Назовите элементы окна MathCad.

2 Как производится процесс вычисления в MathCAD?

3 Чем отличаются знаки := и = при организации вычислений?

4 Различает ли среда заглавные и прописные буквы?

5 Когда используется оператор суммы?

6 Для какой цели в задании 2 используются значения переменных n и x?

Таблица 1.1 – Задания для самостоятельной работы

Вариант	Задание 1	Задание 2
1	2	3
1	$\sum_{i=1}^{10}\frac{1}{i!}\ 2$	$\prod_{i=1}^{n}\frac{x^2}{i^2+2x+3}$
2	$\prod_{i=1}^{52}\frac{i^2}{i^2+2i+3}$	$\sum_{i=1}^{n}\frac{x^i}{i!}$
3	$\prod_{i=1}^{10}\left(2+\frac{1}{i!}\right)$	$\sum_{k=1}^{n}\frac{(-1)^k}{(2x+1)k}$
4	$\prod_{i=2}^{100}\frac{i+1}{i+2}$	$\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{i!}+\sqrt{\lvert x\rvert}\right)$

Продолжение таблицы 1.1

1	2	3
5	$\prod_{i=2}^{10}\left(1-\frac{1}{i!}\right)^2$	$\sum_{i=1}^{n}\frac{x+\cos(ix)}{2^i}$
6	$\prod_{i=1}^{52}\frac{i^2}{i^2+2i+3}$	$\sum_{i=1}^{n}\frac{x+\cos(ix)}{2^i}$
7	$\sum_{k=1}^{10}\frac{(-1)^k}{(2k+1)k}$	$\prod_{i=1}^{n}\frac{x^2}{i^2+2x+3}$
8	$\sum_{i=1}^{10}\frac{1}{i!}$	$\prod_{i=1}^{n}\frac{x^2}{i^2+2x+3}$
9	$\prod_{i=2}^{10}\left(1-\frac{1}{i!}\right)^2$	$\sum_{i=1}^{n}\frac{x^i}{i!}$
10	$\sum_{i=1}^{15}\prod_{j=1}^{10}\sin(i\cdot j^2)$	$\prod_{i=1}^{n}\frac{x^2}{i^2+2x+3}$
11	$\prod_{i=1}^{52}\frac{i^2}{i^2+2i+3}$	$\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{i!}+\sqrt{\lvert x\rvert}\right)$
12	$\sum_{k=1}^{10}\frac{1}{(2k+1)^2}$	$\sum_{i=1}^{n}\frac{x+\cos(ix)}{2^i}$
13	$\sum_{k=1}^{10}\frac{(-1)^{k+1}}{k(k+1)}$	$\prod_{k=1}^{n}\left(1+\frac{\sin(kx)}{k!}\right)$
14	$\prod_{i=2}^{100}\frac{i+1}{i+2}$	$\sum_{i=1}^{n}\frac{x^i}{i!}$
15	$\sum_{k=1}^{10}\frac{1}{k^5}$	$\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{i!}+\sqrt{\lvert x\rvert}\right)$
16	$\sum_{i=1}^{15}\prod_{j=1}^{10}\sin(i\cdot j^2)$	$\sum_{i=1}^{n}\frac{x^i}{i!}$
17	$\sum_{k=1}^{10}\frac{1}{k}$	$\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{i!}+\sqrt{\lvert x\rvert}\right)$
18	$\sum_{k=1}^{10}\frac{(-1)^{k+1}}{k(k+1)}$	$\sum_{k=1}^{n}\frac{x}{k^5}$
19	$\sum_{i=1}^{10}\frac{1}{i!}$	$\prod_{k=1}^{n}\left(1+\frac{\sin(kx)}{k!}\right)$

Продолжение таблицы 1.1

1	2	3
20	$\prod_{i=2}^{100}\frac{i+1}{i+2}$	$\sum_{i=1}^{n}\frac{x^i}{i!}$
21	$\sum_{k=1}^{10}\frac{1}{k^5}$	$\prod_{k=1}^{n}\left(1+\frac{\sin(kx)}{k!}\right)$
22	$\sum_{k=1}^{10}\frac{1}{(2k+1)^2}$	$\sum_{i=1}^{n}\frac{x+\cos(ix)}{2^i}$
23	$\sum_{k=1}^{10}\frac{1}{k}$	$\sum_{k=1}^{n}\frac{(-1)^k}{(2x+1)k}$
24	$\sum_{k=1}^{10}\frac{(-1)^k}{(2k+1)k}$	$\sum_{i=1}^{n}\frac{x^i}{i!}$
25	$\sum_{k=1}^{10}\frac{(-1)^{k+1}}{k(k+1)}$	$\prod_{k=1}^{n}\left(1+\frac{\sin(kx)}{k!}\right)$
26	$\sum_{k=1}^{10}\frac{1}{(2k+1)^2}$	$\sum_{i=1}^{n}\frac{x+\cos(ix)}{2^i}$
27	$\sum_{i=1}^{15}\prod_{j=1}^{10}\sin(i\cdot j^2)$	$\sum_{k=1}^{n}\frac{x}{k^5}$
28	$\sum_{k=1}^{10}\frac{(-1)^k}{(2k+1)k}$	$\prod_{i=1}^{n}\frac{x^2}{i^2+2x+3}$
29	$\sum_{k=1}^{10}\frac{1}{k^5}$	$\prod_{k=1}^{n}\left(1+\frac{\sin(kx)}{k!}\right)$
30	$\sum_{k=1}^{10}\frac{1}{k}$	$\sum_{k=1}^{n}\frac{(-1)^k}{(2x+1)k}$

Лабораторная работа № 2

Тема: **Операторы численного и символьного вычисления значений производных и интегралов**

Цель работы: научиться работать с символьной математикой в среде MathCAD.

Теоретическое введение и упражнения

1 Возможности символьного процессора (Symbolic)

Системы компьютерной алгебры снабжаются специальным процессором для выполнения аналитических (символьных) вычислений. Его основой является ядро, хранящее всю совокупность формул и формульных преобразований, с помощью которых производятся аналитические вычисления. Чем больше этих формул в ядре, тем надежней работа символьного процессора и тем вероятнее, что поставленная задача будет решена, разумеется, если такое решение существует в принципе (что бывает далеко не всегда).

В MathCAD есть средство оптимизации вычислений — SmartMath. Это фактически экспертная система, ускоряющая вычисления в тех случаях, когда это возможно. При запущенной системе SmartMath процессор численных операций, приступая к вычислению формульного блока, запрашивает символьный процессор о том, может ли тот произвести упрощение или иное преобразование исходной формулы. Если это возможно, то вычисления производятся уже по упрощенной формуле.

Помимо оптимизации вычислений второе важное назначение системы SmartMath заключается в визуализации символьных вычислений и преобразований.

2 Оператор символьного вывода

Для визуализации результатов символьных преобразований используется специальный символ — удлиненная горизонтальная стрелка →. Ее можно вызвать нажатием клавиш Ctrl+• (точка) или вызовом из палитр математических символов (для ввода отношений и символьных операций). Шаблон этого знака имеет вид ■→, где на месте черного прямоугольника вводится подвергаемое символьному преобразованию исходное выражение.

Указанный символ можно рассматривать как простой оператор символьного вывода. Если задать исходное выражение и вывести курсор из формульного блока с ним, то система помещает результат его символьных преобразований после стрелки (оператора символьного вывода).

Для нахождения численного значения производной функции предназначен оператор $\frac{d}{dx}$.

Упражнение 2.1. Найдите значение производной функции $f(x)=x^2+3$ в точке $x_0=2$.

Решение.

- Определите точку x_0, в которой необходимо найти производную. Наберите x:= 2
- Переместите визир ниже определения x. Затем на панели Calculus выберите оператор $\frac{d}{dx}$.
- Перейдите в поле знаменателя и наберите имя переменной, по которой производится дифференцирование: x.
- Перейдите в поле выражения (справа от $\frac{d}{dx}$) и наберите x^2+3. Это — выражение, которое нужно дифференцировать: $\frac{d}{dx}(x^2+3)$
- Нажмите знак =, чтобы увидеть результат.

Примеры вычисления численных значений производных приведены на рисунке 2.1.

Найти прозводную функции $f(x) = x^5$ **в точке x0=2**

$x := 2$

$\frac{d}{dx}x^5 = 80$ $\qquad$ $\frac{d}{dt}x^5 = 0$

Найти значение определенного интеграла

$\int_1^{10} x^5\,dx = 1.667 \times 10^5$

Рисунок 2.1 - Примеры вычислений

Примечание: почему на рисунке 2.1: $\frac{d}{dt}x^5 = 0$?

В MathCAD существует оператор для вычисления производной n-ного порядка: кнопка с обозначением $\frac{d^n}{dx}$. Операции по вычислению производной n-ного порядка аналогична вычислению производной.

Оператор интегрирования $\int_a^b$ в MathCAD предназначен для численного вычисления определенного интеграла функции по некоторому интервалу, рисунок 2.1.

3 Символьная математика

До сих пор описывалось, как MathCAD вычисляет значение выражения численно.

При использовании символьной математики, результатом вычисления выражения является другое выражение, как показано на рисунке 2.2. Первоначальное выражение можно разложить на множители, проинтегрировать его, разложить в ряд, и так далее, рисунок 2.2.

Найти производную функции

$$\frac{d}{dx}(x+1)^2 \rightarrow 2\cdot x + 2 \qquad \frac{d}{dx}(x+y)^2 \rightarrow 2\cdot x + 2\cdot y$$

Найти неопределенный интеграл функции

$$\int x^5\,dx \rightarrow \frac{x^6}{6}$$

Упростить выражение

$$\sum_{x=0}^{3} \frac{3!}{x!\cdot(3-x)!}\cdot x^k\cdot(2)^{3-x} \rightarrow 8\cdot 2^{3-x}\cdot x^k$$

Рисунок 2.2 - Примеры символьной математики

Для символьного вычисления:

– введите выражение, которое нужно вычислить;

– нажмите [Ctrl] + ”•” (клавишу CTRL, сопровождаемую точкой) или знак → на панели Symbolic, MathCad отобразит стрелку "→";

– щёлкните мышью вне выражения, MathCad отобразит вычисленное выражение. Если вид выражение не может быть упрощено, MathCad просто повторит его справа от стрелки.

Упражнение 2.2. Вычислите производную функции $f(x)=x^2+3$. Результат представить в символьном виде.

Решение.

- На панели Calculus выберите оператор производной $\frac{d}{dx}$.
- Перейдите в поле знаменателя и наберите x.
- Перейдите в поле выражения и наберите x^2+3. Это — выражение, которое нужно дифференцировать.
- Нажмите [Ctrl] + ”•” (или знак → на панели Symbolic) MathCad отобразит стрелку → .
- Щёлкните мышью вне выражения, появится результат дифференцирования функции в символьном виде, рисунок 2.3.

$$\frac{d}{dx}\left(x^2+3\right) \rightarrow 2\cdot x$$

Рисунок 2.3 – Вычисление производной функции $f(x)=x^2+3$

Задания к лабораторной работе

Индивидуальные условия для выполнения заданий приведены в таблице 2.1.

Задание 1. Вычислите производную функции.

Задание 2. Вычислите значение определенных интегралов.

Задание 3. Вычислите значение неопределенного интеграла.

Задание 4. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.

Контрольные вопросы

1 Опишите процедуру нахождения производной функции и производной функции в точке?

2 В каком виде представляются результаты нахождения значений неопределенного и определенного интегралов?

3 Как упростить выражение?

Таблица 2.1 – Задания для самостоятельной работы

Вари-ант	Задание 1	Задание 2	Задание 3	Задание 4
1	2	3	4	5
1	$y=0{,}1x^{-\frac{2}{3}}-\frac{5{,}2}{x^{1{,}4}}+\frac{2{,}5}{\sqrt[5]{x}}$	$\int_{0,6}^{1,4}\frac{\sqrt{x^2+5}dx}{2x+\sqrt{x^2+0{,}5}}$	$\int \lg\left(x^2+3\right)$	$x_0=1$, $f(x)=\frac{1-x}{x^3+3}$
2	$y=(x-0{,}5)^2$	$\int_{0,2}^{0,8}\frac{\sin(2x+0{,}5)dx}{2+\cos(x^2+1)}$	$\int\frac{x}{x+1}$	$x_0=3$, $f(x)=\frac{x}{3}-\frac{3}{x}$
3	$y=\frac{x}{\sin x+\cos x}$	$\int_{0,2}^{1}\frac{\cos(0{,}3x+0{,}8)dx}{0{,}9+2\sin(0{,}4x+0{,}3)}$	$\int\frac{\lg(x+2)}{x}$	$x_0=-1$, $f(x)=\ln x+x^3$
4	$y=\sin\frac{1}{x}$	$\int_{0.8}^{1.8}\frac{\sqrt{0.8x^2+1}dx}{x+\sqrt{1.5x^2+2}}$	$\int(x+1)\cos(x)$	$x_0=3$, $f(x)=x^2\ln x$
5	$y=\ln\left(x+\sqrt{a^2+x^2}\right).$	$\int_{0.4}^{1.0}0.8+\cos(2x^2+0.5)dx$	$\int\frac{3+x}{3-x}dx$	$x_0=3$, $f(x)=(1-\ln x)x$
6	$y=\ln\frac{a^2+x^2}{a^2-x^2}.$	$\int_{1,2}^{3}\frac{\sqrt{2x^2+0{,}7}dx}{1{,}5+\sqrt{0{,}8x+1}}$	$\int\frac{2x}{x+1}$	$x_0=3$, $f(x)=x^3-3\ln x$
7	$y=\ln\frac{x^2}{\sqrt{1-ax^4}}.$	$\int_{1,2}^{2,0}\frac{\sqrt{2x^2+1{,}6}dx}{2x+\sqrt{0{,}5x^2+3}}$	$\int\frac{(2x-1)dx}{x-2}$	$x_0=3$, $f(x)=\frac{\ln x-2}{\ln x}$
8	$y=\operatorname{tg}\lg\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\frac{\sin^2 4x}{\cos 8x}.$	$\int_{0,6}^{1,4}\frac{\sqrt{x^2+0{,}5}dx}{2x+\sqrt{x^2+2{,}5}}$	$\int\sqrt{x}\cos(x)$	$x_0=2$, $f(x)=\frac{\ln x+1}{\ln x}$

Продолжение таблицы 2.1

1	2	3	4	5
9	$y=\dfrac{\cos\sin 5\cdot\sin^2 2x}{2\cos 4x}.$	$\int\limits_{0,5}^{1,3}\dfrac{\sin(0,5x+0,4)dx}{1,2+\cos(x^2+0,4)}$	$\int\dfrac{xdx}{2x^2-3x-2}$	$x_0=1$, $f(x)=\ln 3x$
10	$y=\dfrac{\cos\ln 7\cdot\sin^2 7x}{7\cos 14x}.$	$\int\limits_{1,2}^{2,6}\dfrac{\sqrt{0,4x+1,7}dx}{1,5x+\sqrt{x^2+1,3}}$	$\int\dfrac{x}{x+4}dx$	$x_0=1$, $f(x)=\ln 10x$
11	$y=\dfrac{\sin\cos 3\cdot\cos^2 2x}{4\sin 4x}.$	$\int\limits_{0,3}^{1,5}\dfrac{\sin(0,3x+1,2)dx}{1,3+\cos^2(0,5x+1)}$	$\int\dfrac{2}{2x+1}dx$	$x_0=1$, $f(x)=\ln x\cdot e^x$
12	$y=\ln\dfrac{\sqrt{x^2+1}+x\sqrt{2}}{\sqrt{x^2+1}-x\sqrt{2}}.$	$\int\limits_{0,2}^{0,8}\dfrac{\cos(x^2+1)dx}{2+\sin(2x+0,5)}$	$\int\dfrac{(x^2+1)}{x}dx$	$x_0=1$, $f(x)=x^2\cdot e^x$
13	$y=\ln\dfrac{x^2}{1-x^2}.$	$\int\limits_{1,2}^{2}\dfrac{\sqrt{0,6x+1,7}dx}{2,1x+\sqrt{0,7x^2+1}}$	$\int\dfrac{1}{x+2}$	$x_0=1$, $f(x)=\ln(2x^2-3)$
14	$y=\dfrac{\sqrt{\left(1+x^2\right)^3}}{3x^3}.$	$\int\limits_{0,4}^{1,2}\dfrac{\sin(1,5x+0,3)dx}{2,3+\cos(0,4x^2+1)}$	$\int\sqrt{x+1}\lg(x+3)$	$x_0=1, a=5$ $f(x)=\ln\dfrac{a-x}{a+x}$
15	$y=\left(1-x^2\right)\sqrt[5]{x^3+\dfrac{1}{x}}.$	$\int\limits_{0,5}^{1,3}\dfrac{\cos(x^2+0,2)dx}{1,3+\sin(2x+0,4)}$	$\int\dfrac{x^2+0,5}{1+2x^2}$	$x_0=1$, $f(x)=\lg(2x+1)$
16	$y=\dfrac{x-1}{\left(x^2+5\right)\sqrt{x^2+5}}.$	$\int\limits_{1.2}^{2,8}\dfrac{\sqrt{1.2x+0.7}dx}{1.4x+\sqrt{1.3x^2+0.5}}$	$\int\dfrac{x+2}{2x-1}dx$	$x_0=1$, $f(x)=\ln\sqrt{2x-1}$
17	$y=\dfrac{\left(2x^2+3\right)\sqrt{x^2-3}}{9x^3}.$	$\int\limits_{0,5}^{1,3}\dfrac{\sin(0,7x+0,4)dx}{2,2+\cos\left(0,3x^2+0,7\right)}$	$\int\dfrac{x^2+8}{x+2}$	$x_0=1, a=5$ $f(x)=\ln\sqrt{x^2-a^2}$
18	$y=\dfrac{\sqrt{2x+3}\,(x-2)}{x^2}.$	$\int\limits_{0,8}^{1,8}\dfrac{\sqrt{1,5x^2+2}dx}{x+\sqrt{0,8x^2+1}}$	$\int\dfrac{2x}{x^2}$	$x_0=1$, $f(x)=\lg\sqrt{x^2+4}$
19	$y=\dfrac{(2x+1)\sqrt{x^2-x}}{x^2}.$	$\int\limits_{0,7}^{2,1}\dfrac{\sqrt{0,6x+1,5}dx}{2x+\sqrt{x^2+3}}$	$\int\dfrac{x^3-9}{x+1}$	$x_0=2$, $f(x)=\ln\sqrt{\dfrac{1-x}{1+x}}$
20	$y=2\sqrt{\dfrac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}}.$	$\int\limits_{0,2}^{1}\dfrac{\sin(0,8x^2+0,3)dx}{0,7+\cos(1,2x+0,3)}$	$\int(x+1)\sin x$	$x_0=\dfrac{\pi}{2}$, $f(x)=\ln\sin x$

Продолжение таблицы 2.1

1	2	3	4	5
21	$y=\frac{1}{(x+2)\sqrt{x^2+4x+5}}.$	$\int_{1,9}^{2,6}\frac{\sqrt{2x+1,7}dx}{2,4+\sqrt{1,2x^2+0,6}}$	$\int\frac{xdx}{(x+1)(2x+1)}$	$x_0=\frac{\pi}{2}$, $f(x)=\ln\sin\frac{x}{3}$
22	$y=3\frac{\sqrt[3]{x^2+x+1}}{x+1}.$	$\int_{0,3}^{1,1}\frac{\sin(0,6x^2+0,3)dx}{2,4+\cos(x+0,5)}$	$\int\cos(x^2)(x+1)$	$x_0=1$, $f(x)=e^x-xe^x$
23	$y=\frac{x^6+8x^3-128}{\sqrt{8-x^3}}.$	$\int_{0,4}^{1}\frac{\cos(2x^2+0,5)dx}{0,8+\sin(x+1,4)}$	$\int\frac{\lg(x+1)}{x+1}$	$x_0=1$, $f(x)=3^x e^x$
24	$y=\ln^3(1+\cos x).$	$\int_{1}^{2,6}\frac{\sqrt{0,4x+3}dx}{0,7x+\sqrt{2x^2+0,5}}$	$\int(x^2+1)+\sin(x-0,5$	$x_0=1$, $f(x)=\frac{e^x}{2^x}$
25	$y=\ln^2(x+\cos x).$	$\int_{0,4}^{1,8}\frac{\sin(0,2x^2+0,7)dx}{1,4+\cos(0,5x+0,2)}$	$\int(2x+0,5)\sin x$	$x_0=1$, $f(x)=5\ln x+e$
26	$y=\ln(\sqrt{x}+\sqrt{x+1}).$	$\int_{0,6}^{2,2}\frac{\sqrt{1,5x+1}dx}{1,2x+\sqrt{x^2+1,8}}$	$\int\frac{x^2+6}{x+1}$	$x_0=\pi$, $f(x)=\ln\cos x$
27	$y=2\sqrt{x}-4\ln(2+\sqrt{x}).$	$\int_{0,3}^{1,1}\frac{\sin(0,8x+0,3)dx}{1,2+\cos(x^2+0,4)}$	$\int\sin x+2\cos x$	$x_0=\pi$, $f(x)=\frac{5-e^x}{2+e^x}$
28	$y=\ln(bx+\sqrt{a^2+b^2x^2}).$	$\int_{0,4}^{1,2}\frac{\sin(0,6x+0,5)dx}{1,5+\cos(x^2+0,4)}$	$\int\frac{x-1}{2\sqrt{x}}$	$x_0=\pi$, $f(x)=2^{-\cos x}$
29	$y=\ln\frac{\ln x}{\sin(1/x)}.$	$\int_{1,3}^{2,7}\frac{\sqrt{1,3x^2+0,8}dx}{1,7x+\sqrt{2x+0,5}}$	$\int x^2\cos x$	$x_0=\pi$, $f(x)=\frac{1-e^x}{e^x}$
30	$y=\ln(e^x+\sqrt{1+e^{2x}}).$	$\int_{0,3}^{0,9}\frac{\sin(x^2+0,6)dx}{1,5+\cos(0,8x+1,2)}$	$\int\lg(x+0,8)$	$x_0=\pi$, $f(x)=\ln\sqrt{\frac{1-4x}{1+4x}}$

Лабораторная работа № 3

Тема: **Решение уравнений в системе MathCad с использованием формульного и графического редакторов**

Цель работы: изучить методику решения уравнений в среде MathCad.

Теоретическое введение и упражнения

Система MathCad предназначена для численного решения некоторых задач в вычислительной математике. Информация может быть представлена в трёх видах:

— текст. Текст начинают набирать вводом двойных кавычек. Текст можно копировать, вырезать, переносить. Он служит для создания пояснений к графикам и формулам;

— формулы. Формулы на экране выглядят, так же как и на листе бумаги;

— график. Создание графиков в MathCad рассмотрим на примере решения нелинейного уравнения. Для вывода на экран графического окна следует ввести символ @. В появившемся окне следует определить оси.

1 Задание ранжированных переменных

Ранжированные переменные — особый класс переменных, который в системе MathCad заменяет управляющие структуры, называемые циклами (однако полноценной такая замена не является) Эти переменные имеют ряд фиксированных значений (либо целочисленных, либо в виде чисел), с определенным шагом меняющихся от начального значения до конечного.

Ранжированные переменные характеризуются именем и индексом каждого своего элемента Для создания ранжированной переменной целочисленного типа используется выражение

Name *Nbegin.. Nend*

где Name — имя переменной; Nbegin — ее начальное значение; Nend — конечное значение, символ **..** , указывающий на изменение переменной в заданных пределах (он вводится знаком **точка с запятой**).

Если Nbegin < Nend, то шаг изменения переменной будет равен + 1, в противном случае -1, рисунок 3.1.

Для создания ранжированной переменной общего вида используется выражение Name = Nbegin, (Nbegin+ Step) .. Nend
где Step — заданный шаг изменения переменной (он может быть положительным, если Nbegi < Nend или отрицательным в противном случае).

$$x := -10, -9 .. 10$$

Рисунок 3.1 – Создание ранжированной переменной

2 Клавиши (символы) для создания объектов

Для создания шаблонов используются клавиши:
@ — создание шаблона двумерной графики (2D-графики), рисунок 3.2;
Ctrl+ % — создание шаблона импортируемого рисунка.

$$x := -10, -9 .. 10$$

$$f(x) := x^2 + 3$$

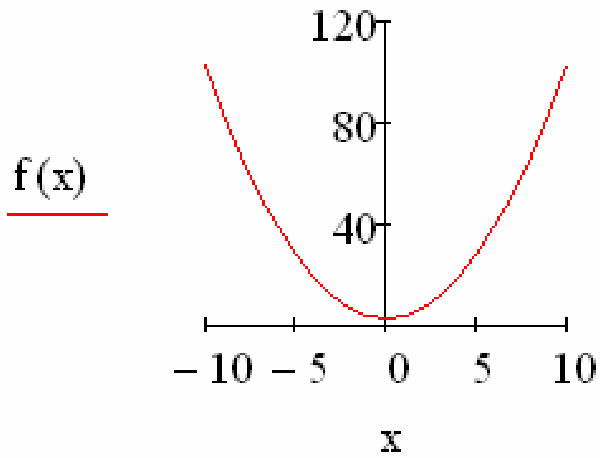


Рисунок 3.2 – Пример шаблона двумерной графики

3 Установка формата двумерной графики (X-Y Plot)

Позиция Graph в подменю Format задает форматы графиков. Следует помнить, что для изменения формата уже построенного графика необходимо выделить его. Выделенный график обводится сплошной линией с маркерами его растяжения.

Диалоговое окно формата X-Y Plot имеет панельный переключатель на три позиции, рисунок 3.3:

- **X-Y Axes (X–Y Оси)** — управление опциями осей;
- **Traces (Графики)** — управление линиями графика;
- **Number Format (Надписи)** — управление метками (надписями) у осей.

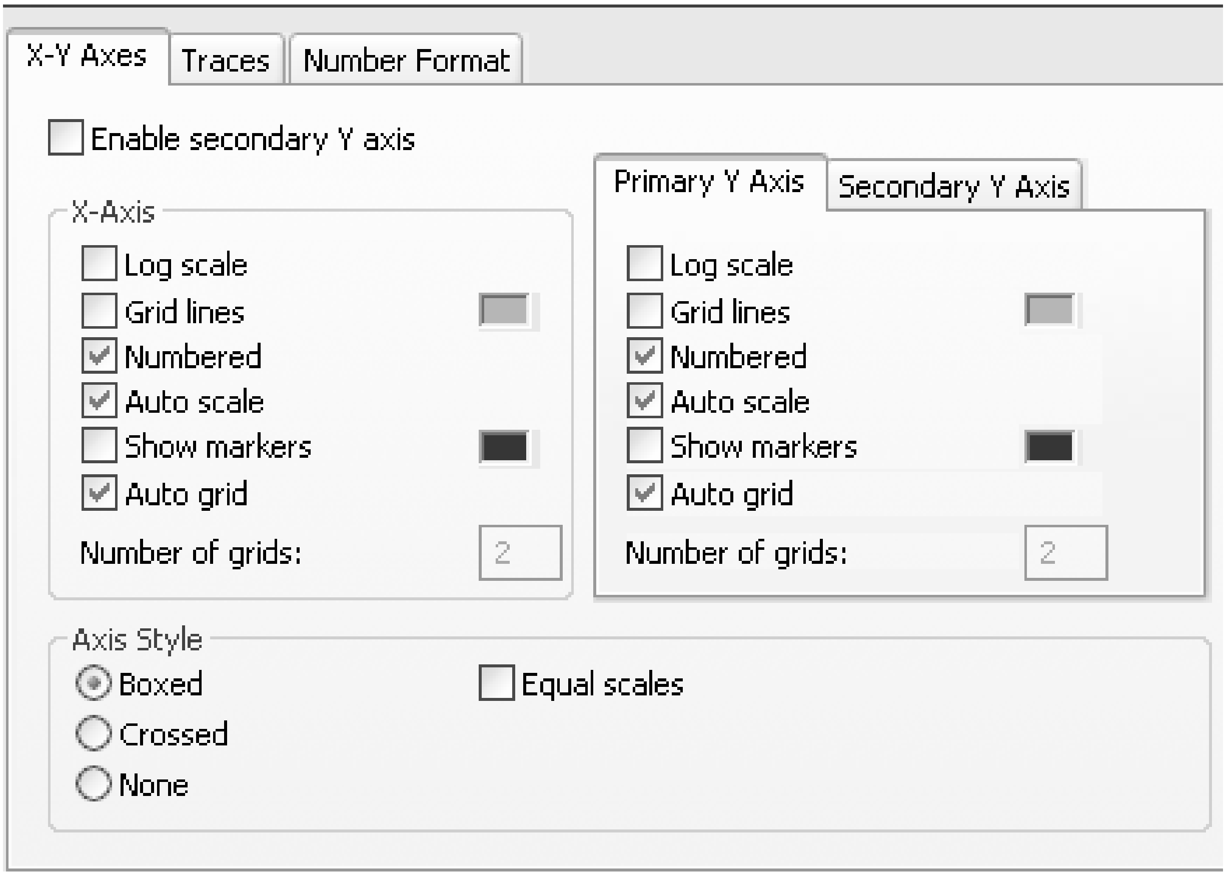


Рисунок 3.3 - Окно форматирования графика

4 Функция поиска корня уравнения root

Многие уравнения, например, трансцендентные и системы из них, не имеют аналитических решений. Однако они могут решаться численными методами с заданной погрешностью. Для простейших уравнений вида F(x)=0 решение находится с помощью функции

root (Выражение, Имя_переменной)

Эта функция возвращает значение переменной с указанным уровнем, при котором выражение дает 0. Функция реализует вычисления итерационным методом, причем можно задать начальное значение переменной. Это особенно полезно, если возможно несколько решений. Тогда выбор решения определяется выбором начального значения переменной.

Упражнение 3.1. Найдите корни уравнения $x^3 - 6x^2 + 20 = 0$.

Решение.

- Задайте диапазон значений для **x**, используя ранжирование переменной **x** (**..** задается клавишей с изображением “ **;** ”). Наберите: **x:=-10,-9.9 .. 10**

В данном примере **-10,-9.9** указывает на то, что шаг изменения значения переменной **x** равен **0.1** .

- Наберите уравнение в виде $f(x) := x^3 - 6 \cdot x^2 + 20$.
- Введите символ **@**, для появления шаблона графического окна, рисунок 3.4.

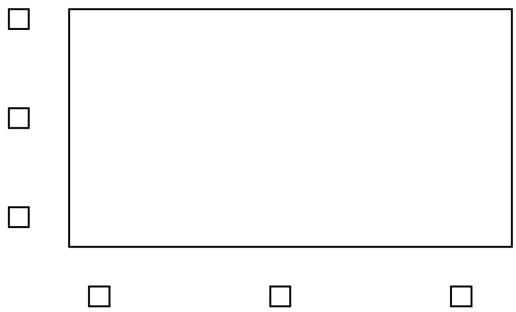


Рисунок 3.4 – Шаблон графического окна

Средние области по осям предназначены для имени переменной и функции, крайние – для начальных и конечных значений по осям (они могут заполняться вручную или автоматически).

Укажите, что горизонтальной будет ось X, а вертикальной ось Y или f(x). Для этого заполните шаблон как на рисунке 3.5 и выведите курсор за его пределы. В графическом окне появится график функции. Его значения вычисляются через шаг, равный 0,1.

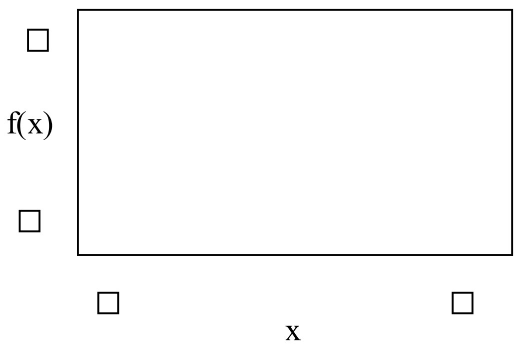


Рисунок 3.5 – Заполнение шаблона графика

➢ Отформатируйте график в соответствии с общепринятым видом, (использовать команду **Format** применительно к графику). Задайте по осям X и Y (f(x)) восемь разбиений, сняв опцию **Auto grid** (Авто-сетка) и указав число разбиений в поле **Number of grids** (Количество). При форматировании выберите **Axis Style** (Стиль осей) построения графика – **Grossed** (Пересечение) и включите опцию **Equal Scales** (Одинаковый), рисунок 3.3. В результате получится график, представленный на рисунке 3.6.

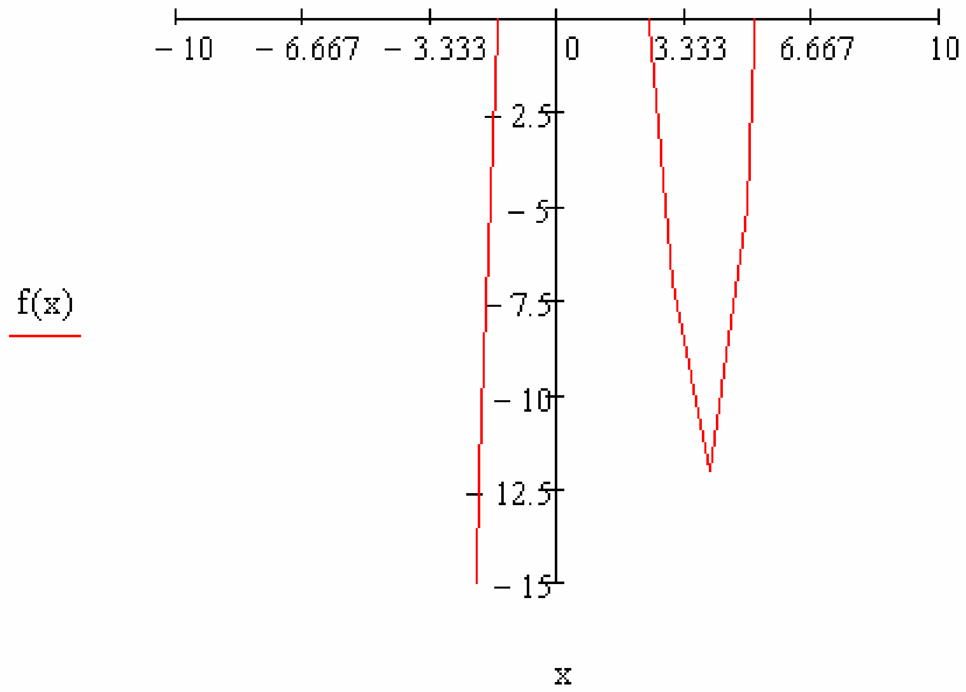


Рисунок 3.6 – График функции $f(x) = x^3 - 6 \cdot x^2 + 20$

➢ С помощью графика визуально **отделите примерные** корни уравнения (точки пересечения графика функции с осью X). Это x1=-2, x2=2.5 и x3=5.

➢ Найдите **точные значения корней уравнения**, используя функцию **root**, которая требует для нахождения корней их примерное значение. Для этого наберите примерное значение корня:

x:= –2 .

Ниже наберите:

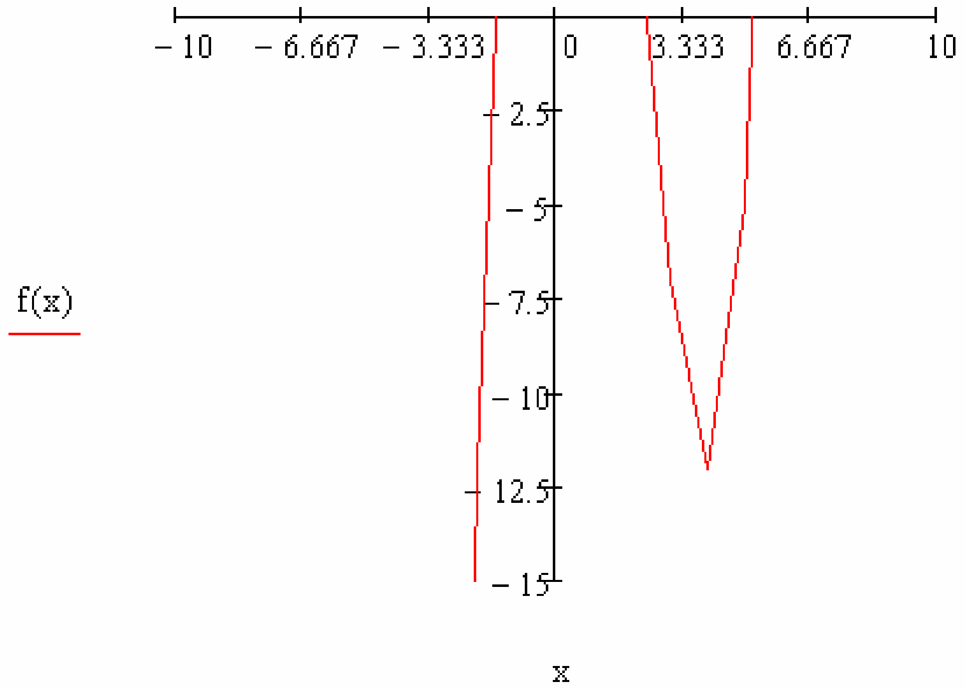
root(f(x),x)= .

Щелкните вне поля функции root. MathCad сформирует точное значение x. Аналогично задайте x:= 5 и x:= 2.5 и уточните корни.

Результат данного упражнения представлен на рисунке 3.7.

$x := -10, -9 .. 10$

$f(x) := x^3 - 6 \cdot x^2 + 20$



$x := -2$

$\mathrm{root}(f(x), x) = -1.62$

$x := 2.5$

$\mathrm{root}(f(x), x) = 2.337$

$x := 5$

$\mathrm{root}(f(x), x) = 5.284$

Рисунок 3.7 – Решение уравнения $x^3 - 6x^2 + 20 = 0$

Задания к лабораторной работе

Задание 1. Найдите корни уравнений. Отделите графически корни уравнения на промежутке [-10; 10] или на промежутке, указанном в задании, и уточните их, используя функцию root. Если промежуток [-10; 10] не весь принадлежит области определения уравнения, уменьшите его до приемлемых размеров. Задание выбирается по таблице 3.1.

Контрольные вопросы

1 Как задать ранжированную переменную?

2 Каким образом осуществляется построения графика функции?

3 Что предполагает форматирование графика функции?

4 Как график функции помогает найти корни уравнения?

5 Какая функция применяется для нахождения корней уравнения?

Таблица 3.1 – Задания для самостоятельной работы

Вариант	Задание	Вариант	Задание
1	2	3	4
1	1) $2^x + 5x - 3 = 0$ 2) $3x^4 + 4x^3 - 12x^2 - 5 = 0$ 3) $0.5^x + 1 = (x - 2)^2$ 4) $(x - 3)\cos x = 1,\ -2\pi \le x \le 2\pi$	2	1) $\operatorname{arctg} x - \frac{1}{3x^3} = 0$ 2) $2x^3 - 9x^2 - 60x + 1 = 0$ 3) $[\log_2(-x)] \times (x+2) = -1$ 4) $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - 0.5x = 0$
3	1) $5^x + 3x = 0$ 2) $x^4 - x - 1 = 0$ 3) $x^2 - 2 + 0.5^x = 0$ 4) $(x - 1)^2 \times \lg(x + 11) = 1$	4	1) $2e^x = 5x + 2$ 2) $2x^4 - x^2 - 10 = 0$ 3) $x \times \log_3(x + 1) = 1$ 4) $\cos(x + 0.5) = x^3$
5	1) $3^{x-1} - 2 - x = 0$ 2) $3x^4 + 8x^3 + 6x^2 - 10 = 0$ 3) $(x - 4)^2 \times \log_{0,5}(x - 3) = -1$ 4) $5\sin x = x$	6	1) $2 \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2x^3} = 0$ 2) $x^4 - 18x^2 + 6 = 0$ 3) $x^2 \times 2^x = 1$ 4) $\operatorname{tg} x = x + 1,\ -\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{\pi}{2}$
7	1) $e^{-2x} - 2x + 1 - 0$ 2) $x^4 + x^3 - 8x^2 - 17 = 0$ 3) $0.5^x - 1 = (x + 2)^2$ 4) $x^2 \cos 2x = -1$	8	1) $5^x - 6x - 3 = 0$ 2) $x^4 - x^3 - 2x^2 + 3x - 3 = 0$ 3) $2x^2 - 0.5^x - 3 = 0$ 4) $x\lg(x + 1) = 1$
9	1) $\operatorname{arctg}(x - 1) + 2x = 0$ 2) $3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 1 = 0$ 3) $(x - 2)^2 \times 2^x = 1$ 4) $x^2 - 20\sin x = 0$	10	1) $2\operatorname{arctg} x - x + 3 = 0$ 2) $3x^4 - 8x^3 - 18x^2 + 2 = 0$ 3) $2\sin(x + \frac{\pi}{3}) = 0.5x^2 - 1$ 4) $2\lg x - \frac{x}{2} + 1 = 0$
11	1) $3^x + 2x - 2 = 0$ 2) $2x^4 - 4x^3 + 8x^2 - 1 = 0$ 3) $[(x-2)^2 - 1] \times 2^x = 1$ 4) $(x - 2)\cos x = 1,\ -2\pi \le x \le 2\pi$	12	1) $2\operatorname{arctg} x - 3x + 2 = 0$ 2) $2x^4 + 8x^3 + 8x^2 - 1 = 0$ 3) $[\log_2(x+2)](x-1) = 1$ 4) $\sin(x - 0.5) - x + 0.8 = 0$

Продолжение таблицы 3.1

1	2	3	4
13	1) $3^x + 2x - 5 = 0$ 2) $x^4 - 4x^3 - 8x^2 + 1 = 0$ 3) $x^2 - 3 + 0.5^x = 0$ 4) $(x - 2)^2 \lg(x + 11) = 1$	14	1) $2e^x + 3x + 1 = 0$ 2) $3x^4 + 4x^3 - 12x^2 - 5 = 0$ 3) $x\log_3(x + 1) = 2$ 4) $\cos(x + 0.3) = x^2$
15	1) $3^{x-1} - 4 - x = 0$ 2) $- 9x^2 - 6x + 1 = 0$ 3) $(x - 3)^2 \log_{0.5}(x - 2) = -1$ 4) $5\sin x = x - 1$	16	1) $\mathrm{arctg}x - \dfrac{1}{3x^3} = 0$ 2) $x^4 - x - 1 = 0$ 3) $(x - 1)^2 2^x = 1$ 4) $\mathrm{tg}\, x = x - 1,\ 0 \le x \le \pi$
17	1) $e^x + x + 1 = 0$ 2) $2x^4 - x^2 - 10 = 0$ 3) $0.5^x - 3 = (x + 2)^2$ 4) $x^2\cos 2x = -1,\ -2\pi \le x \le 2\pi$	18	1) $3^x - 2x - 5 = 0$ 2) $3x^4 + 8x^3 + 6x^2 - 10 = 0$ 3) $2x^2 - 0.5^x - 2 = 0$ 4) $x \lg(x + 1)= 1$
19	1) $\mathrm{tg}(x - 1) = 0$ 2) $x^4 - 18x^2 + 6 = 0$ 3) $(x - 2)^2 2^x = 1$ 4) $x^2 - 20\sin x = 0$	20	1) $2\ \mathrm{arcctg}\ x - x + 3 = 0$ 2) $x^4 + 4x^3 - 8x^2 - 17 = 0$ 3) $2\sin(x + \dfrac{\pi}{3}) = x^2 - 0.5$ 4) $2 \lg x - \dfrac{x}{2} + 1 = 0$
21	1) $2^x - 3x - 2 = 0$ 2) $x^4 - x^3 - 2x^2 + 3x - 3 = 0$ 3) $(0.5)^x + 1 = (x - 2)^2$ 4) $(x - 3)\cos x = 1,\ -2\pi \le x \le 2\pi$	22	1) $\mathrm{arcctg}\ x + 2x - 1 = 0$ 2) $3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 1 = 0$ 3) $(x + 2)\log_2(x) = 1$ 4) $\sin(x + 1) = 0.5x$
23	1) $3^x + 2x - 3 = 0$ 2) $3x^4 - 8x^3 - 18x^2 + 2 = 0$ 3) $x^2 - 4 + 0.5^x = 0$ 4) $(x - 2)^2 \lg(x + 11) = 1$	24	1) $2e^x - 2x - 3 = 0$ 2) $3x^4 + 4x^3 - 12x^2 - 5 = 0$ 3) $x \log_3(x +1) =1$ 4) $\cos(x + 0.5) = {}^{x3}$
25	1) $3^x + 2 + x = 0$ 2) $2x^3 - 9x^2 - 60x + 1 = 0$ 3) $(x - 4)^2 \log_{0.5}(x - 3) = -1$ 4) $5 \sin x = x - 0.5$	26	1) $\mathrm{arcctg}(x - 1) + 2x - 3 = 0$ 2) $x^4 - x - 1 = 0$ 3) $(x - 1)^2 2^x = 1$ 4) $\mathrm{tg}^3 x = x + 1,\ -\dfrac{\pi}{2} \le x \le \dfrac{\pi}{2}$
27	1) $e^{-2x} - 2x + 1 = 0$ 2) $2x^4 - x^2 - 10 = 0$ 3) $0.5^x - 3 = -(x + 1)^2$ 4) $x^2 \cos 2x = -1$	28	1) $3^x - 2x - 5 = 0$ 2) $3x^4 + 8x^3 + 6x^2 - 10 = 0$ 3) $2x^2 - 0.5^x - 3 = 0$ 4) $x \lg(x + 1) = 1$
29	1) $\mathrm{arctg}(x - 1) + 2x = 0$ 2) $x^4 - 18x^2 + 6 = 0$ 3) $(x - 2)^2 2x = 1$ 4) $x^2 - 10 \sin x = 0$	30	1) $3^x + 5x - 2 = 0$ 2) $3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 1 = 0$ 3) $0.5^x + 1 = (x - 2)^2$ 4) $(x + 3)\cos x = 1,\ -2\pi \le x \le 2\pi$

Лабораторная работа № 4

Тема: **Решение систем уравнений в MathCad**

Цель работы: получить навыки решения систем линейных и нелинейных уравнений с помощью MathCad.

Теоретическое введение и упражнения

1 Решение систем линейных уравнений в матричном виде

1.1 Элементарные матричные вычисления

Матричные вычисления в MathCad можно условно разделить на три основных типа. К первому относятся такие действия над матрицами, как умножение, сложение или скалярное произведение для векторов. Для их реализации служат специальные операторы двух рабочих панелей семейства Math (Математические): Calculator (Калькулятор) и Matrix (Матричные).

Ко второму типу можно отнести те матричные преобразования, которые требуют использования специальных функций и встроенных алгоритмов матричной алгебры, таких как, например, функции вычисления матричных норм или сортировки элементов векторов по возрастанию. Функции этой группы можно найти в разделе Matrix or vector (Матричные и Векторные) списка Insert Function (Вставить функцию).

И, наконец, к третьему типу матричных вычислений следует отнести те задачи, решить которые можно, используя возможности системы программирования MathCad. Например, только написав соответствующую программу, можно просуммировать элементы вложенного массивов этой главе рассмотрены все возможные операции с матрицами исходя из принципа «от простого к сложному».

Все простейшие операции матричной алгебры реализованы в системе MathCad с помощью операторов. Вид каждого из них полностью соответствует принятым математике обозначениям.

Вектором называется матрица размерности Nxl (то есть содержащая N строк и только один столбец), или матрица-столбец. Многие матричные операции универсальны: аналогичны как для матриц, так и для векторов (сложение, вычитание, умножение на число). Другие же операции могут быть применимы только к квадратным матрицам размерностью NxN) (например, оператор вычисления обратной матрицы) или же только к векторам (векторное произведение или суммирование элементов).

В математике иногда вектором считают и матрицу-строку. Однако в MathCad все операторы векторных преобразований работают только в случае матриц-столбцов. Поэтому, если возникает необходимость произвести какое-то действие над вектором, представленным матрицей-строкой, ее следует предварительно транспонировать.

1.2 Операции с матрицами и векторами

В MathCad к матрице можно прибавлять (или отнимать от нее) любое число, При этом оно будет прибавлено ко всем (или вычтено из всех) элементов исходной матрицы. В результате получается матрица, соразмерная исходной, рисунок 4.1. Операция эквивалентна вычитанию из исходной матрицы другой матрицы, все элементы которой равны соответствующему вектору.

Подобные вычисления можно производить и в том случае, если элементы матрицы или прибавляемый (вычитаемый) вектор представлены в символьном виде. В качестве оператора вывода следует использовать оператор символьного вывода.

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} - 6 = \begin{pmatrix} -5 & -3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 6 & 6 \\ 6 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 & -3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} - (1 \cdot i + 5) = \begin{pmatrix} -4-i & -2-i \\ -2-i & -1-i \end{pmatrix} \qquad a + \begin{pmatrix} a-1 & a+1 \\ a & 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 2 \cdot a - 1 & 2 \cdot a + 1 \\ 2a & a \end{pmatrix}$$

Рисунок 4.1 - Сложение матрицы и вектора

При умножении матрицы на вектор на него умножается каждый элемент исходной матрицы, рисунок 4.2.

$$(x+y) \cdot \begin{pmatrix} x+y & x-y \\ \dfrac{x}{y} & x \cdot y \end{pmatrix} \to \begin{bmatrix} (x+y)^2 & (x-y) \cdot (x+y) \\ \dfrac{x}{y} \cdot (x+y) & x \cdot y \cdot (x+y) \end{bmatrix}$$

$$3 \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 9 \\ 9 & 12 \end{pmatrix}$$

Рисунок 4.2 – Умножение матрицы и вектора

1.3 Сложение и вычитание матриц

Чтобы сложить или вычесть матрицы, используются привычные символы «+» или «—» (вводятся с клавиатуры или при помощи соответствующих команд меню Calculator (Калькулятор), которые помещаются между соответствующими матрицами (или именами матриц). К каждому элементу первой матрицы прибавится (или вычтется из него) элемент у второй матрицы. Результатом будет третья матрица, элементы которой являются суммой (разностью) соответствующих элементов суммируемых (вычитаемых) матриц, рисунок 4.3. Естественно, матрицы должны быть одинаковой размерности, иначе будет выдано сообщение об ошибке. Кроме того, в выражениях матричного сложения или вычитания можно использовать и коэффициенты.

$$G := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 8 \end{pmatrix} \quad F := \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 \\ 8 & 9 & 5 \end{pmatrix} \quad G + F = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 8 & 10 & 12 \\ 14 & 16 & 13 \end{pmatrix} \quad \frac{1}{4}G - 2F = \begin{pmatrix} -3.75 & -5.5 & -7.25 \\ -9.25 & -11 & -12.75 \\ -14.5 & -16.25 & -8 \end{pmatrix}$$

Рисунок 4.3 - Сложение и вычитание матриц

1.4 Матричное умножение

Матричное умножение выполняется следующим образом: все элементы нулевой (по умолчанию отсчет строк и столбцов в MathCad начинается с 0) строки первой матрицы умножаются на соответствующие (то есть номер столбца, к которому относится один элемент, равен номеру строки, к которому относится второй) элементы нулевого столбца второй матрицы, и затем эти произведения суммируются. Полученное значение определяется как первый элемент нулевой строки матрицы-результата. Далее нулевая строка первой матрицы аналогично умножается на первый столбец второй матрицы, и значение заносится как второй элемент верхней строки матрицы-результата. При умножении следующей строки первой матрицы на столбцы второй будет сформирована первая строка результирующей) матрицы. И так далее — до тех пор, пока не будут перемножены все строки. Так, при умножении матрицы размерности NxM на матрицу размерности MxK будет получена матрица размерности NxK. Естественно, перемножать матрицы можно лишь в том случае, если количество строк первой равняется числу столбцов второй.

Перемножить матрицы можно либо воспользовавшись клавишей [*], либо при помощи специальной команды Dot Product (Умножение) панели Matrix (Матричные).

Перемножать матрицы можно и в том случае, когда элементы представлены символами или выражениями (правда, желательного упрощения выражений в элементах матрицы-результата не производится), рисунок 4.4.

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 45 & 5 \\ 6 & 7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 22 & 30 & 36 \\ 70 & 165 & 215 \\ 41 & 60 & 73 \end{pmatrix}$$

Рисунок 4.4 – Матричное произведение

1.5 Обратная матрица

Матрица A^{-1} называется обратной к матрице А, если $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = E$, где Е — единичная матрица (матрица, у которой элементы главной диагонали равны 1, а все остальные — 0). Матрица имеет обратную только в том случае, если она квадратная и ее определитель не равен 0. Определение обратной матрицы — одна из основных задач матричной алгебры, поскольку в подавляющем большинстве доказательств и выводов этого раздела математики (имеющего огромное практическое знамение) обратную матрицу приходится использовать. При помощи MathCad можно упростить трудоемкую и сложную задачу, рисунок 4.5.

Оператор нахождения обратной матрицы (Inverse) можно ввести при помощи специальной кнопки панели Matrix (Матричные). Однако можно обойтись и без обращения к рабочей панели: просто выделить матрицу и возвести ее в степень — аналогично числам или выражениям.

Находить обратную матрицу можно как для матриц с элементами-числами, так и для матриц, элементы которых определены символьно.

$$\begin{pmatrix} x & 0 & z \\ 0 & y & 0 \\ 1 & 0 & x \end{pmatrix}^{-1} \rightarrow \begin{bmatrix} \dfrac{x}{(x^2 - z)} & 0 & \dfrac{-z}{(x^2 - z)} \\ 0 & \dfrac{1}{y} & 0 \\ \dfrac{-1}{(x^2 - z)} & 0 & \dfrac{x}{(x^2 - z)} \end{bmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 \\ 8 & 9 & 0 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} -2.1 & 1.2 & -0.1 \\ 1.867 & -1.067 & 0.2 \\ -0.1 & 0.2 & -0.1 \end{pmatrix}$$

Рисунок 4.5 – Вычисление обратной матрицы

Используя возможности MathCad по вычислению обратных матриц, можно решать системы линейных уравнений. Как это сделать, описывается в следующем примере.

В целом векторные и матричные операторы и функции системы MathCad позволяют решать широкий круг задач линейной алгебры. К примеру, если задана матрица A и вектор B для системы линейных уравнений в матричной форме AxX:=B, то вектор решения можно получить из очевидного выражения $X:=A^{-1}*B$.

Дана следующая система уравнений

$$x + y + z = 1$$
$$x - y + 5z = 6$$
$$x - 67y + 90z = 78$$

Составляется матрица системы (матрица коэффициентов уравнений системы) и вектор правых частей уравнений:

$$M := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 5 \\ 1 & -67 & 90 \end{pmatrix} \qquad V := \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 78 \end{pmatrix}$$

Умножив M^{-1} на V, получается вектор решений системы уравнений

$$M^{-1} \cdot V = \begin{pmatrix} -2.436 \\ 1.457 \\ 1.979 \end{pmatrix}$$

Упражнение 4.1. Решите систему линейных уравнений матричным способом.

$$\begin{cases} 2 \cdot x + 3 \cdot y + 5 \cdot z + t = 6 \\ 3 \cdot x + y - z + 5 \cdot t = 0 \\ 2 \cdot x - y + 3 \cdot t = -5 \\ 2 \cdot x + 2 \cdot y - z + 7 \cdot t = -3 \end{cases}$$

Решение.

- Задайте матрицу *a* из коэффициентов системы уравнений при неизвестных. Для ввода матрицы достаточно ввести с клавиатуры [Ctrl]–[M] или выбрать в меню опцию Matrix or Vector. В появившемся рабочем окне укажите количество строк и столбцов.

$$a := \begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & -1 & 5 \\ 2 & -1 & 0 & 3 \\ 2 & 2 & -1 & 7 \end{bmatrix}$$

- Задайте матрицу *b* из свободных членов системы уравнений

$$b := \begin{bmatrix} 6 \\ 0 \\ 5 \\ -3 \end{bmatrix}$$

- Введите оператор $x := a^{-1} \cdot b$ и оператором $x =$ получите матрицу ответов

$$x = \begin{bmatrix} 1.13 \\ -2.217 \\ 2.043 \\ 0.174 \end{bmatrix}$$

2 Решение систем уравнений с помощью встроенных функций MathCad

MathCad дает возможность решать системы уравнений с помощью встроенных функций. Максимальное возможное число уравнений и переменных не должно быть больше 50. Результатом решения системы будет численное значение искомого корня.

2.1 Директива Given для подготовки блока решения системы уравнений

При решении систем нелинейных уравнений используется специальный вычислительный блок, открываемый служебным словом — директивой Given — и имеющий следующую структуру:

Given *исходные значения*

2.2 Функция find для решения систем уравнений

Для нахождения значений неизвестных можно использовать функцию find, которая возвращает значение одной или ряда переменных. Синтаксис функции:

find(**vl, v2, ..., vn**),

где vl, v2, ..., vn – переменные.

Для решения системы уравнений необходимо выполнить следующее:

– задать начальное приближение для всех неизвестных, входящих в систему уравнений. Mathcad решает систему с помощью итерационных методов;

– напечатать ключевое слово Given. Оно указывает Mathcad, что далее следует система уравнений;

– введите уравнения и неравенства в любом порядке. Используйте [Ctrl]= для печати символа =. Между левыми и правыми частями неравенств может стоять любой из символов <, >, ≤ и и ≥;

– введите любое выражение, которое включает функцию find, например:

a:= find(x, y).

find(z1, z2, . . .) возвращает точное решение системы уравнений. Число аргументов должно быть равно числу неизвестных. Ключевое слово Given, уравнения и неравенства, которые следуют за ним, и какое-либо выражение, содержащее функцию find, называют блоком решения уравнений.

Следующие выражения недопустимы внутри блока решения:

– ограничения со знаком;

– дискретный аргумент или выражения, содержащие дискретный аргумент в любой форме;

– неравенства вида a < b < c.

Блоки решения уравнений не могут быть вложены друг в друга, каждый блок может иметь только одно ключевое слово Given и имя функции Find.

Функция, которая завершает блок решения уравнений, может быть использована аналогично любой другой функции. Можно произвести с ней следующие три действия:

– можно вывести найденное решение, напечатав выражение вида:

find(var1, var2,…) =

– определить переменную с помощью функции find: a := find(x) - скаляр,

var := find(var1, var2,…) – вектор,

это удобно сделать, если требуется использовать решение системы уравнений в другом месте рабочего документа.

– определить другую функцию с помощью find: f(a, b, c, …) := find(x, y, z, …)

Эта конструкция удобна для многократного решения системы уравнений для различных значений некоторых параметров a, b, c,…, непосредственно входящих в систему уравнений.

Сообщение об ошибке No solution was found. Try changing the guess value or the value of TOL or CTOL. (Решение не найдено) при решении уравнений появляется, когда:

– поставленная задача может не иметь решения;

– для уравнения, которое не имеет вещественных решений, в качестве начального приближения взято вещественное число и наоборот;

– в процессе поиска решения последовательность приближений попала в точку локального минимума невязки. Для поиска искомого решения нужно задать различные начальные приближения.

Пример на рисунке 4.5 иллюстрирует решение системы уравнений в MathCad.

Пример 1. Решение системы уравнений с помощью функции Find

$x1 := 0 \quad x2 := 0 \quad x3 := 0$ - Начальные приближения

Given

$100 \cdot x1 + 6 \cdot x2 - 2 \cdot x3 = 100$ - Используйте [Ctrl]= для печати символа =

$6 \cdot x1 + 200 \cdot x2 - 10 \cdot x3 = 600$

$x1 + 2 \cdot x2 + 100 \cdot x3 = 500$

$$\mathrm{Find}(x1, x2, x3) = \begin{pmatrix} 0.905 \\ 3.219 \\ 4.927 \end{pmatrix}$$

Пример 2. Решение системы уравнений в символьном виде

Given

$x + 2 \cdot \pi \cdot y = a$

$4 \cdot x + y = b$

$$\mathrm{Find}(x, y) \rightarrow \begin{bmatrix} \dfrac{-(-2 \cdot \pi \cdot b + a)}{(-1 + 8 \cdot \pi)} \\ \dfrac{(4 \cdot a - b)}{(-1 + 8 \cdot \pi)} \end{bmatrix}$$

- Используйте [Ctrl]. (клавиша Ctrl, сопровождаемая точкой) для печати символьного знака равенства

Рисунок 4.5 – Решение систем уравнений в MathCad

Упражнение 4.2. Решите систему линейных уравнений

$$\begin{cases} x^2 + 3 \cdot y + t = 6 \\ 3 \cdot x + y^2 - 5 \cdot t = 0 \\ 2 \cdot x - y = -5 \end{cases}$$

Решение.

➢ При решении будем использовать функцию find(). В MathCad задайте начальное приближение для всех неизвестных, входящих в систему уравнений x, y, t:

$$x := 1 \quad y := 1 \quad t := 1$$

➢ Задайте директиву Given – ключевое слово (дано). Для начала решения – введите систему, где – **=** – значок “вынуждены быть” вводится [Ctrl]–[=]

$$x^2 + 3 \cdot y + t = 6$$
$$3 \cdot x + y^2 - 5 \cdot t = 0$$
$$2 \cdot x - y = -5$$

➢ Функция find() ищет значения, удовлетворяющие ограничениям, указанным выше $a := find(x, y, t)$

Ответ находится в матрице а. Матрица выводится на рабочий лист оператором = $a = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

Это решение системы.

Этот способ годится для решения любых систем, в том числе и систем нелинейных уравнений.

Задания к лабораторной работе

Задание 1. Решите системы линейных и нелинейных уравнений в MathCad. Задание выбирается по таблице 4.1.

Контрольные вопросы

1 Какие операции выполнимые над матрицами?

2 Какие операции необходимо выполнить для нахождения решений системы нелинейных уравнений?

3 Для чего предназначается ключевое слово GIVEN и функция FIND?

4 Что означает оператор “ вынуждено быть”?

5 Какими способами можно решить систему линейных уравнений?

Таблица 4.1 – Задания для самостоятельной работы

Вари ант	Задание	Вари-ант	Задание
1	2	3	4
1.	$\begin{cases} 3{,}7X_1 + 3{,}3X_2 + 1{,}3X_3 = 2{,}1; \\ 3{,}5X_1 - 1{,}7X_2 + 2{,}8X_3 = 1{,}7; \\ 4{,}1X_1 + 5{,}8X_2 - 1{,}7X_3 = 0{,}8. \end{cases}$ $\begin{cases} \sin x \cos y = -0{,}5 \\ \sin y \cos x = 0{,}5 \end{cases}$	2.	$\begin{cases} 1{,}7X_1 + 2{,}8X_2 + 1{,}9X_3 = 0{,}7; \\ 2{,}1X_1 3{,}4X_2 + 1{,}8X_3 = 1{,}1; \\ 4{,}2X_1 - 1{,}7X_2 1{,}3X_3 = 2{,}8. \end{cases}$ $\begin{cases} x - y = 300^0 \\ \sin x = 2\sin y \end{cases}$

Продолжение таблицы 4.1

1	2	3	4
3.	$\begin{cases}3{,}1X_1+2{,}8X_2+1{,}9X_3=0{,}2;\\ 1{,}9X_1+3{,}1X_2 2{,}1X_3=2{,}1;\\ 7{,}5X_1+3{,}8X_2+4{,}8X_3=5{,}6.\end{cases}$ $\begin{cases}tg\,x+tg\,y=1\\ x+y=45^0\end{cases}$	4.	$\begin{cases}9{,}1X_1+5{,}6X_2+7{,}8X_3=9{,}8;\\ 3{,}8X_1+5{,}1X_2+2{,}8X_3=6{,}7;\\ 4{,}1X_1+5{,}7X_2+1{,}2X_3=5{,}8.\end{cases}$ $\begin{cases}\sin x\cos y=0{,}75\\ tg\,x tg\,y=3\end{cases}$
5.	$\begin{cases}3{,}3X_1+2{,}1X_2+2{,}8X_3=0{,}8;\\ 4{,}1X_1+3{,}7X_2+4{,}8_3=5{,}7;\\ 2{,}7X_1+1{,}8X_2+1{,}1X_3=3{,}2.\end{cases}$ $\begin{cases}\sin^2 x+\cos^2 y=0{,}5\\ x+y=45^0\end{cases}$	6.	$\begin{cases}7{,}6X_1+5{,}8X_2+4{,}7X_3=10{,}1;\\ 3{,}8X_1+4{,}1X_2+2{,}7X_3=9{,}7;\\ 2{,}9X_1+2{,}2X_2+3{,}8X_3=7{,}8.\end{cases}$ $\begin{cases}\cos(x+y)=0\\ \cos(x-y)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\end{cases}$
7.	$\begin{cases}3{,}2X_1-2{,}5X_2+3{,}7X_3=6{,}5;\\ 0{,}5X_1+0{,}34X_2+1{,}7X_3=-0{,}24;\\ 1{,}6X_1+2{,}3X_2-1{,}5X_3=4{,}3.\end{cases}$ $\begin{cases}\cos x\cos y=\dfrac{\sqrt{3}}{4}\\ \sin x\cos y=\dfrac{\sqrt{3}}{4}\end{cases}$	8.	$\begin{cases}5{,}4X_1-2{,}3X_2+3{,}4X_3=-3{,}5;\\ 4{,}2X_1+1{,}7X_2-2{,}3X_3=2{,}7;\\ 3{,}4X_1+2{,}4X_2+7{,}4X_3=1{,}9.\end{cases}$ $\begin{cases}\sin^2 x+\sin^2 y=0{,}75\\ x+y=\dfrac{5\pi}{12}\end{cases}$
9.	$\begin{cases}3{,}6X_1+1{,}8X_2-4{,}7X_3=3{,}8;\\ 2{,}7X_1-3{,}6X_2+1{,}9X_3=0{,}4;\\ 1{,}5X_1+4{,}5X_2+3{,}3X_3=1{,}6.\end{cases}$ $\begin{cases}tg\,x=0\\ x+y=\dfrac{\pi}{4}\end{cases}$	10.	$\begin{cases}5{,}6X_1+2{,}7X_2-1{,}7X_3=1{,}9;\\ 3{,}4X_1-3{,}6X_2-6{,}7X_3=-2{,}4;\\ 0{,}8X_1+1{,}3X_2+3{,}7X_3=1{,}2.\end{cases}$ $\begin{cases}tg\,y=0\\ x+y=\dfrac{\pi}{4}\end{cases}$
11.	$\begin{cases}2{,}7X_1+0{,}9X_2-1{,}5X_3=3{,}5;\\ 4{,}5X_1-2{,}8X_2+6{,}7X_3=2{,}6;\\ 5{,}1X_1+3{,}7X_2-1{,}4X_3=-0{,}14\end{cases}$ $\begin{cases}\cos(x-y)=1\\ \cos(x+y)=-\dfrac{1}{2}\end{cases}$	12.	$\begin{cases}4{,}5X_1-3{,}5X_2+7{,}4X_3=2{,}5;\\ 3{,}1X_1-0{,}6X_2-2{,}3X_3=-1{,}5;\\ 0{,}8X_1+7{,}4X_2-0{,}5X_3=6{,}4.\end{cases}$ $\begin{cases}tg\,x\,tg\,y=0\\ x+y=\dfrac{\pi}{4}\end{cases}$
13.	$\begin{cases}3{,}8X_1+6{,}7X_2-1{,}2X_3=5{,}2;\\ 6{,}4X_1+1{,}3X_2-2{,}7X_3=3{,}8;\\ 2{,}4X_1-4{,}5X_2+3{,}5X_3=-0{,}6.\end{cases}$ $\begin{cases}\cos x\cos y=\dfrac{1}{4}\\ \sin x\sin y=\dfrac{3}{4}\end{cases}$	14.	$\begin{cases}5{,}4x_1-6{,}2x_2-0{,}5x_3=0{,}52;\\ 3{,}4x_1+2{,}3x_2+0{,}8x_3=-0{,}8;\\ 2{,}4x_1-1{,}1x_2+3{,}8x_3=1{,}8.\end{cases}$ $\begin{cases}tg\,x\,tg\,y=3\\ \sin x\sin y=\dfrac{3}{4}\end{cases}$

Продолжение таблицы 4.1

1	2	3	4
15.	$\begin{cases} 7{,}8x_1 + 5{,}3x_2 + 4{,}8x_3 = 1{,}8; \\ 3{,}3x_1 + 1{,}1x_2 + 1{,}8x_3 = 2{,}3; \\ 4{,}5x_1 + 3{,}3x_2 + 2{,}8x_3 = 3{,}4. \end{cases}$ $\begin{cases} tg\ x + tg\ y = 1 \\ x + y = \dfrac{\pi}{4} \end{cases}$	16.	$\begin{cases} 3{,}8x_1 + 4{,}1x_2 - 2{,}3x_3 = 4{,}8; \\ -2{,}1x_1 + 3{,}9x_2 - 5{,}8x_3 = 3{,}3; \\ 1{,}8x_1 + 1{,}1x_2 - 2{,}1x_3 = 5{,}8. \end{cases}$ $\begin{cases} \sin^2 x + \sin^2 y = \dfrac{3}{4} \\ x + y = 75^0 \end{cases}$
17.	$\begin{cases} 1{,}7x_1 - 2{,}2x_2 + 3{,}0x_3 = 1{,}8; \\ 2{,}1x_1 + 1{,}9x_2 - 2{,}3x_3 = 2{,}8; \\ 4{,}2x_1 + 3{,}9x_2 - 3{,}1x_3 = 5{,}1. \end{cases}$ $\begin{cases} \sin x - y - 1{,}32 = 0 \\ \cos y - x + 0{,}85 = 0 \end{cases}$	18.	$\begin{cases} 2{,}8x_1 + 3{,}8x_2 - 3{,}2x_3 = 4{,}5; \\ 2{,}5x_1 - 2{,}8x_2 + 3{,}3x_3 = 7{,}1; \\ 6{,}5x_1 - 7{,}1x_2 + 4{,}8x_3 = 6{,}3. \end{cases}$ $\begin{cases} \sin(x+1) - y = 1 \\ 2x + \cos y = 2 \end{cases}$
19.	$\begin{cases} 3{,}3x_1 + 3{,}7x_2 + 4{,}2x_3 = 5{,}8; \\ 2{,}7x_1 + 2{,}3x_2 - 2{,}9x_3 = 6{,}1; \\ 4{,}1x_1 + 4{,}8x_2 - 5{,}0x_3 = 7{,}0. \end{cases}$ $\begin{cases} 5x - 6y + 20\lg x + 16 = 0 \\ 2x + y - 10\lg y - 4 = 0 \end{cases}$	20.	$\begin{cases} 7{,}1x_1 + 6{,}8x_2 + 6{,}1x_3 = 7{,}0; \\ 5{,}0x_1 + 4{,}8x_2 + 5{,}3x_3 = 6{,}1; \\ 8{,}2x_1 + 7{,}8x_2 + 7{,}1x_3 = 5{,}8. \end{cases}$ $\begin{cases} \sin(x+y) - y = 1{,}2 \\ 2x + \cos\ y = 2 \end{cases}$
21.	$\begin{cases} 3{,}7x_1 + 3{,}1x_2 + 4{,}0x_3 = 5{,}0; \\ 4{,}1x_1 + 4{,}5x_2 - 4{,}8x_3 = 4{,}9; \\ -2{,}1x_1 - 3{,}7x_2 + 1{,}8x_3 = 2{,}7. \end{cases}$ $\begin{cases} \sin(0{,}5x + y) - 1{,}2x = 1 \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$	22.	$\begin{cases} 4{,}1x_1 + 5{,}2x_2 - 5{,}8x_3 = 7{,}0; \\ 3{,}8x_1 - 3{,}1x_2 + 4{,}0x_3 = 5{,}3; \\ 7{,}8x_1 + 5{,}3x_2 - 6{,}3x_3 = 5{,}8. \end{cases}$ $\begin{cases} \cos(x-y) + y = 0{,}5 \\ \sin x + 2y = 2 \end{cases}$
23.	$\begin{cases} 3{,}7x_1 - 2{,}3x_2 + 4{,}5x_3 = 2{,}4; \\ 2{,}5x_1 + 4{,}7x_2 - 7{,}8x_3 = 3{,}5; \\ 1{,}6x_1 + 5{,}3x_2 + 1{,}3x_3 = -2{,}4. \end{cases}$ $\begin{cases} tg(xy + 0{,}3) - x^2 = 0 \\ 0{,}9x^2 + 2y^2 = 1 \end{cases}$	24.	$\begin{cases} 6{,}3x_1 + 5{,}2x - 0{,}6x_3 = 1{,}5; \\ 3{,}4x_1 - 2{,}3x_2 + 3{,}4x_3 = 2{,}7; \\ 0{,}8x_1 + 1{,}4x_2 + 3{,}5x_3 = -2{,}3. \end{cases}$ $\begin{cases} \sin\ x + 2y = 2 \\ \cos\ x + y = 1{,}5 \end{cases}$
25.	$\begin{cases} 1{,}5x_1 + 2{,}3x_2 - 3{,}7x_3 = 4{,}5; \\ 2{,}8x_1 + 3{,}4x_2 + 5{,}8x_3 = -3{,}2; \\ 1{,}2x_1 + 7{,}3x_2 - 2{,}3x_3 = 5{,}6. \end{cases}$ $\begin{cases} \sin(x+y) - 1{,}3x = 1 \\ x^2 + 0{,}2y^2 = 1 \end{cases}$	26.	$\begin{cases} 0{,}9x_1 + 2{,}7x_2 - 3{,}8x_3 = 2{,}4; \\ 2{,}5x_1 + 5{,}8x_2 - 0{,}5x_3 = 3{,}5; \\ 4{,}5x_1 - 2{,}1x_2 + 3{,}2x_3 = -1{,}2. \end{cases}$ $\begin{cases} \cos\ x + y = 1{,}5 \\ 2x - \sin(y - 0{,}5) = 1 \end{cases}$
27.	$\begin{cases} 2{,}4x_1 + 2{,}5x_2 - 2{,}9x_3 = 4{,}5; \\ 0{,}8x_1 + 3{,}5x_2 - 1{,}4x_3 = 3{,}2; \\ 1{,}5x_1 - 2{,}3x_2 + 8{,}6x_3 = -5{,}5. \end{cases}$ $\begin{cases} \sin(x + 1{,}5) - y = -2{,}9 \\ \cos(y-2) + x = 0 \end{cases}$	28.	$\begin{cases} 5{,}4x_1 - 2{,}4x_2 + 3{,}8x_3 = 5{,}5; \\ 2{,}5x_1 + 6{,}8x_2 - 1{,}1x_3 = 4{,}3; \\ 2{,}7x_1 - 0{,}6x_2 + 1{,}5x_3 = -3{,}5. \end{cases}$ $\begin{cases} \sin(x+y) - 1{,}5x = 0{,}1 \\ 3x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$

Продолжение таблицы 4.1

1	2	3	4
29.	$\begin{cases} 2{,}4x_1 + 3{,}7x - 8{,}3x_3 = 2{,}3; \\ 1{,}8x_1 + 4{,}3x_2 + 1{,}2x_3 = -1{,}2; \\ 3{,}4x_1 - 2{,}3x_2 + 5{,}2x_3 = 3{,}5. \end{cases}$ $\begin{cases} \cos(x + 0{,}5) + y = 0{,}8 \\ \sin y - 2x = 1{,}6 \end{cases}$	30.	$\begin{cases} 3{,}2x_1 - 11{,}5x_2 + 3{,}8x_3 = 2{,}8; \\ 0{,}8x_1 + 1{,}3x_2 - 6{,}4x_3 = -6{,}5; \\ 2{,}4x_1 + 7{,}2x_2 - 1{,}2x_3 = 4{,}5. \end{cases}$ $\begin{cases} \sin(x - 1) + y = 0{,}1 \\ x - \sin(y + 1) = 0{,}8 \end{cases}$

Библиографический список

1 Гурский Д.А. Вычисления в MathCad [Текст]. – Му.: Новое знание, 2003. – 814с.

2 Информатика [Текст]: Учебник. – 3-е перераб. изд. /Под ред. Н.В. Макаровой. – М.: Финансы и статистика, 2001. – 768с.

3 Информатика: Базовый курс [Текст] / С.В. Симонович и др. – СПб.: Питер, 2002. – 640с.

4 Попов В.Б. Основы компьютерных технологий [Текст]. – М.: Финансы и статистика, 2002. – 704с.

5 Макаров Е. Г.Инженерные расчеты в Mathcad. Учебный курс [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.iworld.ru/attachment.php?barcode=9785947 235 30&at =exc&n=0, свободный.